

Міністерство освіти і науки України  
Прикарпатський національний університет  
імені Василя Стефаника  
Факультет математики та інформатики  
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**УЗАГАЛЬНЕНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДЛЯ МОДЕЛЬНИХ**  
**РІВНЯНЬ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ**

Освітня програма Прикладна математика,  
Комп'ютерне моделювання та  
технології програмування

Спеціальність 113 Прикладна математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол № 1 від 30 серпня 2024 р.

## **ЗМІСТ**

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Компетентності
5. Результати навчання
6. Організація навчання курсу
7. Система оцінювання курсу
8. Політика курсу
9. Рекомендована література

<b>1. Загальна інформація</b>	
<b>Назва дисципліни</b>	Узагальнена постановка задач для модельних рівнянь з частинними похідними
<b>Рівень вищої освіти</b>	Перший (бакалаврський)
<b>Викладач (-і)</b>	К. ф.-м. н., доцент Казмерчук А. І.
<b>Контактний телефон викладача</b>	(0342)596027
<b>E-mail викладача</b>	anatolii.kazmerchuk@pnu.edu.ua
<b>Формат дисципліни</b>	Лекції та практичні заняття
<b>Обсяг дисципліни</b>	6 кредитів ECTS
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	<a href="http://seeq.pnu.edu.ua">seeq.pnu.edu.ua</a>
<b>Консультації</b>	Вівторок, 15 <sup>00</sup>

## 2. Анотація до курсу

У курсі вивчаються сучасні підходи введення узагальнених розв'язків задач для рівнянь з частинними похідними. Основна увага приділена задачам для модельних диференціальних рівнянь і результатам їх розв'язності. Водночас, розглянуто методи Гальоркіна та варіаційний метод відшукування наближених розв'язків узагальненої постановки задачі Діріхле для рівняння Пуассона, а також теореми існування та єдиності узагальненого розв'язку задачі Коші для модельних нелінійних рівнянь першого порядку.

### 3. Мета та цілі курсу

**Мета** – викласти теорію математичних моделей фізичних явищ, що призводять до узагальнених постановок для рівнянь з частинними похідними.

**Завдання** – сформулювати у студентів розуміння, знання і навичок щодо постановок та методики розв'язання задач рівнянь з частинними похідними в класі узагальнених функцій.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:** теорію узагальнених розв'язків задач для рівнянь гіперболічного, параболічного і еліптичного типів та теорію розв'язності задач для нелінійного рівняння першого порядку.

**вміти:** будувати означення узагальненого розв'язку рівняння з частинними похідними, аналізувати зв'язок узагальненого і класичного розв'язку, встановлювати умови існування і єдиності. Будувати наближені розв'язки за наближеними методами та застосовувати цей апарат до моделювання явищ, що виникають в прикладних галузях.

### 4. Компетентності

ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до застосування теорії у практичних ситуаціях.

ЗК2. Здатність до пошуку та інтерпретації інформації, засвоєння нових знань, генерування та викладу ідей, зокрема, з застосуванням інформаційних технологій.

ЗК3. Здатність працювати як автономно, так і у складі наукового, зокрема, інтернаціонального, колективу фахівців з усвідомленням відповідальності за результати роботи.

ЗК4. Здатність вести дослідницьку діяльність, включаючи оцінку актуальності дослідження, аналіз проблем, вибір способу й методів дослідження, а також оцінку якості результатів.

ПК1. Цілісне уявлення про математику, її сучасний стан, виникнення і шляхи розвитку, її місце у системі наукових знань людства.

ПК2. Здатність зрозуміти постановку завдання, пов'язаного із застосуванням методів прикладної математики, сформульовану на мові певної предметної галузі.

ПК3. Здатність математично формалізувати проблему прикладного характеру, розпізнати стандартні об'єкти і властивості аналізу, звичайних диференціальних рівнянь, рівнянь математичної фізики, дискретної математики, теорії керування, методів оптимізації, алгебри, геометрії.

ПК4. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язування практичних задач дослідження, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ПК7. Уміння ефективно співпрацювати, розподіляти роботу і спілкуватись з колегами в процесі командного виконання дослідницьких та програмних проектів.

