

Міністерство освіти і науки України  
Державний вищий навчальний заклад  
«Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника»

Факультет математики та інформатики  
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
ТЕОРІЯ КЕРУВАННЯ

**Освітня програма:** Прикладна математика

**Спеціальність:** 113 Прикладна математика

**Галузь знань:** 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол №2 від 28 вересня 2020 р.

## **ЗМІСТ**

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Компетентності
5. Результати навчання
6. Організація навчання курсу
7. Система оцінювання курсу
8. Політика курсу
9. Рекомендована література

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

Назва дисципліни	Теорія керування
Викладач(-і)	Мазуренко В.В.
Контактний телефон	(0342)596027
E-mail	<a href="mailto:viktor.mazurenko@pnu.edu.ua">viktor.mazurenko@pnu.edu.ua</a>
Профайл	<a href="http://mazurenko.pnu.edu.ua">mazurenko.pnu.edu.ua</a>
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	6 кредитів
Посилання на сайт дистанційного навчання	<a href="https://classroom.google.com/c/MTY0NDUwNzA5MjU4">classroom.google.com/c/MTY0NDUwNzA5MjU4</a>
Консультації	Четвер, 15 <sup>00</sup>

## 2. АНОТАЦІЯ ДО КУРСУ

Чому фахівці з різних галузей змушені вдаватися до математичних методів оптимального керування складними системами? Прикладні задачі якого характеру є в центрі уваги теорії керування і в яких галузях поза математикою ця теорія має широкі застосування? Чому математичні моделі оптимального керування не вдається розв'язати методами варіаційного числення? Які проблеми при цьому виникають і як (якими двома підходами) їх можна вирішувати? На ці і багато інших питань студенти спеціальності Прикладна математика отримають відповіді у курсі «Теорія керування».

Гармонійне поєднання в цьому курсі математичного аспекту (теорія керування) з прикладним (дослідження операцій) робить його однаково привабливим як для теоретиків, так і для практиків.

## 3. МЕТА І ЦІЛІ КУРСУ

Формування у студентів «системного» мислення і усвідомлення необхідності застосування системного підходу при дослідженні математичних моделей оптимального керування динамічними процесами. Ознайомити студентів з принципом максимуму Понтрягіна і принципом оптимальності Беллмана як двома основними методами дослідження таких математичних моделей. Показати застосування методів теорії оптимального керування в економіці, техніці, механіці та інших галузях поза математикою.

#### 4. КОМПЕТЕНТНОСТІ

Відповідно до освітньо-професійної програми «Прикладна математика» для другого (магістерського) рівня вищої освіти:

- ЗК1.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до застосування теорії у практичних ситуаціях;
- ПК4.** Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язування практичних задач дослідження, моделювання, аналізу, керування, прийняття рішень;
- ПК8.** Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів;
- ПК9.** Здатність здійснювати формалізований опис задач дослідження операцій в соціально-економічних системах, визначати їх оптимальні рішення, будувати моделі оптимального вибору управління і оптимізувати процеси управління в системах різного призначення;
- ПК16.** Здатність використовувати методи системного аналізу та математичного моделювання для побудови моделей у галузях оптимізації і оптимального керування.

#### 5. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

- знати де виникають задачі варіаційного числення і оптимального керування динамічними процесами, основні етапи операційного дослідження (математичного моделювання) і основні принципи ефективної формалізації таких задач (**P4**);
- використовувати системний підхід при побудові математичних моделей прикладних задач оптимального керування (**P6**);
- класифікувати математичні моделі динамічних процесів оптимального керування, розуміти різницю між задачами варіаційного числення і задачами оптимального керування (**P4**);
- розуміти математичний апарат варіаційного числення і теорії керування, теоретичні основи методів оптимального керування – принципів максимуму Понтрягіна і оптимальності Беллмана, їх переваги, недоліки та умови застосовності (**P9, P10**);
- застосовувати набуті навички для моделювання та дослідження задач варіаційного числення і оптимального керування, зокрема задач стійкості, керованості, спостережуваності та ідентифікації систем керування (**P13**);
- аналізувати і узагальнювати отримані в процесі розв'язування розрахунки, а також тлумачити їх з погляду вихідної прикладної задачі (**P4**);

## 6. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ КУРСУ

Обсяг курсу	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	22
Практичні	22
Самостійна робота	136

Ознаки курсу				
Спеціальність	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/вибіркова
113 Прикладна математика	Магістр	1 <sup>ий</sup>	1 <sup>ий</sup>	нормативна

