

Міністерство освіти і науки України  
Державний вищий навчальний заклад  
«Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника»

Факультет математики та інформатики  
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ І ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**

**Освітня програма:** Прикладна математика

**Спеціальність:** 113 Прикладна математика

**Галузь знань:** 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол №1 від 31 серпня 2021 р.

## **ЗМІСТ**

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Компетентності
5. Результати навчання
6. Організація навчання курсу
7. Система оцінювання курсу
8. Політика курсу
9. Рекомендована література

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

Назва дисципліни	Методи оптимізації і дослідження операцій
Викладач(-і)	Мазуренко В.В.
Контактний телефон	(0342)596027
E-mail	<a href="mailto:viktor.mazurenko@pnu.edu.ua">viktor.mazurenko@pnu.edu.ua</a>
Профайл	<a href="http://mazurenko.pnu.edu.ua">mazurenko.pnu.edu.ua</a>
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	9 кредитів
Посилання на сайт дистанційного навчання	<a href="https://classroom.google.com/c/MTU4ODIzNjl0MDUy">classroom.google.com/c/MTU4ODIzNjl0MDUy</a>
Консультації	Четвер, 15 <sup>00</sup>

## 2. АНОТАЦІЯ ДО КУРСУ

Чому фахівці з різних галузей змушені вдаватися до математичних методів оптимального планування і дослідження операцій? Як від суто прикладної задачі перейти до її математичної моделі і як після розв'язання моделі повернутися назад? Як здійснити ефективний вибір методу розв'язання моделі? Наскільки адекватна отримана модель реальному об'єкту? Які проблеми при цьому виникають і як їх вирішувати? У чому логіка логістики? На ці і багато інших питань бакалаври спеціальності 113 Прикладна математика отримають відповіді у курсі «Методи оптимізації і дослідження операцій».

Гармонійне поєднання в цьому курсі математичного аспекту (теорія оптимізації) з прикладним (дослідження операцій) робить його однаково привабливим як для теоретиків, так і для практиків.

## 3. МЕТА ТА ЦІЛІ КУРСУ

Ознайомити студентів з методами розв'язування неперервних і дискретних задач оптимізації і дослідження операцій; показати значні можливості застосування методів оптимізації до розв'язування прикладних задач з економіки, техніки, механіки, природознавства та інших галузей поза математикою; сформулювати у студентів уявлення про принципи і методи математичного моделювання і дослідження операцій.

#### **4. КОМПЕТЕНТНОСТІ**

Відповідно до освітньо-професійної програми «Прикладна математика» для першого (бакалаврського) рівня вищої освіти:

- ЗК02.** Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- ФК01.** Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.
- ФК02.** Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.
- ФК03.** Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язування прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.
- ФК04.** Здатність розробляти алгоритми та структури даних, програмні засоби та програмну документацію.
- ФК09.** Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач з допомогою спеціалізованих програмних засобів.
- ФК13.** Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук і збір необхідних вихідних даних.
- ФК14.** Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

#### **5. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ**

- РН01.** Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.
- РН03.** Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формувати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.
- РН05.** Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.
- РН06.** Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.
- РН10.** Володіти методиками вибору раціональних методів та алгоритмів розв'язання математичних задач оптимізації, дослідження операцій, оптимального керування і прийняття рішень, аналізу даних.
- РН12.** Розв'язувати окремі інженерні задачі та/або задачі, що виникають принаймні в одній предметній галузі: в соціології, економіці, екології та медицині.

