

Міністерство освіти і науки України  
Державний вищий навчальний заклад «Прикарпатський національний  
університет імені Василя Стефаника»  
Факультет математики та інформатики  
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ**

Рівень вищої освіти Перший (бакалаврський)

Освітня програма Прикладна математика

Спеціальність 113 Прикладна математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол № 1 від 31 серпня 2021 р.

## Зміст

1. Загальна інформація
2. Анотація до навчальної дисципліни
3. Мета та цілі навчальної дисципліни
4. Загальні і фахові компетентності
5. Програмні результати навчання
6. Організація навчання
7. Система оцінювання навчальної дисципліни
8. Політика навчальної дисципліни
9. Рекомендована література

## 1. Загальна інформація

Назва дисципліни	Рівняння математичної фізики
Викладач	К. ф.-м. н., доцент Казмерчук А. І.
Контактний телефон	(0342)596027
E-mail	anatolii.kazmerchuk@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Очний
Обсяг дисципліни	6 кредитів ECTS
Посилання на сайт дистанційного навчання	<a href="http://seeq.pnu.edu.ua">seeq.pnu.edu.ua</a>
Консультації	Вівторок, 15 <sup>00</sup>

## 2. Анотація до навчальної дисципліни

У курсі навчальної дисципліни вивчаються основні крайові задачі для рівнянь математичної фізики; теорія задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською; класифікація рівнянь у частинних похідних другого порядку, лінійних в головній частині; аналітичні та геометричні методи розв'язування задач для рівнянь гіперболічного типу; аналітичні методи розв'язування задач для рівнянь параболічного та еліптичного типів.

## 3. Мета та цілі навчальної дисципліни

Викласти теорію математичних моделей фізичних явищ, а саме, вивчення основних крайових задач для рівнянь математичної фізики сформувати у студентів розуміння, знання і навичок щодо постановок та методики розв'язання задач рівнянь математичної фізики.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

- постановки основних задач для рівнянь математичної фізики,
- теорію задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською,
- класифікацію рівнянь у частинних похідних другого порядку, лінійних в головній частині,
- метод біжучих хвиль для рівняння струни,
- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння коливання струни,
- формули розв'язків задачі Коші для хвильового рівняння,
- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності,
- формулу розв'язків задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі,
- теорію гармонічних функцій,
- метод Фур'є,

- властивості розв'язків задачі Штурма-Ліувілля,
- теорію крайових задач для рівняння Пуассона,
- теорію узагальнених розв'язків задачі Діріхле для рівняння Пуассона,
- принцип максимуму для рівняння теплопровідності.

**вміти:**

- ставити задачі для рівнянь математичної фізики,
- розв'язувати простіші рівняння у частинних похідних,
- розв'язувати задачі для рівняння струни за допомогою аналітичних і геометричних методів,
- визначати тип рівнянь другого порядку, лінійних в головній частині, в точці і на площині,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з неоднорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння теплопровідності однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з неоднорідними крайовими умовами,
- знаходити потенціали: об'ємні, поверхневі простого і подвійного шарів по заданому розподілу зарядів,
- застосовувати метод потенціалів до розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона,
- розв'язувати задачу Коші для однорідного і неоднорідного рівняння теплопровідності,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в прямокутних областях,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в кругових областях,
- застосовувати метод функцій Гріна.

#### 4. Загальні і фахові компетентності

- |  |
|--|
| <p>ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК03. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).</p> <p>ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.</p> <p>ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> |
|--|

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язування прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК09. Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.

ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

## 5. Програмні результати навчання

РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь з частинними похідними, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

РН06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.

РН07. Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач.

## 6. Організація навчання

<b>Обсяг дисципліни</b>	
<b>Вид заняття</b>	<b>Загальна кількість годин</b>
Лекції	54
Практичні	52
Самостійна робота	74

<b>Ознака дисципліни</b>				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс навчання	Семестр	Нормативна/вибіркова
113 Прикладна математика Прикладна математика	перший (бакалаврський)	3-й	5,6-й	нормативна

<b>Тематика навчальної дисципліни</b>					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
Тема 1. Предмет рівнянь математичної фізики (рмф). Основні поняття: рівняння з частинними похідними (рчп), порядок рчп, лінійне рчп, квазілінійне рчп, класичний розв'язок рчп, характеристичні поверхні (характеристики) рчп.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 2 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 2. Основні задачі теорії рмф. Коректність задач для рмф. Приклад Адамара.	Лекція, практичне заняття	[4-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 3. Класифікація рчп другого порядку, лінійних в головній частині, в точці (гіперболічні, параболічні, еліптичні рчп другого порядку).	Лекція, практичне заняття	[4-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом

Тема 4. Зведення до канонічного вигляду рчп другого порядку, лінійного в головній частині, на площині.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 2 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Контрольна робота №1				1	
Тема 5. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера. Метод біжучих хвиль.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 6. Перша та друга мішані задачі для напівобмеженої струни. Методи парного і непарного продовження. Метод біжучих хвиль для першої та другої мішаних задач з однорідними крайовими умовами.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 7. Формули Кірхгофа розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для обмеженої струни. Задача Штурма-Ліувілля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 2 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 9. Постановка першої та другої крайових задач, задачі Коші для рівняння теплопровідності.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності в обмежених та необмежених областях. Теореми єдиності розв'язку поставлених	Лекція, практичне заняття	[4-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан.,		До наступного заняття за розкладом