### Тематика курсу

Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
<b>Сильний і слабкий екстремуми функціоналу</b> - постановки прикладних варіаційних задач - поняття про функціонал, функціонали в лінійних нормованих просторах - перша і друга варіації функціоналу за Лагранжем, диференціали Фреше і Гато - сильний і слабкий екстремуми функціоналу, необхідні умови екстремуму - основні леми варіаційного числення	лекція	[1, 6, 7]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 4 ауд. год., 6 год. с. р.	–	1ий тиждень
<b>Функціонали в лінійних нормованих просторах</b>	практичне	[1, 9]	Знаходити відстань між кривими. Обчислювати першу і другу варіації функціоналів, 2 ауд. год, 6 год. с. р.	–	2ий тиждень
<b>Необхідні умови екстремуму</b> - найпростіша задача варіаційного числення, рівняння Ейлера-Лагранжа та його інтеграли - узагальнення найпростішої варіаційної задачі: у просторі вектор-функцій (система рівнянь Ейлера-Лагранжа), зі старшими похідними (рівняння Ейлера-Пуассона), з частинними похідними (рівняння Ейлера-Остроградського) - задача Больца та її узагальнення, умови трансверсальності - Елементарна задача варіаційного числення, природні крайові умови (с. р.)	лекція	[1, 6, 7]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 2 ауд. год., 8 год. с. р.	–	2ий тиждень

<b>Застосування необхідних умов екстремуму функціоналів варіаційних задач</b>	практичне	[1, 9]	Знаходити екстремалі найпростіших варіаційних задач, задач Больца та їх узагальнень, 4 ауд. год, 6 год. с. р.	–	3ий тиждень
<b>Достатні умови екстремуму</b> - умови Лежандра і Якобі - достатні умови слабкого екстремуму найпростішої варіаційної задачі - голкові варіації, умова Вейєрштраса - достатні умови сильного екстремуму найпростішої варіаційної задачі - необхідні та достатні умови екстремуму другого порядку в задачі Больца (с. р.)	лекція	[1, 6, 7]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 2 ауд. год., 10 год. с. р.	–	4ий тиждень
<b>Застосування достатніх умов екстремуму функціоналів варіаційних задач</b>	практичне	[1, 9]	Досліджувати на екстремум функціонали варіаційних задач, 2 ауд. год, 6 год. с. р.	–	4ий тиждень
<b>Тематичний контроль</b>	контрольна робота	[1, 6, 7, 9]	Підготовка до к. р., 8 год. с. р. Індивідуальні завдання, 2 ауд. год.	25	5ий тиждень
<b>Математичні моделі оптимального керування</b> - основні проблеми теорії керування, історичний екскурс - постановки прикладних задач оптимального керування - формалізація задачі оптимального керування - принципи керування і структурні схеми керованих систем - класифікація задач оптимального керування та їх перетворення	лекція	[1-3, 6, 7]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 2 ауд. год., 8 год. с. р.	–	5ий тиждень

<p><b>Принцип максимуму Понтрягіна</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- задача оптимального керування у формі Понтрягіна, принцип максимуму Понтрягіна</li> <li>- доведення принципу максимуму (с. р.)</li> <li>- принцип максимуму для задачі оптимальної швидкодії, оптимальний синтез (приклади Фельдбаума і Бушоу).</li> <li>- достатні умови оптимальності у формі принципу максимуму</li> <li>- принцип максимуму і необхідні умови екстремуму у варіаційному численні</li> <li>- принцип максимуму для задач оптимального керування з дискретним часом (с. р.)</li> </ul>	лекція	[1-3, 5-8]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 4 ауд. год., 10 год. с. р.	–	6ий – 7ий тижні
<p><b>Застосування принципу максимуму Понтрягіна</b></p>	практичне	[1, 2, 9]	Розв'язувати задачі оптимального керування з допомогою принципу максимуму, 6 ауд. год, 8 год. с. р.	–	6ий – 8ий тижні
<p><b>Принцип оптимальності Беллмана</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- принцип оптимальності і метод динамічного програмування для задачі оптимальної швидкодії</li> <li>- метод динамічного програмування для задач Больца, Лагранжа, Майєра</li> <li>- достатні умови оптимальності</li> <li>- зв'язок принципу максимуму з методом динамічного програмування</li> <li>- метод динамічного програмування для задач оптимального керування з дискретним часом, багатетапні процедури оптимального керування (с. р.)</li> <li>- задача про аналітичне конструювання лінійного регулятора</li> </ul>	лекція	[1-3, 5-8]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 4 ауд. год., 10 год. с. р.	–	8ий – 9ий тижні