## 6. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ КУРСУ

Обсяг курсу	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	44
Практичні	46
Самостійна робота	180

Ознаки курсу				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/ вибіркова
113 Прикладна математика	Бакалавр	3 <sup>ий</sup>	5 <sup>ий</sup> – 6 <sup>ий</sup>	нормативна

### Тематика курсу (5 семестр)

Тема, план	Форма за- няття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін ви- конання
<b>Математичні моделі оптимізаційних задач</b> - короткий історичний екскурс в теорію оптимізації і дослідження операцій (с. р.) - поняття про задачі оптимізації і дослідження операцій - предмет і методика операційного дослідження - формалізація оптимізаційної задачі та її математична модель - класифікація оптимізаційних задач	лекція	[1–3]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 2 ауд. год., 4 год. с. р.	–	1ий тиждень
<b>Формалізація оптимізаційних задач та побудова їх математичних моделей</b>	практичне	[5, 9, 10]	Будувати математичні моделі оптимізаційних задач, 2 ауд. год., 4 год. с. р.		1ий тиждень
<b>Методи лінійного програмування (планування)</b> - математичні моделі задач лінійного програмування (ЗЛП) - метод Жордана-Гауса розв'язування СЛАР - геометричне тлумачення і графічний метод розв'язування ЗЛП, візуалізація у динамічному геометричному середовищі GeoGebra - властивості ЗЛП - прямий симплекс-метод для канонічних ЗЛП - М-метод штучного базису для основних ЗЛП - модифікований симплекс-метод (с. р.)	лекція	[1–4]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 8 ауд. год., 8 год. с. р.	–	2ий – 5ий тижні
<b>Застосування методів лінійного програмування</b>	практичне	[5, 9, 10]	Розв'язати ЗЛП графічним, прямим симплексним і М-методом,		2ий – 5ий тижні

			8 ауд. год., 8 год. с. р.		
<b>Теорія двоїстості в лінійному програмуванні</b> - правила побудови двоїстих ЗЛП - основні теореми двоїстості - зв'язок між псевдопланами прямої і опорними планами двоїстої задач - двоїстий симплекс-метод для псевдоканонічних ЗЛП - комбінований (узагальнений) симплекс-метод для майже канонічних ЗЛП - економічне тлумачення двоїстих змінних (с. р.)	лекція	[1–4]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 6 ауд. год., 6 год. с. р.	–	6ий – 8ий тижні
<b>Застосування методів теорії двоїстості</b>	практичне	[5, 9, 10]	Побудувати двоїсту ЗЛП і застосувати основні теореми двоїстості. Розв'язати ЗЛП двоїстим і комбінованим симплекс-методами, 6 ауд. год., 6 год. с. р.		6ий – 8ий тижні
<b>Методи параметричного програмування</b> - математичні моделі задач лінійного параметричного програмування - методи розв'язування ЗЛП з параметром у цільовій функції або/і з параметром в обмеженнях - візуалізація у динамічному геометричному середовищі GeoGebra	сам. роб.	[9]	Опрацювати матеріал за рекомендованою літературою, 6 год. с. р.	–	6ий – 8ий тижні
<b>Тематичний контроль</b>	контрольна робота	[1–5, 9, 10]	Підготовка до к. р., 6 год. с. р. Індивід. завдання, 2 ауд. год.	30	9ий тиждень
<b>Транспортні задачі за критерієм вартості</b> - математичні моделі транспортних задач (ТЗ) за критерієм вартості - властивості збалансованої моделі ТЗ - методи відшукування початкового опорного плану ТЗ:	лекція	[1–4, 6]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 8 ауд. год., 8 год. с. р.	–	9ий – 12ий тижні