ПК9. Здатність використовувати методи системного аналізу та математичного моделювання для побудови моделей у різних галузях.

ПК13. Здатність до побудови логічних висновків, використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, проектування, розроблення та аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності для адекватного моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем.

ПК14. Здатність застосовувати теоретичні та практичні основи методології та технології моделювання, реалізовувати алгоритми моделювання для дослідження характеристик і поведінки складних об'єктів і систем, проводити експерименти за програмою моделювання з обробкою й аналізом результатів.

ПК16. Здатність опанувати сучасні технології математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти обчислювальні моделі та алгоритми чисельного розв'язання задач математичного моделювання з урахуванням похибок наближеного чисельного розв'язання професійних задач.

## **5. Результати навчання**

Р1. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій фундаментальної та прикладної математики і використовувати їх на практиці, а також гуманітарних дисциплін підготовки фахівця.

Р2. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, рівнянь математичної фізики, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, числовими методами, методами оптимізації.

Р3. Формалізувати вимоги до розв'язання прикладної проблеми та її програмної реалізації і відповідно підбирати методи, алгоритми та програмні засоби, планувати етапи досліджень і компоненти програмної реалізації.

Р4. Самостійно працювати над дослідницькою темою, обґрунтовувати і створювати програмну реалізацію розроблених методів.

P5. Уміти розробляти математичні моделі об'єктів і процесів, які досліджуються, використовуючи процедури формального уявлення про систему та результати дослідження реальних природничих та соціально-економічних процесів.

P6. Проводити аналітичне дослідження математичних моделей об'єктів і процесів на предмет існування та єдиності їх розв'язку.

P7. Уміти розробляти нові і удосконалювати існуючі математичні моделі та алгоритми моделювання природничих, соціально економічних систем та проводити комп'ютерне моделювання.

P11. Розв'язувати окремі інженерні задачі та задачі в міждисциплінарних галузях — соціології, економіці, екології .

P24. Знати сучасні постановки та методи розв'язування задач для диференціальних рівнянь механіки сучасних середовищ рівнянь параболічного типу рівнянь математичної фізики першого порядку в класичній і узагальненій постановці. Вміти знаходити як аналітичні розв'язки так і наближені з правильним вибором інструментарію.

P25. Уміти представляти наукові дослідження, грамотно викладати і представляти опрацьований матеріал і власні результати, в тому числі і з сучасними можливостями візуалізації, створювати комп'ютерну реалізацію розроблених методів.

## 6. Організація навчання

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	30
Практичні	30
Самостійна робота	120

Ознака дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс навчання	Семестр	Нормативна/вибіркова
113 Прикладна математика Прикладна математика	перший (бакалаврський)	4-й	7	вибіркова

Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
Тема 1. Поняття узагальненої функції. Основні операції в класі узагальнених функцій.	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до семінарського заняття, 4 л. год.. +2 пр. год.+10 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 2. Сингулярні і регулярні узагальнені функції.	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до семінарського заняття, 2 л. год.. +2 пр. год.+10 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 3. Загальний підхід введення розв'язків диференціальних рівнянь в класі узагальнених функцій	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до семінарського заняття, 2 л. год.. +2 пр. год.+10 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 4. Узагальнені розв'язки задач для рівнянь гіперболічного типу (струни, хвильового). Різні підходи.	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до семінарського заняття, 2 л. год.. +4 пр. год.+10 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Узагальнені розв'язки задач для рівнянь параболічного типу (дифузії, теплопровідності). Різні підходи.	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до семінарського заняття, 2 л. год.. +2 пр. год.+10 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 6. Узагальнені розв'язки задач для рівнянь еліптичного типу. Різні підходи.	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до семінарського заняття, 4 л. год.. +2 пр. год.+10 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Практикум/контрольна робота за темами 1-6		[1-8]		1	
Тема 7. Узагальнені розв'язки задачі Діріхле	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал,		До наступного

