

Завдання для проведення практичних занять з математичного моделювання

I. Аналітичне моделювання

1. Складання диференціальних моделей

Мета — сформувати вміння і навички складання і дослідження найпростіших диференціальних моделей.

1. У лекційній аудиторії кубатурою 200 м^3 повітря після лекції містить $0,1 \%$ вуглекислоти. Вентилятор подає свіже повітря, що містить $0,04 \%$ вуглекислого газу, в кількості $a \text{ м}^3/\text{хв}$. Припустивши, що змішування чистого повітря з забрудненим відбувається миттєво, обчислити, якою має бути величина a , щоб після 10 хвилин перерви вміст вуглекислого газу в аудиторії не перевищував $0,06 \%$.

2. Визначити час витікання всього гасу з заповненої циліндричної залізничної цистерни довжиною $L = 12 \text{ м}$ і діаметром $D = 2,6 \text{ м}$ через коротку зливну трубку з площею поперечного перерізу $\omega = 20 \text{ см}^2$ у нижній частині цистерни. Коефіцієнт витрат для гасу $\mu = 0,6$.

3. Круглий циліндричний чан з вертикальною віссю діаметром D і висотою H заповнений водою. За який час вся вода витече крізь круглий отвір діаметром a у дні чана?

4. Посудину, що має форму півкулі радіусом 2 м , заповнено водою. За який час витече вся вода крізь круглий отвір радіусом $0,1 \text{ м}$, вирізаний у дні посудини?

5. Встановлений вертикально чан циліндричної форми має отвір у дні. Половина води з повного чана витікає за 5 хвилин. За який час витече вся вода?

6. Посудина об'ємом в 20 л містить повітря (80% азоту і 20% кисню). У посудину закачується $0,1 \text{ л}$ азоту за секунду, який неперервно перемішується, і витікає така сама кількість суміші. Через скільки часу в посудині буде 99% азоту?

2. Диференціальні моделі механіки і фізики

Мета — сформувати вміння і навички складання і дослідження деяких диференціальних моделей механіки і фізики.

1. Рух пароплава уповільнюється силою опору води, пропорційною швидкості пароплава v . Початкова швидкість пароплава $v_0 = 10 \text{ м/с}$, через 5 с v падає до $v_1 = 8 \text{ м/с}$. Через який час швидкість зменшиться до 2 м/с ? до 1 м/с ?

2. Швидкість розпаду радію пропорційна наявній його кількості. З досвіду відомо, що протягом року вага одного грама радію меншає на $0,435 \text{ мг}$. Визначити період піврозпаду (час, протягом якого початкова кількість зменшиться вдвоє).

3. Швидкість охолодження тіла в повітрі пропорційна різниці між температурою тіла та температурою повітря. Температура повітря $20 \text{ }^\circ\text{C}$, тіло протягом 20 хвилин охолоджується від $100 \text{ }^\circ\text{C}$ до $60 \text{ }^\circ\text{C}$. Знайти залежність температури від часу та через який час температура тіла знизиться до $30 \text{ }^\circ\text{C}$.

4. Кількість світла, що поглинається під час проходження крізь тонкий шар води, пропорційна товщині шару й кількості світла, що падає на його поверхню. Якщо під час проходження крізь шар завтовшки 3 м поглинається половина початкової кількості світла, то яка частина цієї кількості дійде до глибини 30 м ?

5. Електровоз рухається по горизонтальній залізничній колії зі швидкістю 72 км/год . Машиніст включає гальма, опір руху після початку гальмування дорівнює $0,2$ ваги електровоза. Знайти час від моменту початку гальмування до повної зупинки електровоза і пройдений за цей час шлях.

6. Тіло кинуто під кутом α до горизонту з початковою швидкістю v_0 (наприклад, здійснено постріл з гармати). Виведіть рівняння руху тіла, нехтуючи опором повітря. З аналізу рівняння руху дайте відповідь на поставлені запитання: а) яким є час польоту тіла; б) як далеко від

початкової точки тіло впаде на землю; в) при якому куті α тіло пролетить найбільшу відстань; г) якою є максимальна висота підйому тіла; д) якою є траєкторія польоту тіла?

7. У посудину, яка містить 1 кг води при температурі 20°C , опустили алюмінієвий предмет з масою 0,5 кг, питомою теплоємністю $840 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ і температурою 75°C . Через хвилину вода нагрілась на 2°C . Коли температура води і предмета будуть відрізнятись на 1°C ? Втратами тепла на нагрівання посудини та іншими знехтувати. Питома теплоємність води $4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$.

3. Диференціальні моделі хімії і біології

Мета — сформувані вміння і навички складання і дослідження диференціальних моделей хімії і біології.

1. На деяку кількість нерозчинної речовини, що містить у своїх порах 2 кг солі, діємо 30 л води. Через 5 хв розчиняється 1 кг солі. Через який час розчиниться 99 % початкової кількості солі?

