

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

Факультет математики та інформатики

Кафедра алгебри та геометрії

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія напівгруп

(шифр і назва навчальної дисципліни)

Рівень освіти	Бакалавр
	(назва рівня вищої освіти)
Галузь знань	11 — Математика та статистика
	(шифр і назва галуза)
Спеціальність(ості)	111 — Математика
	(шифр і назва спеціальності(ей))
Освітня програма	Математика
	(назва програми)

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 31.08.2020

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

Назва дисципліни	Теорія напівгруп
Викладач(-і)	Гаврилків В.М.
Контактний телефон викладача	59-60-16
Е-mail викладача	volodymyr.gavrylkiv@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	6 кредитів
Консультації	Вівторок, 16 ⁰⁰

2. АНОТАЦІЯ ДО НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Навчальна дисципліна “Теорія напівгруп” займає одне із центральних місць у системі професійної науково-предметної підготовки фахівця з математики. У цьому курсі вивчаються основи алгебраїчної теорії напівгруп, зокрема будова напівгруп, різні типи напівгруп, морфізми напівгруп, відношення Гріна.

3. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою даного курсу є розгляд основних типів напівгруп, таких як циклічні, вільні, інверсні, кліфордові, регулярні, прості напівгрупи, напівгрупи перетворень; вивчення методів побудови нових напівгруп на основі вже існуючих: піднапівгруп, фактор-напівгруп, прямих добутків і сум та ін. Одним з основних завдань є опис структури напівгруп: максимальних підгруп, ідемпотентів, (мінімальних) ідеалів і вивчення зв'язаних з ними властивостей і відношень. Вказати на значення дисципліни в курсі алгебри і теорії чисел і математики взагалі, її застосування в наукових дослідженнях.

Теорія напівгруп є областю сучасної алгебри, яка найбільш інтенсивно розвивається в наш час. Вона має дуже тісні зв'язки з практично усіма математичними дисциплінами: топологією, диференціальною геометрією, функціональним аналізом,

теорією графів, теорією, алгоритмів, абстрактною теорією автоматів, комбінаторикою чисел. Ці зв'язки, в основі більшості з яких лежить простий, але принциповий факт, що множення елементів асоціативне, сприяють життєздатності теорії напівгруп і визначають можливість її застосувань.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен знати:

основні поняття і теореми з теорії напівгруп, типи напівгруп, їх будову, відношення Гріна;

вміти:

- застосовувати стандартні методи і алгоритми теорії напівгруп при розв'язуванні задач;
- наводити приклади, які демонструють сутність теоретичних понять, фактів або спростовують хибні твердження;
- перевіряти, чи є задана алгебраїчна структура є напівгрупою, моноїдом, квазігрупою чи групою;
- знаходити порядок елемента напівгрупи;
- знаходити піднапівгрупи та підгрупи даної напівгрупи, будувати факторнапівгрупи;
- описувати гоморфізми заданих напівгруп;
- встановлювати ізоморфізм напівгруп;
- описувати центр напівгрупи;
- знаходити ідемпотенти, групові елементи і максимальні підгрупи;
- описувати дільники нуля та одиниці в напівгрупі, знаходити ідеали напівгрупи;
- будувати відношення Гріна.

4. КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Загальні компетентності:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
- здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;
- здатність працювати автономно;
- визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності:

- здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.

Програмні результати навчання:

- знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;
- розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;
- розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;
- розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;
- знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	30
Практичні	30
Лабораторні	
Самостійна робота	120

Ознаки дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/ вибіркова
111 — Математика, Математика	Бакалавр	3-й	6-й	вибіркова

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Семестр 6						
Змістовий модуль 1. Будова напівгруп. Типи напівгруп.						
Тема 1. Основні означення. Взаємозв'язки між поняттями. Тести асоціативності. [1, 3, 5]	13	2	2			9
Тема 2. Однопороджені напівгрупи. Періодичні та локально скінченні напівгрупи. [3, 4, 5, 6]	12	2	2			8
Тема 3. Оборотні елементи і максимальні підгрупи. Кліффордові напівгрупи. [1, 2, 3, 5, 7]	12	2	2			8
Тема 4. Напівгрупа відношень на множині. Повна напівгрупа перетворень. [1, 3, 4, 6]	13	2	2			9

