Лабораторна робота № 1
Набір простих формул за допомогою пакета LaTeX

Набрати наступний текст і формули за допомогою пакета LaTeX.

Диференціальне рівняння першого порядку у загальному випадку можна записати у вигляді

$$F(x, y, y') = 0. \tag{1}$$

Якщо рівняння (1) можна розв'язати відносно похідної, то його записують у вигляді

$$y' = f(x, y) \tag{2}$$

і називають нормальним диференціальним рівнянням першого порядку.

Розв'язком диференціального рівняння (2) називають неперервно диференційовну функцію $y = \varphi(x)$, яка задовольняє рівняння

$$\varphi'(x) = f(x, \varphi(x)).$$

Розв'язок диференціального рівняння (2) може бути заданий не тільки явно, тобто як $y = y(x)$, але й у неявному вигляді $\Phi(x, y) = 0$ (у вигляді, не розв'язаному відносно y) або у параметричній формі: $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$. Наприклад, функція $y = \sqrt{1 - x^2}$, де $x \in (-1; 1)$, є розв'язком рівняння $y' = -x/y$, однак цей самий розв'язок можна подати у неявному вигляді $x^2 + y^2 = 1$, $y > 0$, а також у параметричній формі $x = \cos t$, $y = \sin t$, $0 < t < \pi$.

Лабораторна робота № 1 (варіант 2)
Набір простих формул за допомогою пакета LaTeX

Набрати наступний текст і формули за допомогою пакета LaTeX.

З курсу математичного аналізу відомо, що швидкість точки у момент часу t дорівнює похідній $x'(t)$ (фізичний зміст похідної), тобто

$$x'(t) = v(t). \tag{1}$$

Співвідношення (1) є диференціальним рівнянням руху точки P і задає закон її руху в диференціальній формі.

Функція $y = e^x$ є розв'язком диференціального рівняння другого порядку $y'' - y = 0$ на інтервалі $(-\infty, +\infty)$. Окрім неї, розв'язками цього рівняння, як легко перевірити, є також $y = e^{-x}$, $y = 3e^x$, $y = 3e^x + 4e^{-x}$ і, взагалі, всі функції вигляду $y = C_1e^x + C_2e^{-x}$, де C_1, C_2 – довільні сталі.

$$y' = \sqrt{1 - y^2}.$$

Функція $f(x, y) = y \sin x + e^x$ неперервна, а похідна $f'_y = \sin x$ обмежена в усіх точках площини Oxy. Згідно з теоремою Коші через кожну точку площини Oxy проходить одна інтегральна крива.

Аналогічно визначають сім'ю інтегральних кривих (розв'язків) рівняння, залежну від довільної сталої C, у параметричній формі $x = \varphi(t, C)$, $y = \psi(t, C)$ як загальний розв'язок у параметричній формі.