

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА**

Факультет/інститут математики та інформатики

Кафедра математичного та функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Методи функціонального аналізу в обчислювальній математиці

Освітня програма Бакалавр

Спеціальність 113 Прикладна математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від 27.08.2020 р.

ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Компетентності
5. Результати навчання
6. Організація навчання курсу
7. Система оцінювання курсу
8. Політика курсу
9. Рекомендована література

1. Загальна інформація	
Назва дисципліни	Функціональний аналіз та теорія міри
Рівень вищої освіти	Бакалавр
Викладач (-і)	Федак Іван Васильович
Контактний телефон викладача	0973577603
Е-mail викладача	ivan.fedak@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Лекції, практичні заняття, індивідуальні завдання у формі домашніх контрольних робіт, аудиторна контрольна робота
Обсяг дисципліни	180 год./6 кредитів
Посилання на сайт дистанційного навчання	
Консультації	Консультації проводяться в індивідуальному порядку щодо розв'язування окремих конкретних задач домашньої контрольної роботи або ж за вказаними контактним телефоном чи електронною поштою.
2. Анотація до курсу	
<p>У процесі свого розвитку людству доводилося вирішувати цілий ряд практичних задач, які виникали перед ними. Це сприяло і розвитку математичних теорій, які допомагали вирішувати такі проблеми. Зокрема, і появи апарату функціонального аналізу. У процесі вивчення дисципліни «Методи функціонального аналізу в обчислювальній математиці» студенти матимуть змогу ознайомитися з основними поняттями функціонального аналізу, їх властивостями та, що основне, можливостями застосування методів функціонального аналізу до розв'язування практичних задач, пов'язаних з наближеним розв'язуванням алгебраїчних рівнянь, систем лінійних рівнянь, диференціальних та інтегральних рівнянь, операторних рівнянь.</p>	
3. Мета та цілі курсу	
<p>Мета курсу: Ознайомити студентів з основними структурами функціонального аналізу, властивостями лінійних функціоналів та лінійних операторів та застосуваннями цих властивостей до розв'язування конкретних задач обчислювальної математики.</p> <p>Завдання курсу: Навчити студентів застосовувати методи функціонального аналізу до розв'язування конкретних задач як теоретичного, так практичного характеру в обчислювальній математиці.</p>	
4. Компетентності	
<p>Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язування прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.</p>	
5. Результати навчання	
<p>Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь з частинними похідними, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів. Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.</p>	

Будувати ефективні щодо точності обчислень, стійкості, швидкодії та витрат системних ресурсів алгоритми для чисельного дослідження математичних моделей та розв'язання практичних задач.

6. Організація навчання курсу

Обсяг курсу

Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	30 год.
семінарські заняття / практичні / лабораторні	30 год.
самостійна робота	120 год.

Ознаки курсу

Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний / вибірковий
6	Прикладна математика	3	вибіркова (вільного вибору студента)

Тематика курсу

Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
1. Множини та метричні простори 1. Множини та їх потужності. 2. Означення та приклади метричних просторів. 3. Відкриті і замкнені множини та поняття про топологічні простори. 4. Збіжність у метричних просторах.	Лекція (2 год.) +	[4] ст. 4 – 11, 14 - 22	Аналіз матеріалів теми (4 год.)	1	Тиждень 1
	Пр. зан. (2 год)	[4] ст. 12 – 13, 23	Індивідуальне завдання (4 год.)		
2. Міра множини 1. Міри прямокутника та елементарної множини. 2. Зовнішня міра множини та міра Жордана. 3.Продовження міри за Лебегом. 4. Поняття про σ - скінченні міри.	Лекція (2 год.) +	[4] ст. 24 – 31, 34 - 39	Аналіз матеріалів теми (4 год.)	1	Тиждень 2
	Пр. зан. (2 год)	[4] ст. 32 – 33, 40 - 41	Індивідуальне завдання (4 год.)		
3. Вимірні функції та їх властивості 1. Означення та приклади вимірних функцій. 2. Арифметичні дії над вимірними функціями. 3. Послідовності вимірних Функцій. 4. Збіжність за мірою, її зв'язок зі збіжністю майже скрізь.	Лекція (2 год.) +	[4] ст. 42 – 48	Аналіз матеріалів теми (4 год.)	1	Тиждень 3
	Пр. зан. (2 год)	[4] ст. 49 – 51	Індивідуальне завдання (4 год.)		
4. Інтеграл Лебега та його основні властивості 1. Означення інтеграла Лебега по множині скінченної міри. 2. Основні властивості інтеграла Лебега. 3. Теореми про граничний перехід під знаком інтеграла. 4. Зв'язок між інтегралами	Лекція (2 год.) +	[5] ст. 4 – 13	Аналіз матеріалів теми (4 год.)	1	Тиждень 4
	Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 14 – 16	Індивідуальне завдання (4 год.)		