Швидкість розчинення пропорційна кількості нерозчиненої солі та різниці між концентрацією розчину у даний момент і концентрацією насиченого розчину (1 кг на 3 л). Концентрацією c даної речовини називають кількість її, що міститься в одиниці об'єму.

2. Швидкість розмноження деяких бактерій пропорційна кількості бактерій у розглядуваний момент часу. Кількість бактерій подвоюється протягом трьох годин. Знайти: а) залежність кількості бактерій від часу; б) у скільки разів збільшиться кількість бактерій протягом 9 годин.

3. Деякі бактерії розмножуються пропорційно їхній кількості, але в той самий час продукти їхньої життєдіяльності знищують їх пропорційно кількості бактерій і продуктів їхньої життєдіяльності. Швидкість утворення продуктів життєдіяльності теж є пропорційною кількості бактерій. Довести, що кількість бактерій N спочатку зростає до деякого максимального значення M , а потім спадає до нуля; у момент часу t вона подається формулою $N = M(1 - th^2kt)$, де час t змінюється від моменту, коли $N = M$.

4. Деяка речовина перетворюється в іншу речовину зі швидкістю, пропорційною кількості неперетвореної речовини. Кількість неперетвореної речовини через годину була 31,4 г, через 3 години – 9,7 г. Знайти залежність між кількістю неперетвореної речовини x та часом t ; встановити, скільки було речовини на початку процесу.

5. Дві рідких хімічних речовини A і B об'ємом 10 і 20 л відповідно в процесі хімічної реакції утворюють нову рідку хімічну речовину C . Вважаючи, що з кожних двох об'ємів речовини A і одного об'єму речовини B утворюється три об'єми речовини C , визначити кількість речовини C в довільний момент часу t , якщо за 20 хвилин її утворюється 6 л.

6. Колонія організмів розвивається в реальних природних умовах — конкурентна боротьба всередині популяції, недостатня кількість місця і їжі, передача інфекцій. Знайти закон зміни загальної кількості живих організмів в колонії.

4. Модель розвитку епідемії

Мета — сформувані вміння і навички складання і дослідження диференціальних моделей.

Припустимо, що деяка популяція, яка налічує N особин, ділиться на три групи. У першу з них включаються здорові особини, що є сприйнятливими до деякої конкретної хвороби. Їхню кількість у момент часу t позначаємо через $S(t)$. У другу групу включаються хворі особини, які є джерелом інфекції для особин з першої групи. Кількість таких особин у популяції в момент часу t позначаємо через $I(t)$. До третьої групи відносять особин, що є здоровими і мають імунітет до хвороби. Їхню чисельність позначаємо через $R(t)$. Таким чином,

$$S(t) + I(t) + R(t) = N.$$

Всі хворі особини виліковуються й отримують імунітет до хвороби. Іншим способом отримати імунітет неможливо. Якщо кількість хворих особин не перевищує деякого числа I^* , то хворих можна ізолювати від здорових і припинити подальший розвиток епідемії. Якщо $I(t) > I^*$, то

швидкість зміни кількості сприйнятливих до хвороби особин пропорційна їхній чисельності з коефіцієнтом захворюваності $\alpha > 0$. Швидкість зміни чисельності особин з імунітетом пропорційна кількості хворих особин з коефіцієнтом одужання $\beta > 0$. Початкову кількість хворих (в момент часу $t = 0$) будемо позначати через I_0 . Крім того, припускаємо, що в початковий момент часу особин з імунітетом не було. Всі ці припущення спрощують реальну ситуацію, але часто вони досить точно відображають сутність справи.

Скласти і дослідити диференціальну модель розвитку епідемії.

5. Складання систем для фінальних імовірностей і аналіз часової діаграми для системи масового обслуговування

Мета — сформувати вміння і навички проведення аналізу часової діаграми для систем масового обслуговування і складання систем диференціальних рівнянь Колмогорова і систем для фінальних імовірностей.

1. Задана двоканальна система масового обслуговування з двома пристроями (Пр1 і Пр2) з двома позиціями для чекання в черзі (Поз1 і Поз2). Її часову діаграму наведено на рис. 1. Час надходження вимоги до системи і час, коли вона залишила систему, наведено поряд з номером вимоги відповідно в нижній і верхній частинах рис. 1. Час вимірюється у хвилинах і для зручності заокруглений до цілого числа хвилин.

Знайдіть імовірність обслуговування вимоги, інтенсивність вхідного потоку, пропускну здатність системи, імовірність відмови в обслуговуванні, імовірність того, що вимога застане обидва пристрої вільними, імовірність того, що обслуговуванням зайнятий тільки один пристрій з двох, імовірність того, що обслуговуванням зайняті обидва пристрої, але в черзі відсутні вимоги, імовірність того, що в черзі є лише одна вимога, імовірність того, що в черзі знаходиться дві вимоги, середню кількість пристроїв, зайнятих обслуговуванням, середню кількість вимог у черзі, середній час перебування вимог у черзі, середній час перебування вимог у черзі без врахування вимог, які не чекали, середній час обслуговування вимоги пристроями, загальний середній час перебування вимоги в системі масового обслуговування, середню кількість вимог у системі масового обслуговування.