для рівняння Пуассона. Теорема існування та єдності узагальненого розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона.			підготуватися до семінарського заняття, 2 л. год.. +2 пр. год.+10 год. сам. роб.		заняття за розкладом
Тема 8. Метод Гальоркіна в задачі Діріхле для рівняння Лапласа. Метод Гальоркіна в задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до семінарського заняття, 2 л. год.. +4 пр. год.+10 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 9. Варіаційний метод в задачі Діріхле для рівняння Пуассона.. Метод Ріца відшукування мінімізуючої послідовності.	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до семінарського заняття, 2 л. год.. +2 пр. год.+10 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Введення узагальненого (слабкого) розв'язку задачі Коші для КРПП. Теорема існування і єдності в задачі Коші. Кусково-гладкі розв'язки КРПП. Умова на розривах. Апроксимація стійких розв'язків задачі Коші для КРПП	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до семінарського заняття, 4 л. год.. +4 пр. год.+10 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 11. Автомодельні розв'язки КРПП. Стійкі розриви розв'язків КРПП.	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до семінарського заняття, 2 л. год.. +2 пр. год.+10 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 12. Теорема існування та єдності розв'язку задачі Рімана для КРПП в класі автомодельних розв'язків. Задачі	Лекція, семінарське заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до семінарського заняття, 2 л. год.. +2 пр. год.+10 год. сам. роб.		

газової динаміки, що зводяться до КРПП.					
Практикум/контрольна робота за темами 7-12				1	
Тестування/колоквіум/дповідь з презентацією				1	
Підсумкове заняття					

## 7. Система оцінювання курсу

Загальна система оцінювання	Підсумкова оцінка з дисципліни є сумою оцінок (в 10-бальній шкалі) з відповідною вагою за кожен з таких видів робіт: активна робота на практичних заняттях, виконання практикуму, тестування або колоквіум, підсумковий контроль (іспит). Підсумкова оцінка визначається відповідно до поданої нижче таблиці оцінювання за різними шкалами (100-бальна, ECTS, національна).
Практичні заняття	Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) за активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях становить 10 балів.
Вимоги до практикуму	Пакет індивідуальних завдань для проведення практикуму містить 4-5 завдань у кожному варіанті. Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) з практикуму становить 25 балів
Тестування/колоквіум	Пакет індивідуальних завдань для проведення тестування містить 20 завдань у кожному варіанті. Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) з практикуму становить 15 балів
Умови допуску до підсумкового контролю	Загальна кількість балів за навчальну (аудиторну) і самостійну (практикум) роботу становить не менше 25 балів.
Підсумковий контроль (іспит)	Кожний варіант екзаменаційного білета містить два теоретичних (по 17 балів) і одне якісне практичне завдання (16 балів). Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) за підсумковий контроль становить 50 балів.

## Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
80 – 89	<b>B</b>	добре	
70 – 79	<b>C</b>		
60 – 69	<b>D</b>	задовільно	
50 – 59	<b>E</b>		
26 – 49	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

## 8. Політика курсу

Програмою передбачено обов'язкове відвідування всіх видів занять, виконання всіх видів контролю у визначені терміни, а також самостійна робота студентів.

## 9. Рекомендована література

1. Landau, Lifshitz - Fluid mechanics (2nd ed, 1987), [Internet Archive](#)
2. Falkovich, G. Fluid Mechanics, a short course for physicists (англ.). — Cambridge University Press, 2011. — ISBN 978-1-107-00575-4.
3. Бобик О. І., Бобик І.О., Литвин В.В. Рівняння математичної фізики (практикум). –Львів: Науковий світ – 2000, 2010
4. Положій Г.М. Рівняння математичної фізики. - Київ: Радянська школа, 1959
5. Диференціальні рівняння математичної фізики: навчальний посібник/ Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готинчан Т.І.-Чернівці: Рута, 2008
6. Перестюк М. О. Теорія рівнянь математичної фізики.- К:Либідь,2006
- 7.Казмерчук А.І. До обґрунтування наближених методів розв'язання квазілінійних законів збереження з негладкими даними задачі//Вісник національного університету “Львівська політехніка”, Прикладна математика.- 2000.-№411.-с.147-151
- 8.Казмерчук А. І. Оптимізація швидкості збіжності в методах наближеного розв'язування задачі Коші для системи квазілінійних рівнянь з частинними похідними першого порядку// Прикарпатський вісник НТШ, серія Число.- 2018. -2(46), с.47-51

Викладач \_\_\_\_\_ Казмерчук А. І.