<b>Застосування методу динамічного програмування</b>	практичне	[1, 2, 9]	Розв'язувати задачі оптимального керування методом динамічного програмування, 4 ауд. год, 6 год. с. р.	–	9 <sup>ий</sup> – 10 <sup>ий</sup> тижні
<b>Теорія керованості і спостережуваності</b> - постановка та дослідження задач керованості лінійних нестационарних і стаціонарних систем - спостережуваність в лінійних нестационарних і стаціонарних системах керування - принцип двоїстості		[4, 8]	Опрацювати матеріал лекції з рекомендованою літературою, 2 ауд. год., 8 год. с. р.	–	10 <sup>ий</sup> тиждень
<b>Застосування теорії керованості і спостережуваності</b>		[4, 8]	Досліджувати системи на керованість і спостережуваність, 2 ауд. год, 6 год. с. р.	–	10 <sup>ий</sup> тиждень
<b>Тематичний контроль</b>	контрольна робота	[1-9]	Підготовка до к. р., 8 год. с. р. Індивідуальні завдання, 2 ауд. год.	25	11 <sup>ий</sup> тиждень
<b>Підсумковий контроль</b>	іспит	[1–9]	Підготовка до іспиту, 22 год. с. р. Індивідуальні завдання, 2 ауд. год	50	17 <sup>ий</sup> тиждень

## 7. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ КУРСУ

Загальна система оцінювання	Підсумкова оцінка з дисципліни у відповідному семестрі є сумою оцінок за кожен з таких видів робіт: аудиторна робота (активна робота на практичних заняттях), самостійна робота (опрацювання окремих тем), тематичний контроль (дві контрольні роботи), іспит. Підсумкова оцінка визначається відповідно до поданої нижче таблиці оцінювання за різними шкалами (100-бальна, ECTS, національна).
Аудиторна і самостійна робота	Максимальна оцінка за активну і змістовну участь у розв'язуванні задач варіаційного числення і оптимального керування на практичних заняттях та опрацювання окремих тем становить 5 балів.
Тематичний контроль	Кожен варіант індивідуальних завдань 1 <sup>ої</sup> контрольної роботи містить 3 завдання на застосування методів варіаційного числення. Кожен варіант індивідуальних завдань 2 <sup>ої</sup> контрольної роботи містить 7 коротких завдань, що стосуються однієї математичної моделі системи оптимального керування. Максимальна оцінка за кожен з 2-х контрольних робіт становить 25 балів.
Умови допуску до підсумкового контролю	Загальна кількість балів за аудиторну і самостійну роботу та поточний контроль становить не менше 25 балів.
Підсумковий контроль	Кожен варіант екзаменаційного білета містить 7 основних (і кілька додаткових питань) на класифікацію математичних моделей задач варіаційного числення і оптимального керування, розуміння понять, формулювання тверджень, аналіз методів. Максимальна оцінка за іспит становить 50 балів.

### ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ: НАЦІОНАЛЬНА ТА ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
80 – 89	<b>B</b>	добре	
70 – 79	<b>C</b>		
60 – 69	<b>D</b>	задовільно	
50 – 59	<b>E</b>		
26 – 49	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

## 8. ПОЛІТИКА КУРСУ

Усі види навчальної роботи слід виконувати вчасно, щоб зберігати загальний темп курсу, котрий сприяє ефективному засвоєнню матеріалу без шкоди здоров'ю. Наслідками пропущених занять без поважних причин, зазвичай, стають додаткові завдання для самостійної роботи.

При проходженні курсу вітаються комунікативність, активність, креативність, самостійність. Плагіат та інші види академічної недоброчесності не принесуть користі, тому є недоречними.

## 9. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстрем. задачі. – К., 2003. – 380 с.
2. Перестюк М.О., Станжицький О.М., Капустян О.В. Задачі оптимального керування: Навч. посібн. – К.: ТВіМС, 2004. – 55 с.
3. Крак Ю.В., Лєвошич О.Л. Теорія керування: Навч. посіб. – К., 2001.
4. Кириченко М.Ф., Матвієнко В.Т. Аналіз і синтез керованих систем: Навч. пос. – К.: ВПЦ "КУ", 2000. – 53 с.
5. Арутюнов А.В., Магарил-Ильєв Г.Г., Тихомиров В.М. Принцип максимума Понтрягина. Доказательство и прилож. – М.: Факториал, 2006. – 144 с.
6. Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учеб. пособ. – М.: Изд-во МГТУ, 2006. – 488 с.
7. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2005. - 384 с.
8. Ким Д.П. Теория автоматического управления. – Т.2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. – М.: Физматлит, 2004. – 464 с.
9. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации: Теория, примеры, задачи. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2005. – 256 с.

**Викладач** Мазуренко В.В.