

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
КАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА**

Факультет математики та інформатики

Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**«Диференціальні моделі»**

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Освітні програми «Комп'ютерне моделювання та технології програмування»,  
«Прикладна математика»

Спеціальність F1 Прикладна математика

Галузь знань F Інформаційні технології

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол № 1 від 26 серпня 2025 р.

<b>1. Загальна інформація</b>			
<b>Назва дисципліни</b>	Диференціальні моделі		
<b>Рівень вищої освіти</b>	перший (бакалаврський)		
<b>Викладач (-і)</b>	Махней Олександр Володимирович		
<b>Контактний телефон викладача</b>	(0342)596027		
<b>Е-mail викладача</b>	oleksandr.makhnei@pnu.edu.ua		
<b>Формат дисципліни</b>	очний		
<b>Обсяг дисципліни</b>	3 кредити ЄКТС, 90 год.		
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	d-learn.pnu.edu.ua		
<b>Консультації</b>	протягом семестру згідно з розкладом консультацій		
<b>2. Анотація до навчальної дисципліни</b>			
Предметом вивчення навчальної дисципліни є прикладні задачі фізики, геометрії, хімії, біології, які приводять до звичайних диференціальних рівнянь. Навчальна дисципліна «Диференціальні моделі» є дисципліною за вибором студента для підготовки бакалавра зі спеціальності «Прикладна математика». Знання, набуті студентами з цієї дисципліни, будуть потрібні їм для виконання наукових і прикладних досліджень, можуть застосовуватись майбутніми фахівцями для математичного моделювання з допомогою диференціальних рівнянь різних об'єктів, явищ і процесів. Вивчення дисципліни ґрунтується на курсах математичного аналізу, диференціальних рівнянь та фізики.			
<b>3. Мета та цілі навчальної дисципліни</b>			
Мета викладання навчальної дисципліни: формування у студентів навиків розв'язування задач природничих наук, які зводяться до звичайних диференціальних рівнянь. Завдання вивчення навчальної дисципліни: навчити студентів складати диференціальні моделі для задач фізики, механіки, хімії, біології, економіки, військової справи і з їх допомогою отримувати відповіді на поставлені запитання.			
<b>4. Загальні і фахові компетентності</b>			
Здатність складати диференціальні моделі на основі законів фізики, хімії, екології, геометрії. Здатність знаходити розв'язки задач, що приводять до диференціальних моделей.			
<b>5. Програмні результати навчання</b>			
Вміти застосовувати диференціальні моделі до моделювання різних явищ і процесів.			
<b>6. Організація навчання</b>			
Обсяг навчальної дисципліни			
Вид заняття		Загальна кількість годин	
лекції		10	
семінарські заняття / практичні / лабораторні		20	
самостійна робота		60	
Ознаки навчальної дисципліни			
Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативна / вибіркова
4	F1 Прикладна математика	2	вибіркова
Тематика навчальної дисципліни			
Тема, план		кількість годин	
		лекції	сам. робота
Тема 1. <b>Задачі механіки, які приводять до диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними</b> Складання диференціальних рівнянь за умовами прикладних задач. Прямолінійний горизонтальний рух: сила залежить від часу; сила залежить від координати точки; сила залежить від швидкості при опорі, пропорційному швидкості. Прямолінійний горизонтальний рух: сила залежить від швидкості при опорі, пропорційному		2	4
		4	12