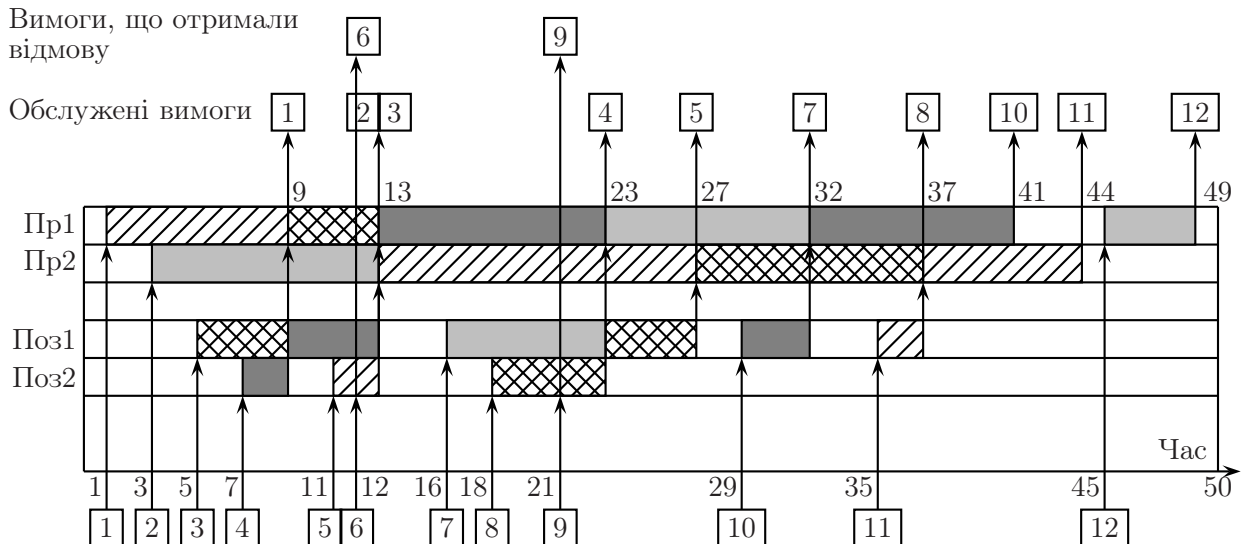


Рис. 1.

2. Система має чотири стани S_1, S_2, S_3, S_4 . Імовірності перебування у цих станах дорівнюють $p_1(t), p_2(t), p_3(t), p_4(t)$ відповідно. Розмічений граф станів зображено на рис. 2. Перехід системи зі стану i в стан j утворює стаціонарний пуассонівський потік з інтенсивністю λ_{ij} . Початковим є стан S_1 . Складіть систему диференціальних рівнянь Колмогорова для ймовірностей $p_1(t), p_2(t), p_3(t), p_4(t)$ і запишіть початкові умови. Побудуйте також систему для фінальних ймовірностей.

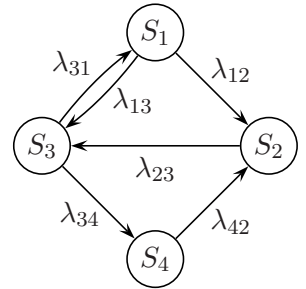


Рис. 2.

3. Розмічений граф станів зображено на рис. 3. Перехід системи зі стану i в стан j утворює стаціонарний пуассонівський потік з інтенсивністю λ_{ij} . Початковим є стан S_1 . Складіть систему диференціальних рівнянь Колмогорова для ймовірностей перебування у станах $p_1(t), p_2(t), p_3(t), p_4(t), p_5(t)$ і запишіть початкові умови. Побудуйте також систему для фінальних ймовірностей.

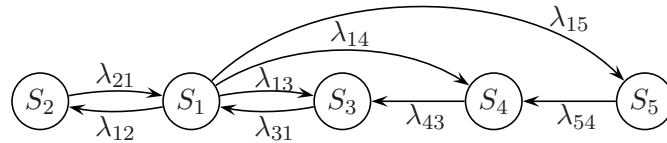


Рис. 3.

4. Розмічений граф станів зображено на рис. 4. Перехід системи зі стану i в стан j утворює стаціонарний пуассонівський потік з інтенсивністю λ_{ij} . Початковим є стан S_1 . Складіть систему диференціальних рівнянь Колмогорова для ймовірностей перебування у станах $p_1(t), p_2(t), p_3(t), p_4(t), p_5(t)$ і запишіть початкові умови. Побудуйте також систему для фінальних ймовірностей.

