

Міністерство освіти і науки України  
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника  
Факультет математики та інформатики  
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**РІВНЯННЯ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ**

Рівень вищої освіти Перший (бакалаврський)

Освітня програма Середня освіта (математика та інформатика)

Спеціальність 014 Середня освіта (Математика)

Спеціалізація Середня освіта (математика та інформатика)

Галузь знань 01 Освіта/Педагогіка

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол № 1 від 30 серпня 2024 р.

м. Івано-Франківськ – 2024 рік

## Зміст

1. Загальна інформація
2. Анотація до навчальної дисципліни
3. Мета та цілі навчальної дисципліни
4. Загальні і фахові компетентності
5. Програмні результати навчання
6. Організація навчання
7. Система оцінювання навчальної дисципліни
8. Політика навчальної дисципліни
9. Рекомендована література

## 1. Загальна інформація

Назва дисципліни	Рівняння з частинними похідними
Викладач	К. ф.-м. н., доцент Казмерчук А. І.
Контактний телефон	(0342)596027
E-mail	anatolii.kazmerchuk@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Лекції і практичні заняття
Обсяг дисципліни	3 кредити ECTS
Посилання на сайт дистанційного навчання	<a href="http://seeq.pnu.edu.ua">seeq.pnu.edu.ua</a>
Консультації	Вівторок, 15 <sup>00</sup>

## 2. Анотація навчальної дисципліни

У курсі навчальної дисципліни вивчаються основні крайові задачі для рівнянь з частинними похідними; теорія задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською; класифікація рівнянь у частинних похідних другого порядку, лінійних в головній частині; аналітичні та геометричні методи розв'язування задач для рівнянь гіперболічного типу; аналітичні методи розв'язування задач для рівнянь параболічного та еліптичного типів. Також проводиться ознайомлення з основними результатами і методами теорії звичайних диференціальних рівнянь

## 3. Мета навчальної дисципліни

Викласти теорію математичних моделей фізичних явищ, а саме, вивчення основних крайових задач для рівнянь з частинними похідними, сформувані у студентів розуміння, знання і навичок щодо постановок та методики розв'язання задач рівнянь математичної фізики.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

- постановки основних задач для рівнянь математичної фізики,
- теорію задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською,
- класифікацію рівнянь у частинних похідних другого порядку, лінійних в головній частині,
- метод біжучих хвиль для рівняння струни,
- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння коливання струни,
- формули розв'язків задачі Коші для хвильового рівняння,

- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності,
- формулу розв'язків задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі,
- теорію гармонічних функцій,
- метод Фур'є,
- властивості розв'язків задачі Штурма-Ліувілля,
- теорію крайових задач для рівняння Пуассона,
- теорію узагальнених розв'язків задачі Діріхле для рівняння Пуассона,
- принцип максимуму для рівняння теплопровідності.

**вміти:**

- ставити задачі для рівнянь математичної фізики,
- розв'язувати простіші рівняння у частинних похідних,
- розв'язувати задачі для рівняння струни за допомогою аналітичних і геометричних методів,
- визначати тип рівнянь другого порядку, лінійних в головній частині, в точці і на площині,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з неоднорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння теплопровідності однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з неоднорідними крайовими умовами,
- знаходити потенціали: об'ємні, поверхневі простого і подвійного шарів по заданому розподілу зарядів,
- застосовувати метод потенціалів до розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона,
- розв'язувати задачу Коші для однорідного і неоднорідного рівняння теплопровідності,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в прямокутних областях,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в кругових областях,
- застосовувати метод функцій Гріна.

#### 4. Загальні і фахові компетентності

- |   |
|---|
| <p>ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p>ЗК-2. Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК-4. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.</p> |
|---|

ФК-1. Наявність системи наукових знань із дисциплін фундаментальної та професійної підготовки та здатність до її застосування на практиці.  
 ФК-2. Володіння спеціальною професійною термінологією та уміння її використовувати і передавати.  
 ФК-10. Здатність використовувати систематизовані теоретичні й практичні знання педагогіки, психології та методики математики та інформатики у вирішенні професійних завдань майбутнього вчителя.

## 5. Програмні результати навчання

РН-9. Володіти системою наукових знань із дисциплін фундаментальної та професійної підготовки та вміти застосовувати її на практиці.  
 РН-13. Виявляти готовність реалізувати рівневу та профільну диференціацію навчання математики.  
 РН-14. Виявляти готовність формувати і розвивати математичну та цифрову компетентність учнів.  
 РН-16. Розв'язувати задачі з математичною строгістю та математичними методами, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й існуючими проблемами.