Лебега та Рімана.					
5. Інші властивості інтеграла Лебега 1. Інтеграл Лебега як границя інтегральної суми. 2. Інтеграл Лебега по множині нескінченної міри. 3. Збіжність в середньому, її зв'язок з іншими видами збіжності. 4. Теорема Фубіні.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 17 – 24 [5] ст. 25 – 26	Аналіз матеріалів теми (4 год.) Індивідуальне завдання (4 год.)	1	Тиждень 5
6. Повні метричні простори та їх відображення 1. Означення та приклади повних метричних просторів. Теорема про вкладені кулі. 2. Відображення метричних просторів. Принцип стискаючих відображень. 3. Застосування принципу стискаючих відображень до розв'язування алгебраїчних рівнянь та систем лінійних рівнянь. 4. Застосування принципу стискаючих відображень до розв'язування систем лінійних рівнянь.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[6] ст. 4 – 10 [6] ст. 16 – 17	Аналіз матеріалів теми (4 год.) Індивідуальне завдання (4 год.)	1	Тиждень 6
7. Метод послідовних наближень для диференціальних та інтегральних рівнянь. 1. Розв'язування задачі Коші для диференціальних рівнянь першого порядку. 2. Розв'язування задачі Коші для систем диференціальних рівнянь першого порядку та рівнянь вищих порядків. 3. Розв'язування інтегральних рівнянь Фредгольма II роду методом послідовних наближень. 4. Розв'язування інтегральних рівнянь Вольтерри II роду методом послідовних наближень.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[1] ст. 70 – 82 [1] ст. 88	Аналіз матеріалів теми (4 год.) Індивідуальне завдання (4 год.)	1	Тиждень 7
8. Лінійні топологічні та нормовані простори	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[6] ст. 18 – 24 [6] ст. 25 – 26	Аналіз матеріалів теми (4 год.) Індивідуальне завдання (4 год.)	1	Тиждень 8

<p>1. Означення та приклади лінійних просторів.</p> <p>2. Основні поняття, пов'язані з лійними просторами.</p> <p>3. Лінійні топологічні та нормовані простори.</p> <p>4. Нормований простір L_1 та його повнота.</p>					
Контроль самостійної роботи	ДКР			20	Тиждень 9
<p>9. Евклідові простори</p> <p>1. Означення та приклади евклідових .</p> <p>2. Нерівність Коші-Буняковського та аналог теореми Піфагора.</p> <p>3. Евклідовий простір L_2 та його повнота.</p> <p>4. Збіжність у середньому квадратичному.</p>	<p>Лекція (2 год.) +</p> <p>Пр. зан. (2 год)</p>	<p>[6] ст. 27 – 33</p> <p>[6] ст. 34 – 35</p>	<p>Аналіз матеріалів теми (4 год.)</p> <p>Індивідуальне завдання (4 год.)</p>	1	Тиждень 10
<p>10. Ортогональні системи та ряди Фур'є</p> <p>1. Базис евклідового простору. Приклади базисів.</p> <p>2. Ряди Фур'є та нерівність Бесселя.</p> <p>3. Зв'язок між замкненими, повними та тотальними системами.</p> <p>4. Гільбертові простори. Теорема про ізоморфізм.</p>	<p>Лекція (2 год.) +</p> <p>Пр. зан. (2 год)</p>	<p>[6] ст. 36 – 44</p> <p>[6] ст. 45 – 46</p>	<p>Аналіз матеріалів теми (4 год.)</p> <p>Індивідуальне завдання (4 год.)</p>	1	Тиждень 11
<p>11. Лінійні функціонали</p> <p>1. Лінійні функціонали: неперервність, обмеженість, норма.</p> <p>2. Приклади лінійних неперервних функціоналів.</p> <p>3. Спряжені простори. Слабка збіжність.</p> <p>4. Простори основних та узагальнених функцій.</p>	<p>Лекція (2 год.) +</p> <p>Пр. зан. (2 год)</p>	<p>[7] ст. 4 – 11</p> <p>[7] ст. 12 – 13</p>	<p>Аналіз матеріалів теми (4 год.)</p> <p>Індивідуальне завдання (4 год.)</p>	1	Тиждень 12
<p>12. Лінійні оператори</p> <p>1. Означення та приклади лінійних операторів та їх норм.</p> <p>2. Добуток та степінь лінійних Операторів.</p> <p>3. Оборотні та обернені Оператори.</p> <p>4. Наближене розв'язування операторних рівнянь.</p>	<p>Лекція (2 год.) +</p> <p>Пр. зан. (2 год)</p>	<p>[7] ст. 14 – 22</p> <p>[7] ст. 23 – 24</p>	<p>Аналіз матеріалів теми (4 год.)</p> <p>Індивідуальне завдання (4 год.)</p>	1	Тиждень 13
<p>13. Операторні методи розв'язування інтегральних рівнянь</p> <p>1. Метод ітерованих ядер для лінійних інтегральних рівнянь Фредгольма II роду</p>	<p>Лекція (2год.) +</p> <p>Пр. зан. (2 год)</p>	<p>[1] ст. 44 – 54, 56 – 66</p> <p>[1]</p>	<p>Аналіз матеріалів теми (4 год.)</p> <p>Індивідуальне завдання</p>	1	Тиждень 14