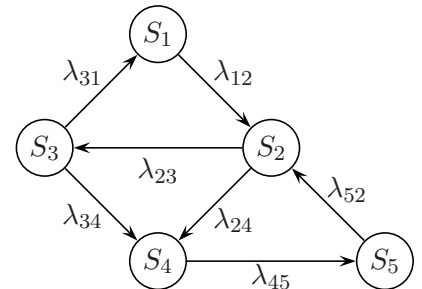


Рис. 4.

6. Визначення показників функціонування систем масового обслуговування

Мета — сформулювати вміння і навички визначення показників функціонування систем масового обслуговування шляхом аналітичного моделювання.

1. Автоматизована телефонна станція має 5 ліній зв'язку. Вхідний потік викликів є стаціонарним пуассонівським з інтенсивністю 2 виклики за хвилину. Тривалості телефонних розмов утворюють стаціонарний пуассонівський потік. Середня тривалість телефонної розмови становить 1 хвилину. Потрібно визначити ймовірність відмови, середню кількість зайнятих ліній зв'язку і коефіцієнт завантаження однієї лінії.

2. Автостоянка має 10 місць. Тривалість перебування автомашини на стоянці є випадковою величиною з експоненціальним законом розподілу з середнім значенням 3 години. Іntenсивність вхідного стаціонарного пуассонівського потоку складає 3 машини за годину. Якщо вільних місць на стоянці немає, то автомобілі їдуть шукати іншу стоянку. Потрібно визначити ймовірність відмови, середню кількість зайнятих місць і коефіцієнт завантаження одного місця.

3. Визначте мінімальну потрібну кількість ліжок у стаціонарі лікарні, якщо час перебування в лікарні хворого є випадковою величиною з експоненціальним законом розподілу з середнім значенням 14 днів. Нові хворі не приймаються, якщо всі ліжка в стаціонарі зайняті. Потік надходження хворих є близьким до стаціонарного пуассонівського з інтенсивністю 3 людини за день. Імовірність відмови має не перевищувати 5 %.

4. По конвеєру надходять деталі двох видів: A і B . Іntenсивність надходження деталей однакова і складає $\lambda_A = \lambda_B = 0,45$ деталей за хвилину, а їхній потік є близьким до стаціонарного пуассонівського. Для обробки деталей використовуються два верстати, які можуть обробляти як деталі виду A , так і деталі виду B . Середній час обробки деталей (як одного виду, так і іншого) складає 2 хвилини, причому час обробки утворює стаціонарний пуассонівський потік. Потрібно

визначити коефіцієнт завантаження верстатів, середню довжину черги і середній час очікування в черзі.

5. Припустимо, що один раціоналізатор запропонував спеціалізувати кожен верстат з попередньої задачі тільки на один вид деталей. У результаті час обробки деталей на кожному з верстатів зменшився. На верстаті, який обробляє деталі типу A , він зменшився в середньому до 1,9 хвилини, а на верстаті, який обробляє деталі типу B , — до 1,95 хвилини. Потрібно визначити коефіцієнти завантаження верстатів, середні довжини черг, середній час очікування в чергах, а також загальну довжину черги. Чи вдалося така раціоналізаторська пропозиція?

6. У магазині є одна каса. Середній час обслуговування одного покупця в касі складає 0,3 хвилини, причому час обслуговування утворює стаціонарний пуассонівський потік. Потік покупців є близьким до пуассонівського з інтенсивністю 3 покупці за хвилину. Визначте коефіцієнт завантаження каси, середню довжину черги і середній час очікування в черзі.

7. Визначте, скільки в магазині з попередньої задачі необхідно встановити кас, якщо інтенсивність потоку покупців зростає втричі. Середня довжина спільної черги до всіх кас не повинна перевищувати 10 осіб.

7. Операційний аналіз мереж систем масового обслуговування

Мета — сформулювати вміння і навички операційного аналізу мереж систем масового обслуговування.

1. На рис. 5 подано мережу систем масового обслуговування, яка працює з перевантаженням. Середній час (у секундах) обслуговування вимог у вузлах мережі є наступним: $S_1 = 0,05$, $S_2 = 0,08$, $S_3 = 0,04$. Проаналізуйте вузькі місця мережі і визначте найбільшу кількість вимог, яку мережа зможе опрацювати за одиницю часу, тобто максимальну інтенсивність вхідного потоку. Обчисліть коефіцієнти використання всіх вузлів мережі і вихідні потоки з усіх вузлів для знайденого вхідного потоку.

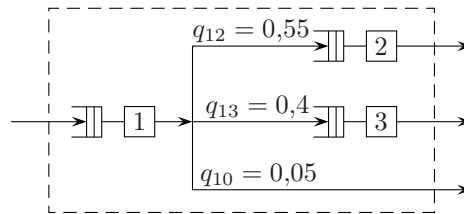


Рис. 5.