задач для рівняння теплопровідності. Теорема про стабілізацію розв'язків рівняння теплопровідності.			3 год сам. роб.		
Тема 11. Фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності. Інтеграл Пуассона. Принцип Дюамеля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 2 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 12. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння теплопровідності.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Контрольна робота №2				1	
Тема 13. Гармонічні функції. Зв'язок між аналітичними та гармонічними функціями.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 14. Формули Гріна. Лема про тепловий потік.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 2 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 15. Сферично симетричні розв'язки рівняння Лапласа. Фундаментальний розв'язок оператора Лапласа.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 1 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 16. Потенціали та їх властивості. Представлення функцій через потенціали.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 17. Теореми про середнє значення по сфері	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал,		До наступного

та по кулі для гармонічних функцій.			підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 2 год сам. роб.		заняття за розкладом
Тема 18. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теорема єдиності розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 19. Функція Гріна для кулі. Формула Пуассона розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона в кулі.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 1 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Контрольна робота № 3				1	
Тема 20. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в прямокутних областях.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 2 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 21. Нерівність Харнака. Перша теорема Ліувіля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 22. Оцінка похідних гармонічних функцій. Друга теорема Ліувіля.	Лекція, практичне заняття	[4-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 23. Лема про косу похідну. Теорема єдиності розв'язку задачі Неймана для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[4-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 2 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом

Тема 24. Теорема про усунув особливості гармонічних функцій.	Лекція, практичне заняття	[4-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 25. Зовнішні задачі для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 2 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 26. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в кругових областях.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 27. Теорема про компактність сім'ї гармонічних функцій.	Лекція, практичне заняття	[4-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 1 год. лек, 1 год. практ. зан., 2 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 28. Узагальнені розв'язки задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[4-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 1 год. лек, 1 год. практ. зан., 3 год сам. роб.		
Контрольна робота № 4				<b>1</b>	
Підсумкове заняття					

## 7. Система оцінювання навчальної дисципліни

Загальна система оцінювання	Підсумкова оцінка з дисципліни є сумою оцінок за кожен з таких видів робіт: активна робота на практичних заняттях, виконання домашніх завдань, виконання контрольних робіт, підсумковий контроль (залік, іспит).
-----------------------------	--

	Підсумкова оцінка визначається відповідно до поданої нижче таблиці оцінювання за різними шкалами (100-бальна, ECTS, національна).
Практичні заняття	Максимальна оцінка за активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях становить 5 балів.
Виконання домашніх завдань	Максимальна оцінка за якісне і змістовне виконання домашніх завдань становить 5 балів.
Виконання контрольних робіт	Максимальна оцінка за якісне і змістовне виконання завдань контрольної роботи становить 45 (10) балів.
Умови допуску до підсумкового контролю (екзамену)	Загальна кількість балів за навчальну (аудиторну) і самостійну (практикум) роботу становить не менше 25 балів.
Підсумковий контроль (екзамен)	Кожний варіант екзаменаційного білета містить два теоретичних і одне якісне практичне завдання. Максимальна оцінка за підсумковий контроль становить 50 балів.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
80 – 89	<b>B</b>	добре	
70 – 79	<b>C</b>		
60 – 69	<b>D</b>	задовільно	
50 – 59	<b>E</b>		

26 – 49	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

## 8. Політика навчальної дисципліни

Програмою передбачено обов'язкове відвідування всіх видів занять, виконання всіх видів контролю у визначені терміни, а також самостійна робота студентів.

## 9. Рекомендована література

1. Бобик О. І., Бобик І.О., Литвин В.В. Рівняння математичної фізики (практикум). –Львів: Науковий світ – 2000, 2010
2. Положій Г.М. Рівняння математичної фізики. - Київ: Радянська школа, 1959
3. Диференціальні рівняння математичної фізики: навчальний посібник/  
Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готинчан Т.І.-Чернівці: Рута, 2008
4. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. - Москва:Наука,1983
5. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.-Москва:Наука, 2003
6. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики.-Москва:Главиздат, 1953
7. Перестюк М. О. Теорія рівнянь математичної фізики.- К:Либідь,2006
8. Соболев С.Л. Уравнения математической физики.-Москва:Наука, 1966
9. Михлин С.Г. Курс математической физики.-С-Пб:Лань,2002
10. Курант Р. Уравнения с частными производными, перев. с англ., М:Мир,1964

11. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики.-  
М:Наука,1975

12. Сборник задач по уравнениям математической физики под ред. В.С.  
Владимирова-М:Наука,1982

13. Будаг Б.М. Сборник задач по уравнениям математической физики.-  
М:Государственное издательство технико-теоретической литературы,1972

**Викладач \_\_\_\_\_ Казмерчук А. І.**