північно-західного кута, найменшої вартості, подвійної переваги, апроксимації (Фогеля, Рассела) - методи розв'язування ТЗ: потенціалів і угорський					
<b>Застосування методів логістики за критерієм вартості</b>	практичне	[5, 9, 10]	Розв'язати ТЗ за критерієм вартості методами потенціалів і угорським, 6 ауд. год., 6 год. с. р.		10 <sup>ий</sup> – 12 <sup>ий</sup> тижні
<b>Спеціальні транспортні задачі за критерієм вартості</b> - незбалансована (відкрита) ТЗ - ТЗ із заборонами - ТЗ із визначеними (мінімальними) обсягами деяких перевезень - ТЗ з обмеженими пропускними здатностями - триіндексна ТЗ (з проміжними пунктами)	лекція	[1, 3, 4, 6]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 4 ауд. год., 6 год. с. р.	–	13 <sup>ий</sup> – 14 <sup>ий</sup> тижні
<b>Застосування спеціальних методів логістики за критерієм вартості</b>	практичне	[9, 10]	Розв'язати спеціальні моделі ТЗ за критерієм вартості, 4 ауд. год., 4 год. с. р.		13 <sup>ий</sup> – 14 <sup>ий</sup> тижні
<b>Транспортні задачі за критерієм часу</b> - математичні моделі ТЗ за критерієм часу - два алгоритми розв'язування, що ґрунтуються на ідеях методу потенціалів і угорського методу	лекція	[1, 4]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою 2 ауд. год., 4 год. с. р.	–	15 <sup>ий</sup> тиждень
<b>Застосування методів логістики за критерієм часу</b>	практичне	[10]	Розв'язати ТЗ за критерієм часу, 2 ауд. год., 4 год. с. р.		15 <sup>ий</sup> тиждень
<b>Тематичний контроль</b>	контрольна робота	[1–6, 9, 10]	Підготовка до к. р., 6 год. с. р. Індивід. завдання, 2 ауд. год.	30	16 <sup>ий</sup> тиждень
<b>Практикум з лінійного програмування</b>	сам. роб.	[1–6, 9, 10]	Індивідуальні завдання, 12 год. с. р.	20	10 <sup>ий</sup> – 16 <sup>ий</sup> тижні
<b>Тематичний контроль</b>	тест	[1–6, 9, 10]	Підгот. до тесту, 12 год. с. р.	20	16 <sup>ий</sup>



			Індивід. завдання, 2 ауд. год.		тиждень
<b>Проміжний контроль</b>	залік			100	

<b>Тематика курсу (6 семестр)</b>					
Тема, план	Форма за- няття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін ви- конання
<b>Методи цілочислового програмування</b> - математичні моделі задач цілочислового програмування (ЗЦП) - цілочислові ЗЛП, графічний метод їх розв'язання, візуалізація у динамічному геометричному середовищі GeoGebra - перший алгоритм методу Гоморі для повністю цілочислових ЗЛП - другий алгоритм методу Гоморі для частково цілочислових ЗЛП - третій алгоритм методу Гоморі для повністю цілочислових псевдоканонічних ЗЛП з цілими коефіцієнтами - метод гілок і меж: алгоритм методу Ленд-Дойг для ЦЗЛП (с. р.)	лекція	[1–4, 7]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 4 ауд. год., 2 год. с. р.	–	1ий – 2ий тижні
<b>Застосування методів цілочислового програмування</b>	практичне	[5, 9, 10]	Розв'язати ЦЗЛП графічним методом і методом Гоморі, 4 ауд. год., 2 год. с. р.		2ий – 3ий тижні
<b>Методи дискретного програмування</b> - математичні моделі задач дискретного програмування (ЗДП)	лекція	[1–3, 7]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою,	–	4ий тиждень