2. На рис. 6 подано мережу систем масового обслуговування, яка працює з перевантаженням. Середній час (у секундах) обслуговування вимог у вузлах мережі є наступним: $S_1 = 0,03$, $S_2 = 0,01$, $S_3 = 0,09$, $S_4 = 0,07$. Проаналізуйте вузькі місця мережі і визначте найбільшу кількість вимог, яку мережа зможе опрацювати за одиницю часу, тобто максимальну інтенсивність вхідного потоку. Обчисліть коефіцієнти використання всіх вузлів мережі і вихідні потоки з усіх вузлів для знайденого вхідного потоку.

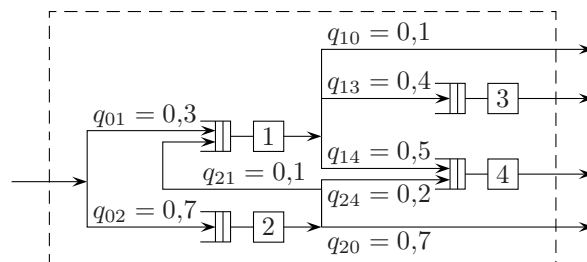


Рис. 6.

3. На рис. 7 подано мережу систем масового обслуговування, яка працює з перевантаженням. Середній час (у секундах) обслуговування вимог у вузлах мережі є наступним: $S_1 = 0,02$,

$S_2 = 0,01$, $S_3 = 0,04$, $S_4 = 0,02$, $S_5 = 0,03$. Проаналізуйте вузькі місця мережі і визначте найбільшу кількість вимог, яку мережа зможе опрацювати за одиницю часу, тобто максимальну інтенсивність вхідного потоку. Обчисліть коефіцієнти використання всіх вузлів мережі і вихідні потоки з усіх вузлів для знайденого вхідного потоку.

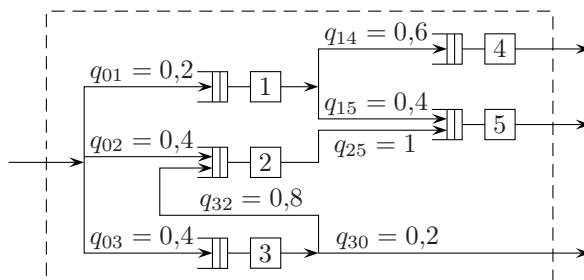


Рис. 7.

II. Імітаційне моделювання

8. Ознайомлення з системою імітаційного моделювання GPSS World

Мета — сформувати вміння і навички роботи з середовищем імітаційного моделювання GPSS World.

Рекламне агентство «Фіалка». Основна виробнича функція рекламного агентства повного циклу послуг «Фіалка» – виробництво реклами трьох видів – телереклама, друкована реклама і радіореклама. Виробничий процес в агентстві «Фіалка» організований наступним чином. Реклама трьох видів, що надходить від замовників з інтервалом, рівномірно розподіленим на проміжку [1, 100] хвилин, обробляється групою менеджерів по рекламі на протязі 2 – 5 хвилин. Останні передають фінансові документи про оплату замовником прийнятої реклами в бухгалтерію, а самі рекламні замовлення у виробничий відділ. На це теж потрібно 2 – 5 хвилин. Виробничий відділ на протязі 1 – 3 хвилин скеровує замовлення залежно від їх типу в телестудію, видавництво або радіостудію рекламного агентства і здійснює контроль за їх виконанням. Імовірності того, що реклама виявиться телерекламою, друкованою рекламою та радіорекламою дорівнюють відповідно 0,25, 0,35 і 0,4. Тривалості виконання замовлень телестудією, видавництвом та радіостудією складають відповідно 50 – 100, 30 – 90 та 15 – 30 хвилин, причому студії і видавництво не можуть виконувати більше одного замовлення одночасно. Готова реклама надходить від студій і видавництва у виробничий відділ і спрямовується ним у засоби масової інформації на протязі 5 – 10 хвилин.

1. Ознайомитись з загальною системою імітаційного моделювання GPSS.
2. За допомогою запропонованого нижче лістингу моделі здійснити моделювання роботи рекламного агентства на протязі восьмигодинного робочого дня.

```

tab table m1,10,10,100
generate 480
terminate 1
generate 50.5,49.5
advance 3.5,1.5
advance 3.5,1.5
advance 2,1
transfer 0.4,,radio
transfer 0.5833,tv,druk
radio queue ch_radio
seize pryl_radio
depart ch_radio
advance 22.5,7.5
release pryl_radio

```

```

transfer,zmi
tv queue ch_tv
seize pryl_tv
depart ch_tv
advance 75,25
release pryl_tv
transfer,zmi
druk queue ch_druk
seize pryl_druk
depart ch_druk
advance 60,30
release pryl_druk
zmi advance 7.5,2.5
tabulate tab
terminate 0
start 1

```

3. Проаналізувати кількість виконаних замовлень з різних видів реклами і порівняти її з заданими ймовірностями, визначити витрачений час на виконання замовлень, кількість часу, потрібного на виконання одного замовлення в середньому, відмінності між тривалостями часу виконання замовлень, наявність черг, їх довжини, середній час перебування в чергах, кількість замовлень, виконаних без черги.

