

Державний вищий навчальний заклад  
“Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника”  
Факультет математики та інформатики  
Кафедра алгебри та геометрії

## СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія категорій  
(шифр і назва навчальної дисципліни)

Рівень освіти	Бакалавр <small>(назва рівня вищої освіти)</small>
Галузь знань	11 — Математика та статистика <small>(шифр і назва галуза)</small>
Спеціальність(ості)	111 — Математика <small>(шифр і назва спеціальності(ей))</small>
Освітня програма	Математика <small>(назва програми)</small>

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 31.08.2020

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

<b>Назва дисципліни</b>	Теорія категорій
<b>Викладач(-і)</b>	Никифорчин О.Р.
<b>Контактний телефон викладача</b>	59-60-16
<b>Е-mail викладача</b>	<a href="mailto:oleh.nykyforchyn@pnu.edu.ua">oleh.nykyforchyn@pnu.edu.ua</a>
<b>Формат дисципліни</b>	Лекції та практичні заняття
<b>Обсяг дисципліни</b>	6 кредитів
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	<a href="http://d-learn.pnu.edu.ua">d-learn.pnu.edu.ua</a>
<b>Консультації</b>	Середа, 16 <sup>00</sup>

## 2. АНОТАЦІЯ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія категорій є сучасним розділом алгебри, створеним у середині минулого століття внаслідок формалізації основних рис конструкцій алгебраїчної топології. Її можна розуміти як мову сучасної математики, яка дозволяє візуалізувати складні набори множин та відображень між ними і замінити теорію множин як основу математики “безелементним” підходом.

## 3. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**3.1. Мета викладання дисципліни.** Вивчення теорії категорій дозволяє зрозуміти причину аналогій між результатами загальної і лінійної алгебри, функціонального аналізу, спільність між прямими добутками груп, добутками метричних і топологічних просторів тощо, категорний зміст логіки і програмування. Матеріал даного курсу буде використаний при викладанні спеціальних курсів у галузях комп’ютерних наук (типізація і переписування), топології (обернені спектри), аналізу (прямі і зворотні послідовності), алгебри (вільні групи і напівгрупи).

**3.2. Завдання вивчення дисципліни.** При вивченні основ теорії категорій студент повинен засвоїти поняття категорії, основні приклади категорій у алгебрі, топології, аналізі, програмуванні, знати початкові, кінцеві і нульові об'єкти, моно-, епі- і ізоморфізми у цих категоріях. Потрібно також оволодіти апаратом границь і кограниць, знати приклади і можливі властивості функторів і природних перетворень.

У результаті вивчення дисципліни студент буде здатний:

- перевіряти, чи є сім'я множин з додатковою структурою і відображень між ними, що зберігають цю структуру, категорією;
- перевіряти властивості об'єктів та стрілок у категорії;
- знаходити границі та кограниці діаграм;
- перевіряти, чи є конструкція алгебри, топології чи аналізу функторіальною, і перевіряти властивості відповідного функтора.

#### 4. КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Загальні компетентності: здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; знання й розуміння предметної області та професійної діяльності; здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями; здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел; здатність працювати автономно; визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності: здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання; здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем; здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.

Програмні результати навчання: Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці; розуміти

фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми; розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями; розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей; відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації; Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

#### 5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	30
Практичні	30
Лабораторні	
Самостійна робота	120

Ознаки дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/вибіркова
111 — Математика, Математика	Бакалавр	4-й	7-й	вибіркова

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
<b>Семестр 7</b>						
<b>Змістовий модуль 1. Категорії. Об'єкти, стрілки та діаграми. Дії над категоріями. Функтори і природні перетворення.</b>						
Тема 1. <i>Означення категорії. Приклади категорій.</i>	16	2	2			12
Тема 2. <i>Стрілки та їх властивості. Скоротні та оборотні зліва (справа) стрілки. Епіморфізми та мономорфізми в категорії множин. Ізоморфізми, початкові та кінцеві об'єкти. Їх опис в категорії множин.</i>	16	2	2			12
Тема 3. <i>Діаграма. Комутативність діаграми. Приклади комутативних і некомутативних діаграм.</i>	14	2	2			10
Тема 4. <i>Дії над категоріями : підкатегорія, добуток категорій. Оборнена категорія, дуальність, дуальні факти та поняття. Категорії стрілок та закручених стрілок. Категорії "об'єктів над A" та "об'єктів під A".</i>	24	4	4			16
Тема 5. <i>Комутативні конуси над діаграмою. Категорія <math>\text{Cone}(D)</math>. Границя діаграми як кінцевий об'єкт. Означення границі діаграми як універсального конуса. Приклади та властивості границь діаграм.</i>	24	4	4			16
Тема 6. <i>Існування границь. Добутки, пулбеки та зрівнювачі. Кограниці. Кодобутки (суми), пушаути і козрівнювачі.</i>	26	4	4			18
Тема 7. <i>Поняття коваріантного та контраваріантного функтора. Приклади. Властивості функторів. Повнота і правдивість. Збереження та відбиття функторами властивостей об'єктів та стрілок.</i>	26	6	4			16
Тема 8. <i>Поняття та приклади природних перетворень. Дії над природними перетвореннями. Монади та їх зв'язок з вільними об'єктами. Застосування у комп'ютерних науках. Уявлення про монади у Haskell.</i>	32	6	6			20

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 9. <i>Контрольна робота.</i>	2		2			
Всього за модуль:	180	30	30			120
Всього за семестр:	180	30	30			120
Усього годин:	180	30	30			120

## 6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни студенти виявляють при написанні контрольної роботи, які містять два теоретичні і два практичні завдання, оцінені відповідно по 15 та по 10 балів. Максимальний бал за контрольну роботу (50 балів) доповнюється 50 балами, які студент може отримати на іспиті.

За активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях оцінка може бути підвищена щонайбільше на 5 балів.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

## 7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Самостійне та своєчасне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей).

Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилання на джерела інформації у разі використання запозичених ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба) навчання може відбуватись індивідуально (за погодженням із деканом факультету). Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат, опрацювання рекомендованої літератури тощо). Пропущені практичні заняття студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні "незадовільно"отримані студентом під час засвоєння відповідної теми перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

#### 8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М., Наука, 1977.
2. Общая алгебра, Т.2. Под ред. Л.А. Скорнякова. М.: Наука, 1991.
3. М.Ш. Цаленко, А.Г. Шульгейфер. Основы теории категорий. М.: Наука, 1974.

#### **Додаткова література**

4. M. Barr, Ch. Wells Toposes, triples and theories. N.Y. e.a.: Springer, 1985.
5. Z. Semadeni, A. Wiweger. Wstęp do teorii kategory i functorów. W.: PWN, 1972.

Викладач



Никифорчин О.Р.