- графічний метод розв'язання ЗДП, візуалізація у динамічному геометричному середовищі GeoGebra - метод Дальтона-Ллевеліна для дискретних ЗЛП - задача про призначення: угорський метод - метод гілок і меж: алгоритм методу Літтла для задачі комівояжера (с. р.)			2 ауд. год., 4 год. с. р.		
<b>Застосування методів дискретного програмування</b>	практичне	[5]	Розв'язати ЗДП методом Дальтона-Ллевеліна та угорським методом 4 ауд. год., 4 год. с. р.		4 <sup>ий</sup> – 5 <sup>ий</sup> тижні
<b>Оптимізація на графах і в мережах</b> - основні поняття теорії графів і мереж - задача про найкоротший каркас: алгоритми Краскала і Пріма. - задача про максимальний потік і мінімальний розріз: алгоритм Форда-Фалкерсона. - задача про найкоротший шлях: алгоритми Дейкстри і Беллмана-Форда - алгоритми Флойда-Уоршола і Данціга пошуку всіх найкоротших шляхів	сам. роб.	[8]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 6 год. с. р.	–	5 <sup>ий</sup> – 6 <sup>ий</sup> тижні
<b>Тематичний контроль</b>	контрольна робота	[1–5, 7–10]	Підготовка до к. р., 4 год. с. р. Індивід. завдання, 2 ауд. год.	15	6 <sup>ий</sup> тиждень
<b>Методи дробово-лінійного програмування</b> - математичні моделі задач дробово-лінійного програмування (ЗДЛП) - геометричне тлумачення і графічний метод розв'язування ЗДЛП, візуалізація у динамічному геометричному середовищі GeoGebra - зведення ЗДЛП до ЗЛП	лекція	[3]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 2 ауд. год.	–	7 <sup>ий</sup> тиждень

<b>Застосування методів дробово-лінійного програмування</b>	практичне	[9]	Розв'язати ЗДЛП графічним методом і зведенням до ЗЛП 2 ауд. год., 2 год. с. р.	7ий тиждень
<b>Методи нелінійного програмування</b> - математичні моделі задач нелінійного програмування (ЗНЛП) - геометричне тлумачення і графічний метод розв'язування ЗНЛП, візуалізація у динамічному геометричному середовищі GeoGebra - необхідні та достатні умови екстремуму функцій багатьох змінних - метод множників Лагранжа для ЗНЛП з обмеженнями типу рівностей - метод множників Лагранжа для ЗНЛП з обмеженнями типу рівностей і нерівностей (с. р.)	лекція	[1–3]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 4 ауд. год., 2 год. с. р.	8ий – 9ий тижні
<b>Застосування методів нелінійного програмування</b>	практичне	[5, 9]	Розв'язати ЗНЛП графічним методом і методом множників Лагранжа, 2 ауд. год., 4 год. с. р.	9ий тиждень
<b>Методи опуклого програмування</b> - математичні моделі задач опуклого програмування (ЗОП) - поняття про опуклі множини і функції, теореми віддільності - опуклі задачі без обмежень і з обмеженнями - задача опуклого програмування, теорема Куна-Таккера - задача квадратичного програмування (ЗКП)	лекція	[1–3]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 2 ауд. год., 2 год. с. р.	10ий тиждень
<b>Застосування методів нелінійного програмування</b>	практичне	[5, 9]	Розв'язати ЗОП і ЗКП, 2 ауд. год., 2 год. с. р.	11ий тиждень

<b>Тематичний контроль</b>	контрольна робота	[1–3, 5, 9]	Підготовка до к. р., 4 год. с. р. Індивід. завдання, 2 ауд. год.	15	12 <sup>ий</sup> тиждень
<b>Практикум з дискретного програмування</b>	сам. роб.	[1–5, 7–10]	Індивідуальні завдання, 6 год. с. р.	10	11 <sup>ий</sup> – 13 <sup>ий</sup> тижні
<b>Тематичний контроль</b>	тест	[1–6, 9, 10]	Підгот. до тесту, 6 год. с. р. Індивід. завдання, 2 ауд. год.	10	13 <sup>ий</sup> тиждень
<b>Підсумковий контроль</b>	іспит	[1–5, 7–10]	Підгот. до іспиту, 10 год. с. р. Індивід. завдання, 2 ауд. год.	50	17 <sup>ий</sup> тиждень