4. Внісши зміни в текст моделі, визначити найбільший і найменший час виконання замовлень з точністю до 1 хвилини. Відновити текст моделі.

5. Здійснити моделювання роботи рекламного агентства протягом 22 робочих днів (робочого місяця) і провести аналіз його результатів.

6. Здійснити моделювання у випадку, коли одночасно можуть виконуватись кілька замовлень у кожному з відділів, причому це не впливає на тривалість їх виконання. Провести аналіз результатів. Відновити текст моделі.

7. Отримати у викладача інші конкретні ймовірності надходження замовлень різних типів, тривалості виконання замовлень та інтервали між замовленнями і здійснити моделювання у цьому випадку.

9. Вивчення способів створення випадкового навантаження при моделюванні систем масового обслуговування в GPSS

Мета — сформулювати вміння і навички створення випадкового навантаження при моделюванні систем масового обслуговування з допомогою GPSS World.

Скласти модель системи масового обслуговування, яка б функціонувала наступним чином.

Транзакти генеруються блоком *GENERATE*, який задає нормальний розподіл з середнім значенням 150 і середньоквадратичним відхиленням 10. Далі транзакти послідовно проходять чотири блоки *ADVANCE*, затримуючись у кожному з них на деякий час. Перша затримка визначається функцією *FUNC1*, зображеною на рис. 8. Друга затримка задається рівномірним розподілом на відрізку [17, 23]. Третя затримка теж задається рівномірним розподілом, але вже на відрізку [31, 40]. Четверта затримка визначається функцією *FUNC2*, зображеною на рис. 9. Потім здійснюється табулювання загального часу затримки транзактів за допомогою СЧА M1 (M1 – час між моментом входу транзакта в модель і моментом використання даного СЧА). Транзакти видаляються з моделі через один з двох блоків *TERMINATE*, який визначається випадковим чином за допомогою блока *TRANSFER*, що працює в режимі статистичної передачі. Ймовірність переходу в перший блок *TERMINATE* дорівнює 0.635. Кількість транзактів, які повинні пройти через модель, дорівнює 500 (команда *START*).

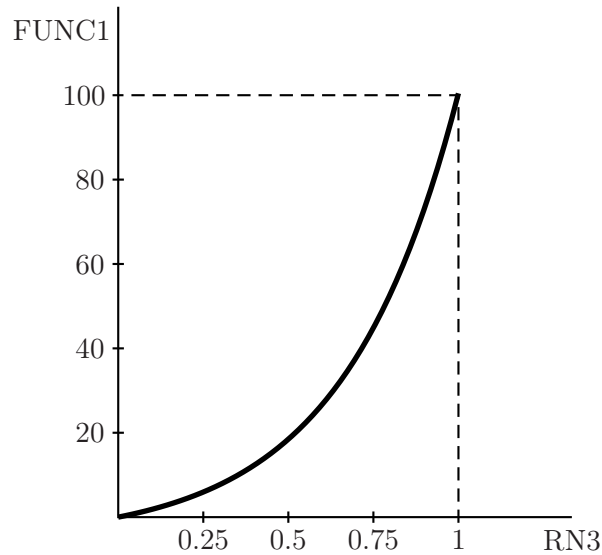


Рис. 8.

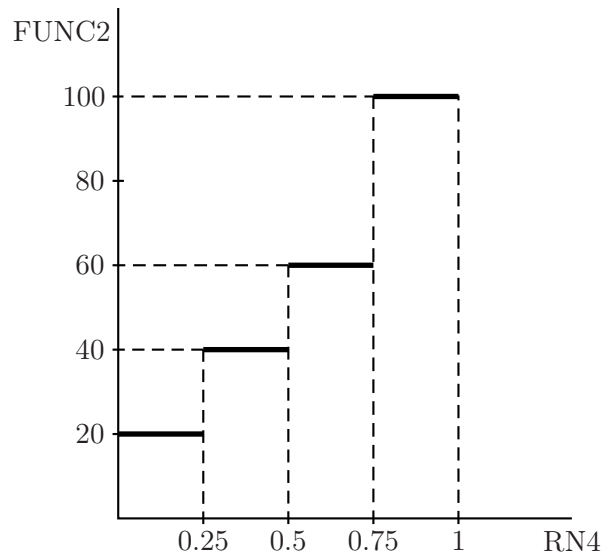


Рис. 9.

Завдання.