квадрату швидкості. Падіння тіл під дією сили ваги. Падіння тіл при опорі середовища, пропорційному квадрату швидкості. Рівняння Мещерського. Прямолінійний рух ракети в порожнечі.			
<b>Тема 2. Задачі фізики, які приводять до диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними</b> Витікання води з посудини через невеликий отвір. Одночасне наповнення посудини і витікання з неї рідини. Витікання рідини з великою в'язкістю. Охолодження тіла. Теплопередача через стінку. Вентиляція приміщення. Іонізація газу. Розчинення речовини.	2	2	8
<b>Тема 3. Задачі хімії, біології, економіки, геометрії, які приводять до диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними</b> Хімічні реакції. Екологія популяцій. Прогноз зростання населення. Зростання грошових вкладів.	–	2	4
<b>Тема 4. Задачі, які приводять до різних диференціальних рівнянь першого порядку</b> Однорідні диференціальні рівняння: геометричні задачі. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку: перехідний процес в електричному колі. Геометричні задачі, що приводять до рівнянь Бернуллі та Клеро.	2	2	8
<b>Тема 5. Задачі, які приводять до неповних диференціальних рівнянь другого порядку</b> Сковзання тіла по похилій площині. Рух тіла по горизонтальній поверхні при опорі, пропорційному силі ваги. Перехідна крива залізничної колії. Прогин балок. Консолі. Відстань між фермами залізничного моста. Прогин балки на двох опорах під власною вагою.	2	2	8
<b>Тема 6. Задачі, які приводять до диференціальних рівнянь вигляду <math>y'' = f(x, y')</math></b> Рівновага важкої нитки. Криволінійний рух. Вільні та вимушені коливання механічних систем. Математичний маятник. Коливання при наявності опору. Резонанс. Розподіл тепла у стрижні. Поздовжній згин прямого стрижня. Горизонтальне сковзання ланцюга.	–	2	4
<b>Тема 7. Задачі, які приводять до систем диференціальних рівнянь</b> Задача про розклад речовини. Політ тіла, кинутого під кутом до горизонту. Скидання вантажу з літака. Задача пошуку. Модель бойових дій між регулярними військами. Модель бойових дій між партизанськими з'єднаннями. Модель бойових дій між партизанами і регулярними військами.	2	2	8
<b>Тема 8. Повторення матеріалу і контрольна робота</b>	–	4	8
Заг.:	10	20	60
<b>7. Система оцінювання навчальної дисципліни</b>			
Загальна система оцінювання навчальної дисципліни	Система оцінювання навчальної дисципліни здійснюється згідно з критеріями оцінювання навчальних досягнень студентів, що регламентовані в університеті. Підсумкова оцінка складається з оцінок, отриманих протягом семестру, і становить максимум 100 балів.		
Вимоги до письмових робіт	Передбачено одну контрольну роботу, яка оцінюється за шкалою від 0 до 65 балів. Передбачено тестування, яке оцінюється за шкалою від 0 до 20 балів.		

Практичні заняття	Оцінюється відвідуваність усіх занять і робота на заняттях упродовж семестру за 15-бальною шкалою.
Умови допуску до підсумкового контролю	Залік виставляється за результатами навчання студентів протягом семестру. Мінімальна кількість балів для позитивного зарахування курсу – 50 балів.

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	<b>A</b>	зараховано
80 – 89	<b>B</b>	
70 – 79	<b>C</b>	
60 – 69	<b>D</b>	
50 – 59	<b>E</b>	
25 – 49	<b>FX</b>	незараховано

### 8. Політика навчальної дисципліни

Загальна максимальна сума балів, яка присвоюється студентові за вивчення навчальної дисципліни, становить 100 балів – сума балів за виконання контрольної роботи, роботу на практичних заняттях, відвідування навчальних занять та бали, отримані під час тестування.

При виставленні рейтингового підсумкового балу обов'язково враховується присутність студента на заняттях (у тому числі на лекційних), активність студента під час практичних занять, наявність пропусків без поважних причин, користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час опитування та виконання письмових завдань, списування та плагіат, а також результати відпрацювання пропущених з поважної причини занять.

Дотримання академічної доброчесності студентами передбачає:

- самостійне виконання навчальних завдань;
- посилення на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей;
- надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використані методики досліджень і джерела інформації.

За порушення академічної доброчесності здобувачі освіти можуть бути притягнені до повторного виконання контрольної роботи чи повторного проходження тестування.

Відвідування всіх занять оцінюється за 10-бальною шкалою. Всі практичні роботи мають бути виконані і захищені навіть у випадку пропуску відповідних занять.

Результати неформальної освіти зараховується згідно з «Положенням про визнання результатів навчання, здобутих шляхом неформальної освіти в Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника» [https://efund.pnu.edu.ua/wp-content/uploads/sites/172/2023/05/02-07.33\\_2022-polozhennia-pro-vyznannia-rezultativ-navchannia-zdobutykh-shliakhom-neformalnoi-osvity-v-prykarpatskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-vasylia-stefanyka.pdf](https://efund.pnu.edu.ua/wp-content/uploads/sites/172/2023/05/02-07.33_2022-polozhennia-pro-vyznannia-rezultativ-navchannia-zdobutykh-shliakhom-neformalnoi-osvity-v-prykarpatskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-vasylia-stefanyka.pdf)

### 9. Рекомендована література

1. Махней О.В. Математичне моделювання. Івано-Франківськ : Супрун В. П., 2015. 372 с.
2. Amel'kin V.V. Differential Equations in Applications. Moscow : Mir, 1987. 286 p.
3. Braun M. Differential equations and their applications. New York; Springer-Verlag, 1978. 520 p.
4. Chicone C. Ordinary Differential Equations with Applications. Springer, 2006. 638 p.
5. Hsu S.-B. Ordinary differential equations with applications. World Scientific, 2013. 307 p.
6. Roberts C. Elementary Differential Equations: Applications, Models, and Computing. Chapman and Hall/CRC 2018. 535 p.

**Викладачі: Махней Олександр Володимирович,  
Казмерчук Анатолій Іванович**