

Міністерство освіти і науки України  
Державний вищий навчальний заклад «Прикарпатський національний  
університет імені Василя Стефаника»  
Факультет математики та інформатики  
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ**

Освітня програма Прикладна математика  
Спеціальність 113 Прикладна математика  
Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол № 2 від 28 вересня 2020 р.

м. Івано-Франківськ – 2020 рік

## 1. Загальна інформація

Назва дисципліни	Рівняння математичної фізики
Викладач	К.ф.-м.н., доцент Казмерчук А. І.
Контактний телефон	(0342)596027
E-mail	a_kazmerchuk@ukr.net
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	6 кредитів ECTS
Посилання на сайт дистанційного навчання	<a href="http://ceeq.pnu.edu.ua">ceeq.pnu.edu.ua</a>
Консультації	Вівторок, 15 <sup>00</sup>

## 2. Анотація до курсу

У курсі навчальної дисципліни вивчаються основні крайові задачі для рівнянь математичної фізики; теорія задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською; класифікація рівнянь у частинних похідних другого порядку, лінійних в головній частині; аналітичні та геометричні методи розв'язування задач для рівнянь гіперболічного типу; аналітичні методи розв'язування задач для рівнянь параболічного та еліптичного типів.

## 3. Мета та цілі курсу

Викласти теорію математичних моделей фізичних явищ, а саме, вивчення основних крайових задач для рівнянь математичної фізики сформувати у студентів розуміння, знання і навичок щодо постановок та методики розв'язання задач рівнянь математичної фізики.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

- постановки основних задач для рівнянь математичної фізики,
- теорію задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською,
- класифікацію рівнянь у частинних похідних другого порядку, лінійних в головній частині,
- метод біжучих хвиль для рівняння струни,
- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння коливання струни,
- формули розв'язків задачі Коші для хвильового рівняння,
- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності,

- формулу розв'язків задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі,
- теорію гармонічних функцій,
- метод Фур'є,
- властивості розв'язків задачі Штурма-Ліувілля,
- теорію крайових задач для рівняння Пуассона,
- теорію узагальнених розв'язків задачі Діріхле для рівняння Пуассона,
- принцип максимуму для рівняння теплопровідності.

**вміти:**

- ставити задачі для рівнянь математичної фізики,
- розв'язувати простіші рівняння у частинних похідних,
- розв'язувати задачі для рівняння струни за допомогою аналітичних і геометричних методів,
- визначати тип рівнянь другого порядку, лінійних в головній частині, в точці і на площині,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з неоднорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння теплопровідності однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з неоднорідними крайовими умовами,
- знаходити потенціали: об'ємні, поверхневі простого і подвійного шарів по заданому розподілу зарядів,
- застосовувати метод потенціалів до розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона,
- розв'язувати задачу Коші для однорідного і неоднорідного рівняння теплопровідності,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в прямокутних областях,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в кругових областях,
- застосовувати метод функцій Гріна.

#### 4. Компетентності

-Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до застосування теорії у практичних ситуаціях.

-Здатність до пошуку та інтерпретації інформації, засвоєння нових знань, генерування та викладу ідей, зокрема, з застосуванням інформаційних технологій.

-Здатність працювати як автономно, так і у складі наукового, зокрема, інтернаціонального, колективу фахівців з усвідомленням відповідальності за результати роботи.

-Здатність вести дослідницьку діяльність, включаючи оцінку актуальності дослідження, аналіз проблем, вибір способу й методів дослідження, а також оцінку якості результатів.

-Цілісне уявлення про математику, її сучасний стан, виникнення і шляхи розвитку, її місце у системі наукових знань людства.

-Здатність зрозуміти постановку завдання, пов'язаного із застосуванням методів прикладної математики, сформульовану на мові певної предметної галузі.

-Здатність математично формалізувати проблему прикладного характеру, розпізнати стандартні об'єкти і властивості аналізу, звичайних диференціальних рівнянь, рівнянь математичної фізики, дискретної математики, теорії керування, методів оптимізації, алгебри, геометрії.

-Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язування практичних задач дослідження, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

-Уміння ефективно співпрацювати, розподіляти роботу і спілкуватись з колегами в процесі командного виконання дослідницьких та програмних проектів.