1. Використовуючи лістинг програми для подібної моделі, скласти програму реалізації наведеної вище моделі на мові GPSS, задаючи опис функцій (команди *FUNCTION*) і вибираючи відповідні операнди блоків *GENERATE*, *ADVANCE*, *TRANSFER* і команди *TABLE*. Функцію з рис. 8 закодувати не менше, ніж п'ятьма точками.

2. Виконати прогін моделі на ЕОМ. При необхідності скоректувати операнди команди *TABLE* і виконати повторний прогін.

3. По лічильниках числа входів у блоки визначити відсоток транзактів, що потрапили в блоки з іменами *LBL1* і *LBL2*, і зіставити його з операндом *A* блока *TRANSFER*.

10. Складання програм

Мета — сформувати вміння і навички складання нескладних програм на мові імітаційного моделювання GPSS World.

1. Читальний зал на факультеті обслуговує читачів лише під час перерв між парами і після пар. У читальному залі працює один бібліотекар. Час між появами читачів — рівномірно розподілена випадкова величина на проміжку $[0, 30]$ секунд. Читачі бувають двох типів, причому їхня

кількість однакова. Читачі першого типу хочуть здати книжку і цей процес займає 10–20 секунд. Читачі другого типу хочуть взяти книжку. Цей процес вимагає від 20 до 120 секунд. Бібліотекар не може обслуговувати кілька читачів одночасно. Складіть модель на мові GPSS World, яка б дозволила змоделювати роботу читального залу протягом 30 хвилин перерви, визначте довжину черги і статистику розподілу часу, потрібного для обслуговування читача.

2. Змініть модель з вправи 1 так, щоб час між появами читачів був рівномірно розподіленою випадковою величиною на проміжку $[0, 30 + h/60]$ секунд, де h — кількість секунд, які минули від відкриття читального залу (тобто на початку перерви приходить найбільше читачів).

3. У магазині є два продавці. Якщо обидва продавці зайняті обслуговуванням покупців, то до них формується спільна черга. Вхідний потік покупців не залежить від передісторії і є стаціонарним пуассонівським (найчастіше саме так і є). Тому час появи покупців є експоненціально розподіленою випадковою величиною з інтенсивністю 0,9 за хвилину. Час обслуговування покупця продавцем теж є експоненціально розподіленою випадковою величиною з середнім значенням 2 хвилини. Складіть модель на мові GPSS, яка б дозволила змоделювати роботу магазину протягом 12 годин, отримати статистику розподілу часу, потрібного для обслуговування покупця, і довжину черги.

4. У перукарні є n перукарів. Вхідний потік клієнтів має експоненціальний розподіл з інтенсивністю 0,21 за хвилину. Якщо один з перукарів є вільним, то він обслуговуватиме чергового клієнта. Якщо всі перукарі зайняті, то клієнти стають у спільну чергу. Якщо довжина черги досягає значення 10, то наступні клієнти не займають чергу, а йдуть шукати іншу перукарню. Час обслуговування клієнта будь-яким перукарем має експоненціальний розподіл з середнім значенням 15 хвилин. Складіть модель роботи системи на мові GPSS, шляхом моделювання визначте мінімальну кількість перукарів, необхідну для того щоб середня довжина черги була меншою від 5. Визначте ймовірність того, що клієнту доведеться шукати іншу перукарню, максимальну довжину черги, коефіцієнт завантаження перукарні та статистику розподілу часу, необхідного для обслуговування клієнтів.

5. Тривалість перебування відвідувача в картинній галереї є рівномірно розподіленою випадковою величиною на проміжку $[0,5; 2,5]$ години. Відвідувачі приходять у картинну галерею з інтервалом, який є випадковою величиною з експоненціальним законом розподілу з середнім значенням 4 хвилини. Кількість відвідувачів, які одночасно перебувають у картинній галереї, не обмежується. Складіть модель на мові GPSS, яка б дозволила здійснити моделювання перебування відвідувачів у картинній галереї протягом десяти годин її роботи і встановити те, яка найбільша кількість відвідувачів знаходилась у картинній галереї одночасно.

6. У відділенні зв'язку є два віконечка, в яких приймають рекомендовані листи і продають марки. Час обслуговування одного клієнта є випадковою величиною, рівномірно розподіленою на проміжку $[1, 6]$ хвилин. Якщо обидва віконечка зайняті, то клієнти займають спільну чергу, з якої переходять до будь-якого вільного віконечка. Час появи клієнтів утворює стаціонарний пуассонівський потік з середнім значенням 1,5 хвилини. Складіть модель на мові GPSS, яка б дозволила змоделювати процес обслуговування 100 клієнтів і допомогла зробити директору відділення зв'язку висновок про необхідність взяття на роботу ще одного працівника на основі аналізу довжини черг і часу, потрібного на перебування в черзі.