## 6. Організація навчання

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	10
Практичні	20
Самостійна робота	60

Ознака дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс навчання	Семестр	Нормативна/вибіркова
014 Середня освіта (Математика), середня освіта (математика та інформатика)	перший (бакалаврський)	4-й	7(8)	вибіркова

## Тематика навчальної дисципліни

Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
Тема 1. Предмет рівнянь з частинними похідними. Основні поняття: рівняння з частинними похідними (рчп), порядок рчп, лінійне рчп, квазілінійне рчп, класичний розв'язок рчп, характеристичні поверхні (характеристики) рчп.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 2. Основні задачі теорії рчп. Коректність задач для рчп. Приклад Адамара.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 3. Класифікація рчп другого порядку, лінійних в головній частині, в точці (гіперболічні, параболічні, еліптичні рчп другого порядку).	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 4. Зведення до канонічного вигляду рчп другого порядку, лінійного в головній частині, на площині.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера. Метод біжучих хвиль.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 6. Перша та друга мішані задачі для напівобмеженої струни. Методи парного і непарного продовження. Метод біжучих хвиль для першої та другої мішаних задач з	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом

однорідними крайовими умовами.					
Контрольна робота					
Тема 7. Формули Кірхгофа розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для обмеженої струни. Задача Штурма-Ліувілля.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 9. Постановка першої та другої крайових задач, задачі Коші для рівняння теплопровідності.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності в обмежених та необмежених областях. Теореми єдиності розв'язку поставлених задач для рівняння теплопровідності. Теорема про стабілізацію розв'язків рівняння теплопровідності.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 11. Фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності. Інтеграл Пуассона. Принцип Дюамеля.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 12. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння теплопровідності.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття,		До наступного заняття за розкладом

			1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		
Контрольна робота					
Тема 13. Гармонічні функції. Зв'язок між аналітичними та гармонічними функціями.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 3 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 14. Формули Гріна. Лема про тепловий потік.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 15. Сферично симетричні розв'язки рівняння Лапласа. Фундаментальний розв'язок оператора Лапласа.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 16. Потенціали та їх властивості. Представлення функцій через потенціали.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 17. Теореми про середнє значення по сфері та по кулі для гармонічних функцій.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 18. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теорема єдиності розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 19. Функція Гріна для кулі. Формула Пуассона розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона в кулі.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Контрольна робота		[1-9]			
Тема 20. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в прямокутних областях.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1 год. практ. зан., 3 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом

Тема 21. Нерівність Харнака. Перша теорема Ліувіля.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 22. Оцінка похідних гармонічних функцій. Друга теорема Ліувіля.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 23. Лема про косу похідну. Теорема єдиності розв'язку задачі Неймана для рівняння Пуассона.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 24. Теорема про усувну особливість гармонічних функцій.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 25. Зовнішні задачі для рівняння Пуассона.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 26. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в кругових областях.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 27. Теорема про компактність сім'ї гармонічних функцій.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 28. Узагальнені розв'язки задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Лекція і практичне заняття	[1-9]	Підготуватися до практичного заняття, 1/2 лек. год., 1/2 год. практ. зан., 2 год. сам. роб.		
Контрольна робота					
Тестування/ колоквиум					
Підсумкове заняття					

## 7. Система оцінювання навчальної дисципліни

Загальна система оцінювання	Підсумкова оцінка з дисципліни є сумою оцінок за кожен з таких видів робіт: 1) активна робота на практичних заняттях, виконання домашніх завдань, виконання двох контрольних робіт, підсумковий контроль (залік), 2) активна робота на практичних заняттях, виконання домашніх завдань, виконання двох контрольних робіт, тестування/колоквіум, підсумковий контроль (екзамен).
Практичні заняття	Максимальна оцінка за активну і змістовну роботу на практичних заняттях становить 5 балів.
Виконання домашніх завдань	Максимальна оцінка за якісне і змістовне виконання домашніх завдань становить 5 балів.
Виконання контрольної роботи	Максимальна оцінка за якісне і змістовне виконання завдань контрольної роботи становить 45(15) балів.
Тестування/колоквіум	Максимальна оцінка за якісне і змістовне виконання завдань тестування/колоквіуму становить 10 балів.
Підсумковий контроль	Підсумкова оцінка визначається відповідно до поданої нижче таблиці оцінювання за різними шкалами (100-бальна, ECTS, національна).

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
80 – 89	<b>B</b>	добре	
70 – 79	<b>C</b>		

60 – 69	<b>D</b>	задовільно	
50 – 59	<b>E</b>		
26 – 49	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

## 8. Політика навчальної дисципліни

Програмою передбачено обов'язкове відвідування всіх видів занять, виконання всіх видів контролю у визначені терміни, а також самостійна робота студентів.

## 9. Рекомендована література

1. Бобик О. І., Бобик І.О., Литвин В.В. Рівняння математичної фізики (практикум). – Львів: Науковий світ, 2010
2. Положій Г.М. Рівняння математичної фізики. - Київ: Радянська школа, 1959
3. Диференціальні рівняння математичної фізики: навчальний посібник/ Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готинчан Т.І.-Чернівці: Рута, 2008
4. Перестюк М. О. Теорія рівнянь математичної фізики.- К:Либідь,2006
5. Іванчов М.І., Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних. Текст лекцій, Львів: Тріада плюс, 2004.
6. Гринців Н.М., Іванчов М.І., Пабірівська Н.В., Збірник задач з рівнянь у частинних похідних, Львів: ЛНУ, 2010
7. Courant, R. & Hilbert, D. Methods of Mathematical Physics, vol. II, New York: Wiley-Interscience, 1962

8. John. F. Partial Differential Equations (4th ed.), New York: Springer-Verlag, 1982

9. Roubíček, T. Nonlinear Partial Differential Equations with Applications (PDF), International Series of Numerical Mathematics, vol. 153 (2nd ed.), Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser, 2013

**Викладач \_\_\_\_\_ Казмерчук А. І.**