

О.Р. Никифорчин

Елементи теорії категорій

Схвалено до друку вченою радою факультету
математики та інформатики
Прикарпатського національного університету
імені Василя Стефаника

Івано-Франківськ

2020

УДК 512.58

Елементи теорії категорій / О.Р. Никифорчин. — Івано-Франківськ, Прикарпатський університет. — 2020. — 118 с.

В посібнику у вигляді курсу лекцій викладено початки теорії категорій. Кожна лекція супроводжується завданнями для самостійного розв'язування.

Схвалено до друку вченою радою факультету математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Рецензенти : проф., д.ф.-м.н. Т.О. Банах, завідувач кафедри геометрії і топології Львівського національного університету ім. Івана Франка;

с.н.с., д.ф.-м.н. В.В. Любашенко, провідний науковий співробітник Інституту математики НАН України.

© О.Р. Никифорчин, 2020.

Зміст

Передмова	6
Розділ I. Елементарні поняття і факти теорії категорій	8
Лекція 1. Графи та категорії	8
А. Графи	8
Б. Множини і відображення	9
В. Поняття категорії	10
Г. Приклади категорій	11
Д. Морфізми графів. Діаграми	14
Лекція 2. Способи утворення категорій	17
А. Вільні моноїди і вільні категорії. Твірні і співвідношення	17
Б. Протилежна категорія	19
В. Підкатегорії	20
Г. Добутки категорій	22
Д. Категорії стрілок	23
Лекція 3. Властивості стрілок та об'єктів	27
А. Початкові та кінцеві об'єкти	27
Б. Скоротні зліва чи справа стрілки	28
В. Оборотні зліва чи справа стрілки	30
Г. Ізоморфізми	32
Розділ II. Границі	35
Лекція 1. Границі як універсальні конуси	35
А. Конуси та їх комутативність	35
Б. Універсальність	37
В. Добутки	37
Г. Зрівнювачі	40
Д. Пуллбеки	42

Лекція 2. Єдиність та існування границь. Повнота категорій	45
А. Категорія конусів	45
Б. Границя діаграми як кінцевий об'єкт	45
В. Існування скінченних границь	46
Г. Існування границь довільних діаграм	51
Лекція 3. Кограниці	52
А. Коконуси та їх комутативність	52
Б. Категорія коконусів. Поняття кограниці	53
В. Суми (кодобутки)	54
Г. Козрівнювачі і пушаути	56
Д. Існування кограниць	58
Розділ III. Функтори та їх спряженість	60
Лекція 1. Функтори	60
А. Поняття функтора та приклади	60
Б. Контраваріантні функтори	62
В. Властивості функторів	63
Г. Композиції функторів. Категорія малих категорій	64
Лекція 2. Природні перетворення	66
А. Поняття природного перетворення	66
Б. Композиція природних перетворень. Категорія функторів	67
В. Ізоморфні функтори	68
Г. Множення природних перетворень на функтори та між собою	69
Д. Еквівалентність категорій	70
Лекція 3. Вільні об'єкти	72
А. Поняття і вільного об'єкта. Приклади	72
Б. Існування вільних об'єктів	74
В. Збереження границь функторами та існування розв'язуючих множин	77
Г. Єдиність вільних об'єктів	78

Лекція 4. Спряжені функтори	80
А. Hom-функтори	80
Б. Представні функтори і вільні об'єкти	81
В. Функтор вільного об'єкта	82
Г. Означення і побудова спряжених функторів	83
Д. Симетричність означення спряженості. Одиниця і координиця спряження	86
Е. Спряженість у теорії порядку	89
Розділ IV. Монади та алгебри	92
Лекція 1. Монади	92
А. Що таке монада?	92
Б. Спряження породжує монаду	94
В. Категорія Клейслі	96
Г. Функтор порівняння Клейслі	98
Лекція 2. Алгебри та монадичність	100
А. Алгебра для монади	100
Б. Функтор порівняння Ейленберга-Мура	100
В. Монадичність	101
Г. Алгебри як козрівнювачі	106
Д. Теорема Бека	108
Предметний покажчик	114
Література	118