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 5. <i>Морфізми напівгруп. Вкладення напівгрупи в повну напівгрупу перетворень. Групи ендоморфізмів та автоморфізмів напівгрупи.</i> [1, 2, 4, 5, 6, 7]	12	2	2			8
Тема 6. <i>Конгруенції та факторнапівгрупи. Основна теорема про гомоморфізми для напівгруп. Факторнапівгрупа P/a.</i> [3, 4, 5, 7]	13	2	2			9
Тема 7. <i>В'язки, напівгатки та гатки. Прямокутна в'язка.</i> [1, 3, 4, 5, 7]	13	2	2			9
Тема 8. <i>Регулярні та інверсні напівгрупи. Симетрична інверсна напівгрупа.</i> [3, 4, 5, 6]	13	2	2			9
Тема 9. <i>Прямі добутки і суми напівгруп.</i> [1, 3, 5]	12	2	2			8
Тема 10. <i>Вільні напівгрупи. Твірні і визначальні співвідношення.</i> [3, 4, 6]	14	2	2			10
Тема 11. <i>Напівгрупа з нульовим множенням. Напівгрупи лівих та правих нулів.</i> [2, 3, 5, 8]	11	2	2			7
Тема 12. <i>Біциклічна напівгрупа.</i> [3, 4, 5, 6]	12	2	2			8
Тема 13. <i>Вкладення напівгруп в групи. Праві напівгрупи.</i> [3, 5, 6, 8]	12	2	2			8
Тема 14. <i>Відношення Гріна.</i> [3, 4, 5, 6, 7]	18	4	4			10
Всього за модуль:	180	30	30			120
Всього за семестр:	180	30	30			120
Усього годин:	180	30	30			120

6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни студенти виявляють при написанні аудиторної контрольної роботи та колоквіуму. Бали між контрольною роботою і колоквіумом розподіляються рівномірно.

За активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях оцінка за кожен модуль може бути підвищена щонайбільше на 5 балів.

Отримана за семестр сума балів множиться на такий коефіцієнт, щоб максимальна можлива сума балів (без додаткових) становила 50.

Максимальна можлива оцінка на іспиті — 50 балів. Сума балів за семестр та за іспит визначає підсумкову оцінку згідно поданої нижче таблиці.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Самостійне та своєчасне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей). Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної, наукової, творчої діяльності та посилання на джерела інформації у разі використання запозичених ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат, опрацювання рекомендованої літератури тощо). Пропущені практичні заняття студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні "незадовільно"отримані студентом під час засвоєння відповідної теми перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Гаврилків В.М. *Елементи теорії груп та теорії кілець: навчальний посібник* / В.М. Гаврилків. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016. – 148 с.
2. Ганюшкін О.Г. *Завдання до практичних занять з алгебри і теорії чисел (теорія груп)* / О.Г. Ганюшкін, О.О. Безущак. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2007. – 103 с.
3. Клиффорд А. *Алгебраическая теория полугрупп* / А. Клиффорд, Г. Престон. – М.: Мир, 1972. – 285 с.
4. Лаллеман Ж. *Полугруппы и комбинаторные приложения* / Ж. Лаллеман. – М.: Мир, 1985. – 440 с.
5. J.M. Howie, *Fundamentals of semigroup theory* (The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1995).

Допоміжна література

6. Общая алгебра / [Артамонов В. А., Салий В. Н., Скорняков Л. А. и др.]; под ред. Л. А. Скорнякова. – М.: Наука, 1990. – Т. 2. – 479 с.
7. Hindman N. *Algebra in the Stone-Čech compactification* / N. Hindman, D. Strauss. – Berlin, New York: de Gruyter, 1998. – 485 p.
8. Protasov I. *Combinatorics of Numbers* / I. Protasov. – Lviv: VNTL, 1997. – Vol. 2. – 70 p.

Викладач



Гаврилків В.М.