О.Р. Никифорчин

$\varnothing$ 3 6,94	$\mathbb{N}$ 4 9,01	5 $\mathbb{Z}$ 10,81	6 $\mathbb{Q}$ 12,01	7 $\mathbb{R}$ 14,01	8 $\mathbb{C}$ 16,0	9 $\mathbb{H}$ 19,0
∂ 11 22,99	Int 12 24,3	**Елементи**			16 Cl 32,06	17 $(-)'$ 35,45
$\in$ 19 39,10	$\ni$ 20 40,1	$\subset$ 21 44,96	$\supset$ 22 47,9	$\cup$ 23 50,9	$\cap$ 24 52,0	$\sqcup$ 25 54,9
29 dX 63,55	30 wX 65,4	**загальної**			34 αX 78,96	35 βX 79,9
I 37 85,47	Π 38 87,6	I^n 39 88,9	S^n 40 91,2	D^n 41 92,9	Q 42 95,94	I^τ 43 98,9
47 $\Rightarrow$ 107,9	48 **То** 112,4	49 **По** 114,8	50 **Ло** 118,7	51 **Гі** 121,75	52 **Ї** 127,6	53 $\Leftarrow$ 126,9
$\circ$ 55 132,9	$\times$ 56 137,3	$\triangle$ 57 138,9	$\prod$ 72 178,5	$\coprod$ 73 180,9	f^{-1} 74 183,9	$/_\sim$ 75 186,2

Івано-Франківськ

2015

УДК 515.12
ББК Б22.152

Елементи загальної топології / О.Р. Никифорчин. — Івано-Франківськ, Прикарпатський університет. — 3-е вид., випр. і доповн. — 2015. — 240 с.

В посібнику у вигляді курсу лекцій викладено основи загальної (теоретико-множинної) топології та елементи теорії многовидів. Наведено необхідні факти та поняття з теорії множин. Розглянуто метричні і топологічні простори, їх відображення, основні типи і властивості, зокрема, питання відокремленості, компактності та метризовності. Висвітлено основні властивості топологічних і диференційовних многовидів та відображень між ними. Кожна лекція супроводжується питаннями та завданнями для самостійного розв'язування.

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів математичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Рецензенти : проф., д.ф.-м.н. М.М. Зарічний, завідувач кафедри геометрії і топології Львівського національного університету ім. Івана Франка;

проф., д.ф.-м.н. В.К. Маслюченко, завідувач кафедри математичного аналізу Чернівецького національного університету ім. Юрія Федьковича;

проф., д.ф.-м.н. М.О. Недашковський, професор кафедри економічної кібернетики та інформатики Тернопільського національного економічного університету.

Зміст

Вступ

Зростання ролі геометричних і топологічних методів не тільки в математиці, а й у механіці, фізиці, біології, економіці тощо змушує розглядати топологію як одну з основних дисциплін, яка поряд з математичним і функціональним аналізом, лінійною та загальною алгеброю, диференційними рівняннями складає фундамент сучасної математичної освіти. Мова теоретико-множинної (загальної) топології важлива не лише для диференціальної геометрії та топології, а й скрізь, де вживаються поняття неперервності та близькості, тобто практично у всіх математичних курсах, включно з прикладними на зразок рівнянь математичної фізики та методів обчислень.

Водночас досі немає єдності щодо нормативного обсягу і змісту викладання топології для математиків — цей предмет може викладатись на протязі семестру чи року, бути окремим курсом чи об'єднаним з диференціальною геометрією, або взагалі поділеним на дві частини — вступну (для бакалаврів) та поглиблену (магістерську). Рівень складності та детальності викладу теж залежить від мети — дати студентові загальне уявлення про основні розділи топології, як у підручнику **[7]**, або підготувати випускника університету до аспірантури з геометрії і топології, для чого ідеально надаються **[4, 5, 17]**. Не претендуючи на останнє, автор мав на думці два основні застосування свого тексту — як бази для лекційного курсу та як нескладної книги для самостійного вивчення чи повторення основ топології. Хоча вибір і тем, і матеріалу у межах теми залишається за викладачем або читачем, рискою збоку сторінки виділено "менш обов'язкові" і складніші частини змісту, які можна оминути при браку часу або винести на самостійне опрацювання. Двома рисками позначені технічно складні міркування, які вимагають вищого рівня абстракції, наприклад, із застосуванням леми Цорна чи трансфінітної індукції. Така "багаторівневість" полегшить пристосування до можливостей викладача і студента та вимог навчального плану.

Посібник охоплює загальнотопологічну (основну) частину університетської програми з топології. Без сумніву, елементи алгебраїчної та геометричної топології теж повинні бути викладені, можливо, у межах предметів за вибором.

Двадцять одну лекцію поділено на чотири розділи. Перший розділ має підготовчий характер і розглядає загальні властивості множин, їх відношень та відображень (з точки зору "наївної" теорії множин, чого достатньо для більшості застосувань), а також метричні простори, їх властивості і відображення. Читач може обмежитись цим розділом, якщо його метою є краще засвоєння математичного та функціонального аналізу.

Другий розділ містить виклад основних понять і фактів, пов'язаних з топологічними просторами. Описано способи задання топології, найважливіші властивості топологічних просторів та їх підмножин, дії над просторами. Розглянуто неперервні відображення, їх властивості та задачу продовження неперервних функцій.

У третьому розділі детально розглядаються важливі (зокрема, для математичного та функціонального аналізу) властивості типу компактності, а також їх застосування до задачі метризації (тобто з'ясування, чи задається дана топологія деякою функцією відстані).

Четвертий розділ присвячено основним поняттям і елементарним фактам теорії многовидів. Диференційовні многовиди є предметом диференціальної топології і близько пов'язаної з нею диференціальної геометрії, тому ми залишаємо для останньої вивчення глибоких і красивих геометричних аспектів цієї теорії. Наприклад, "за бортом" залишились класифікація двовимірних многовидів, тензорний аналіз та ріманова геометрія. У посібнику подано тільки загальнотопологічні основи, щоб читач міг скласти уявлення про топологічні та диференційовні многовиди і розуміти строгий зміст зазвичай наочних та неформальних геометричних побудов і міркувань.

Важливі поняття та теореми ілюструються прикладами. Кожна лекція супроводжується питаннями для (само-)контролю засвоєння та вправами, які є основою для проведення практичного заняття з даної теми (в поєднанні зі збірниками **[4, 6, 12]** та ін.) Вправи містять значну кількість додаткового матеріалу, який, втім, не обов'язковий для вивчення наступних тем. Посібник може використовуватись і як довідник, чому сприяє детальний предметний покажчик.