## 7. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ КУРСУ

<p>Загальна система оцінювання</p>	<p>Підсумкова оцінка з дисципліни у відповідному семестрі є сумою оцінок за кожен з таких видів робіт: аудиторна робота (активна робота на практичних заняттях), самостійна робота (практикум з лінійного/дискретного програмування та опрацювання окремих тем), тематичний контроль (дві контрольні роботи і тест), іспит. Підсумкова оцінка визначається відповідно до поданої нижче таблиці оцінювання за різними шкалами (100-бальна, ECTS, національна).</p>
<p>Аудиторна робота</p>	<p>Максимальна оцінка за активну і змістовну участь у розв'язуванні оптимізаційних задач на практичних заняттях становить 5 балів.</p>
<p>Самостійна робота</p>	<p>Практикум з лінійного/дискретного програмування містить по 5 завдань у кожному з 25 варіантів. Максимальна оцінка за виконання і захист завдань практикуму становить 20/10 балів.</p>
<p>Тематичний контроль</p>	<p>Кожен варіант кожної з чотирьох контрольних робіт містить відповідну кількість завдань (KP1 – 4 завдання, KP2 – 2 завдання, KP3 – 3 завдання, KP4 – 3 завдання) на застосування відповідно методів лінійного програмування, логістики, дискретного програмування, нелінійного програмування. Максимальна оцінка за кожну з 2-х перших та 2-х останніх контрольних робіт становить відповідно по 30 та по 15 балів.</p> <p>Тест з лінійного/нелінійного програмування містить від 12 до 15 завдань закритого типу на класифікацію математичних моделей оптимізаційних задач, розуміння понять, формулювання тверджень, аналіз методів і алгоритмів відшукування оптимального розв'язку. Максимальна оцінка за тест з лінійного/нелінійного програмування становить 20/10 балів.</p>
<p>Умови допуску до підсумкового контролю</p>	<p>Загальна кількість балів за аудиторну і самостійну роботу та поточний контроль становить не менше 50 у 5-му семестрі та не менше 25 у 6-му семестрі.</p>
<p>Підсумковий контроль</p>	<p>Кожен варіант екзаменаційного білета містить 8 основних (і 2 додаткових) питань на класифікацію математичних моделей оптимізаційних задач, розуміння понять, формулювання тверджень, аналіз методів і алгоритмів лінійного, дискретного і нелінійного програмувань. Максимальна оцінка за іспит становить 50 балів.</p>

## ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ: НАЦІОНАЛЬНА ТА ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проєкту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
80 – 89	<b>B</b>	добре	
70 – 79	<b>C</b>		
60 – 69	<b>D</b>	задовільно	
50 – 59	<b>E</b>		
26 – 49	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

### 8. ПОЛІТИКА КУРСУ

Усі види навчальної роботи слід виконувати вчасно, щоб зберегти загальний темп курсу, котрий сприяє ефективному засвоєнню матеріалу без шкоди здоров'ю. Наслідками пропущених занять без поважних причин, зазвичай, стають додаткові завдання для самостійної роботи.

При проходженні курсу вітаються комунікативність, активність, креативність, самостійність. Плагіат та інші види академічної недоброчесності не принесуть користі, тому є недоречними.

### 9. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Попов Ю.Д., Тюптя В.І., Шевченко В.І. Методи оптимізації. – К.: Ел.вид КНУ, 2003.
2. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: Підручник. – 7-е вид. - К.: Слово, 2006.
3. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування. – К.: КНЕУ, 2004.
4. Цегелик Г.Г. Лінійне програмування. – Львів: Світ, 1998.
5. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: Зб. задач. – К.: Слово, 2007.
6. Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б. Задачи линейного программирования транспортного типа. – М.: Наука, 1969.
7. Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю. Дискретное программирование. – М.: Наука, 1969.
8. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. – М.: Мир, 1981.
9. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособ. – 3-е изд. – СПб.: Лань, 2011.
10. Лунгу К.Н. Линейное программирование. Руководство к решению задач. – М.: Физматлит, 2005.

**Викладач** Мазуренко В.В.