2. Метод ітерованих ядер для лінійних інтегральних рівнянь Вольтерри II роду. 3. Наближене розв'язування Інтегральних рівнянь II роду методом ітерованих ядер. 4. Формули Фредгольма. Резольвента Фредгольма.		ст. 55, 69	(4 год.)		
14. Спектр оператора. Компактні оператори 1. Спектр та резольвента оператора. 2. Спряжені оператори та їх властивості. 3. Компактні оператори та їх властивості. 4. Теорема Гільберта-Шмідта та її застосування.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[7] ст. 25 – 35 [7] ст. 36 – 37	Аналіз матеріалів теми (4 год.) Індивідуальне завдання (4 год.)	1	Тиждень 15
15. Теорема Фредгольма 1. Інтегральні рівняння Фредгольма II роду з виродженим ядром та теореми Фредгольма для них. 2. Теореми Фредгольма для довільних лінійних інтегральних рівнянь Фредгольма II роду. 3. Метод вироджених ядер. 4. Інтегральні рівняння Фредгольма II роду із симетричним ядром.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[1] ст. 56 – 67, 104 – 108 [1] ст. 69, 117	Аналіз матеріалів теми (4 год.) Індивідуальне завдання (2 год.) Контрольна робота (2 год)	1 25	Тиждень 16
Контроль самостійної роботи	ДКР			20	Тиждень 17
Контроль самостійної роботи	Тестова контроль на робота	[7] ст. 39 – 55 [1] ст. 169 – 178		20	Тиждень 18

7. Система оцінювання курсу

Загальна система оцінювання курсу	Залік (100 балів). З них: 15 балів – поточне оцінювання; 40 балів – за домашні контрольні роботи, 25 балів – за аудиторну контрольну роботу, 20 балів – за здачу теоретичного модуля у формі тесту.		
	Шкала оцінювання: національна та ECTS		
	Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою для заліку
	90 – 100	A	
80 – 89	B		

	70 – 79	C	зараховано
	60 – 69	D	
	50 – 59	E	
	26 – 49	FX	не зараховано з можливістю повторного складання
	0-25	F	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни
Вимоги до письмової роботи	Написати розв'язання запропонованих задач з поясненнями (5 балів за кожен задачу аудиторної чи домашньої контрольної роботи)		
Семінарські заняття	Контроль за відвідуванням та виконанням домашніх завдань.		
Умови допуску до підсумкового контролю	Набрати не менше половини балів за кожен з форм оцінювання.		

8. Політика курсу

Акцентування уваги студентів на основних поняттях функціонального аналізу, їх зв'язках з практичними потребами та можливостями застосування апарату функціонального аналізу для розв'язування основних задач обчислювальної математики.

9. Рекомендована література

Базова

1. *Василишин Т.В., Гой Т.П., Федак І.В.* Інтегральні рівняння: Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016. – 224с.
2. *Колмогоров А.М., Фомін С.В.* Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. – К.: Вища школа, 1974. – 456с.
3. *Федак І.В.* Елементи теорії міри та інтеграла Лебега: Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Сімик, 2011. – 168 с.
4. *Федак І.В.* Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри: Навчальний посібник для студентів спеціальності «Прикладна математика». Ч. 1. Вимірні множини та вимірні функції. – Івано-Франківськ: ПНУ, 2018. – 52с.
5. *Федак І.В.* Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри: Навчальний посібник для студентів спеціальності «Прикладна математика». Ч. 2. Інтеграл Лебега. – Івано-Франківськ: ПНУ, 2018. – 56с.
6. *Федак І.В.* Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри: Навчальний посібник для студентів спеціальності «Прикладна математика». Ч. 3. Основні структури функціонального аналізу. – Івано-Франківськ: ПНУ, 2018. – 48с.
7. *Федак І.В.* Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри: Навчальний посібник для студентів спеціальності «Прикладна математика». Ч. 4. Лінійні функціонали та лінійні оператори. – Івано-Франківськ: ПНУ, 2018. – 56с.
8. *Федак І.В.* Функціональний аналіз: Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Голіней, 2011. – 120с.

Допоміжна

9. *Антоневич А.Б., Радыно Я.В.* Функциональный анализ и интегральные уравнения: Учебник. – Минск: БГУ, 2006. – 430с.
10. *Антоневич А.Б., Ваткина Е.И., Мазель М.Х. и др.* Функциональный анализ и интегральные уравнения: Лаб. практикум: Учеб. пособие. / Под редакцией А.Б. Антоневича и Я.В. Радыно. – Минск: БГУ, 2006. – 179с.
11. *Рисс Ф., Сёкефальви-Надь Б.* Лекции по функциональному анализу. – М.: Мир, 1979. – 588с.
12. *Соболев В.И.* Лекции по дополнительным главам математического анализа. – М.: Наука, 1968. – 288с.

Викладач Федак