-Здатність використовувати методи системного аналізу та математичного моделювання для побудови моделей у різних галузях.

-Здатність до побудови логічних висновків, використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, проектування, розроблення та аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності для адекватного моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем.

-Здатність застосовувати теоретичні та практичні основи методології та технології моделювання, реалізовувати алгоритми моделювання для дослідження характеристик і поведінки складних об'єктів і систем, проводити експерименти за програмою моделювання з обробкою й аналізом результатів.

-Здатність опанувати сучасні технології математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти обчислювальні моделі та алгоритми

чисельного розв'язання задач математичного моделювання з урахуванням похибок наближеного чисельного розв'язання професійних задач.

## 5. Результати навчання

-Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій фундаментальної та прикладної математики і використовувати їх на практиці, а також гуманітарних дисциплін підготовки фахівця.

-Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, рівнянь математичної фізики, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, числовими методами, методами оптимізації.

-Формалізувати вимоги до розв'язання прикладної проблеми та її програмної реалізації і відповідно підбирати методи, алгоритми та програмні засоби, планувати етапи досліджень і компоненти програмної реалізації.

-Самостійно працювати над дослідницькою темою, обґрунтовувати і створювати програмну реалізацію розроблених методів.

-Уміти розробляти математичні моделі об'єктів і процесів, які досліджуються, використовуючи процедури формального уявлення про систему та результати дослідження реальних природничих та соціально-економічних процесів.

-Проводити аналітичне дослідження математичних моделей об'єктів і процесів на предмет існування та єдиності їх розв'язку.

-Уміти розробляти нові і удосконалювати існуючі математичні моделі та алгоритми моделювання природничих, соціально-економічних систем та проводити комп'ютерне моделювання.

-Знати сучасні постановки та методи розв'язування задач для диференціальних рівнянь механіки суцільних середовищ, рівнянь параболічного типу, рівнянь математичної фізики першого порядку в класичній та узагальненій постановці. Вміти знаходити як аналітичні розв'язки так і наближені з правильним вибором інструментарію.

-Уміти проводити наукові дослідження, грамотно викладати і представляти опрацьований матеріал і власні результати, в тому числі і з сучасними можливостями візуалізації, створювати комп'ютерну реалізацію розроблених методів.

## 6. Організація навчання курсу

<b>Обсяг дисципліни</b>	
<b>Вид заняття</b>	<b>Загальна кількість годин</b>
Лекції	30
Практичні	30
Самостійна робота	120

<b>Ознака дисципліни</b>				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс навчання	Семестр	Нормативна/ вибіркова
113 Прикладна математика Прикладна математика	перший (освітньо- професійний)	3-й	5	вибіркова

<b>Тематика курсу</b>					
Тема, план	Форма заняття	Літерату ра	Завдання, год	Вага оцін ки	Термін виконання
Тема 1. Предмет рівнянь математичної фізики (рмф). Основні поняття: рівняння з частинними похідними (рчп), порядок рчп, лінійне рчп, квазілінійне рчп, класичний розв'язок рчп, характеристичні поверхні (характеристики) рчп.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 2. Основні задачі теорії рмф. Коректність задач для рмф. Приклад Адамара.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 3. Класифікація рчп другого порядку, лінійних в головній частині, в точці (гіперболічні, параболічні, еліптичні рчп другого порядку).	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 4. Зведення до канонічного вигляду рчп другого порядку, лінійного в головній частині, на площині.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Задача Коші для	Лекція,	[1-13]	Опрацювати	0,04	До

рівняння струни. Формула Даламбера. Метод біжучих хвиль.	практичне заняття		лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття		наступного заняття за розкладом
Тема 6. Перша та друга мішані задачі для напівобмеженої струни. Методи парного і непарного продовження. Метод біжучих хвиль для першої та другої мішаних задач з однорідними крайовими умовами.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 7. Формули Кірхгофа розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для обмеженої струни. Задача Штурма-Ліувілля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 9. Постановка першої та другої крайових задач, задачі Коші для рівняння теплопровідності.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності в обмежених та необмежених областях. Теореми єдиності розв'язку поставлених задач для рівняння теплопровідності. Теорема про стабілізацію розв'язків рівняння теплопровідності.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 11. Фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності. Інтеграл Пуассона. Принцип Дюамеля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 12. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння теплопровідності.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 13. Гармонічні функції. Зв'язок між аналітичними та гармонічними функціями.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 14. Формули Гріна. Лема про тепловий потік.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом

Тема 15. Сферично симетричні розв'язки рівняння Лапласа. Фундаментальний розв'язок оператора Лапласа.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 16. Потенціали та їх властивості. Представлення функцій через потенціали.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 17. Теореми про середнє значення по сфері та по кулі для гармонічних функцій.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 18. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теорема єдиності розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 19. Функція Гріна для кулі. Формула Пуассона розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона в кулі.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 20. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в прямокутних областях.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Контрольна робота				1	
Тема 21. Нерівність Харнака. Перша теорема Ліувіля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 22. Оцінка похідних гармонічних функцій. Друга теорема Ліувіля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 23. Лема про косу похідну. Теорема єдиності розв'язку задачі Неймана для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 24. Теорема про усуну особливість гармонічних функцій.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 25. Зовнішні задачі для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 26. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в кругових областях.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 27. Теорема про	Лекція,	[1-13]	Опрацювати	0,02	До

компактність сім'ї гармонічних функцій.	практичне заняття		лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття		наступного заняття за розкладом
Тема 28. Узагальнені розв'язки задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,02	
Тестування/ колоквиум				1	
Підсумкове заняття					

## 7. Система оцінювання курсу

Загальна система оцінювання	Підсумкова оцінка з дисципліни є сумою оцінок (в 10-бальній шкалі) з відповідною вагою за кожен з таких видів робіт: активна робота на практичних заняттях, виконання практикуму, тестування або колоквиум, підсумковий контроль (іспит). Підсумкова оцінка визначається відповідно до поданої нижче таблиці оцінювання за різними шкалами (100-бальна, ECTS, національна).
Практичні заняття	Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) за активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях становить 10 балів.
Вимоги до практикуму	Пакет індивідуальних завдань для проведення практикуму містить 4-5 завдань у кожному варіанті. Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) з практикуму становить 25 балів
Тестування/колоквиум	Пакет індивідуальних завдань для проведення тестування містить 20 завдань у кожному варіанті. Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) з практикуму становить 15 балів
Умови допуску до підсумкового контролю	Загальна кількість балів за навчальну (аудиторну) і самостійну (практикум) роботу становить не менше 25 балів.
Підсумковий контроль (іспит)	Кожний варіант екзаменаційного білета містить два теоретичних і одне якісне практичне завдання. Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) за підсумковий контроль становить 50 балів.

## Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
80 – 89	<b>B</b>	добре	
70 – 79	<b>C</b>		
60 – 69	<b>D</b>	задовільно	
50 – 59	<b>E</b>		
26 – 49	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

## 8. Політика курсу

Програмою передбачено обов'язкове відвідування всіх видів занять, виконання всіх видів контролю у визначені терміни, а також самостійна робота студентів.

## 9. Рекомендована література

1. Бобик О. І., Бобик І.О., Литвин В.В. Рівняння математичної фізики (практикум). – Львів: Науковий світ – 2000, 2010

2. Положий Г.М. Рівняння математичної фізики. - Київ: Радянська школа, 1959
3. Диференціальні рівняння математичної фізики: навчальний посібник/  
Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готинчан Т.І.-Чернівці: Рута, 2008
4. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных.-  
Москва:Наука,1983
5. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.-Москва:Наука, 2003
6. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики.-Москва:Главиздат, 1953
7. Перестюк М. О. Теорія рівнянь математичної фізики.- К:Либідь,2006
8. Соколов С.Л. Уравнения математической физики.-Москва:Наука, 1966
9. Михлин С.Г. Курс математической физики.-С-Пб:Лань,2002
10. Курант Р. Уравнения с частными производными, перев. с англ.,  
М:Мир,1964
11. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики.-  
М:Наука,1975
12. Сборник задач по уравнениям математической физики под ред. В.С.  
Владимирова-М:Наука,1982
13. Будак Б.М. Сборник задач по уравнениям математической физики.-  
М:Государственное издательство технико-теоретической литературы,1972

**Викладач \_\_\_\_\_Казмерчук А. І.**