7. На автозаправній станції є місця для одночасної заправки трьох автомобілів і достатня кількість працівників. Тривалість заправки кожного автомобіля складає 7–15 хвилин. Автомобілі, яким бракує пального, прибувають через кожні 4–10 хвилин. Якщо на автозаправній станції всі місця зайняті, то автомобілі їдуть на іншу автозаправку. Складіть модель на мові GPSS, яка б дозволила здійснити моделювання роботи автозаправної станції протягом обслуговування 200 автомобілів (крім тих, які у зв'язку із зайнятістю всіх місць для заправки поїхали шукати іншу автозаправну станцію). Визначте кількість і відсоток автомобілів, водії яких не захотіли стояти в черзі.

8. На виробничу дільницю надходять деталі. Час їхнього надходження розподілений рівномірно на проміжку $[5, 15]$ хвилин. Спочатку вони проходять зовнішній прийом у контролера відділу технічного контролю за 2–4 хвилини. 5 % з них скеровуються на доопрацювання, яке займає 3–5

хвилин, після чого вони знову надходять на перевірку до контролера на час 1–3 хвилини. Деталі, які вже побували на доопрацюванні і знову не проходять контроль якості, визнаються бракованими (в середньому їх буває 10 % від кількості тих, що були на доопрацюванні). Після прийому деталі надходять на складання протягом 2–7 хвилин, а потім на термозагартовування на час 8–12 хвилин. Деталі, що гартувалися менше 10 хвилин або були на доопрацюванні, одержують маркування другого сорту, а якщо ці деталі були на доопрацюванні і гартування тривало менше 10 хвилин — третього.

Завдання:

а) склавши модель на мові GPSS, змоделюйте роботу дільниці протягом 22 робочих днів тривалістю вісім годин кожен;

б) визначте:

- кількість бракованих деталей;
- кількість деталей першого сорту;
- кількість деталей другого сорту;
- кількість деталей третього сорту;

в) визначте як зміняться ці дані при зменшенні браку до 2 %.

11. Моделювання конвеєрних систем масового обслуговування

Мета — сформулювати вміння і навички моделювання конвеєрних систем масового обслуговування з допомогою GPSS World.

Задана система масового обслуговування з конвеєрною структурою, що складається з трьох пристроїв $PR1$, $PR2$, $PR3$ (рис. 10). На вхід системи надходить нормально розподілений потік вимог (з середнім значенням 150 і середньоквадратичним відхиленням 15), які послідовно обробляються в кожному з пристроїв. На вході кожного пристрою є буфер ($BUF1$, $BUF2$, $BUF3$), призначений для прийому вимог і запобігання їх втраті при пікових навантаженнях. Вимоги в буфері утворюють чергу і обробляються відповідним пристроєм у порядку їх надходження. Оброблені вимоги утворюють вихідний потік вимог. Час обробки вимоги у першому пристрої є рівномірно розподіленою на проміжку [23, 37] величиною. Час обробки вимоги у другому пристрої визначається функцією $FUNC1$ (рис. 8). Час обробки вимоги в останньому пристрої визначається функцією $FUNC2$ (рис. 9).

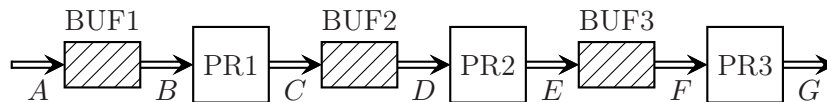


Рис. 10.

При дослідженні конвеєрних систем масового обслуговування виникають завдання визначення загального часу обробки вимог і виконання деяких етапів обробки, визначення інтенсивності вихідного потоку вимог і потоків у визначених точках системи (B , C , D , E , F , G), коефіцієнтів завантаження пристроїв і необхідних об'ємів буферів.

Завдання.

1. Скласти програму моделі на мові GPSS. Перший буфер моделювати багатоканальним пристроєм, а другий і третій – чергами зі стандартною статистикою. Для черги другого буфера відобразити детальну таблицю статистики часу перебування транзактів у черзі. Для інтервалу між точками D і F (другого процесора і третього буфера) створити таблицю статистики часу проходження транзактів. Вивести також детальну статистику руху транзактів через модель (від точки A до точки G).

2. Виконати прогін моделі на ЕОМ. При необхідності скоректувати операнди команд $TABLE$ і $QTABLE$ і виконати повторний прогін.

3. Визначити коефіцієнти завантаження пристроїв і необхідний об'єм буферів. Знайти час перебування транзактів у кожній із черг. Зробити висновок щодо режиму роботи модельованої системи.

12. Моделювання паралельних систем масового обслуговування з пріоритетною схемою обслуговування замовлень

Мета — сформуванати вміння і навички моделювання паралельних систем масового обслуговування з пріоритетною схемою обслуговування замовлень з допомогою GPSS World.

Задана система масового обслуговування паралельного типу, пристрої $PR1$, $PR2$, $PR3$ якої функціонують паралельно і незалежно один від одного (рис. 11). Нею може бути, наприклад, обчислювальна система.

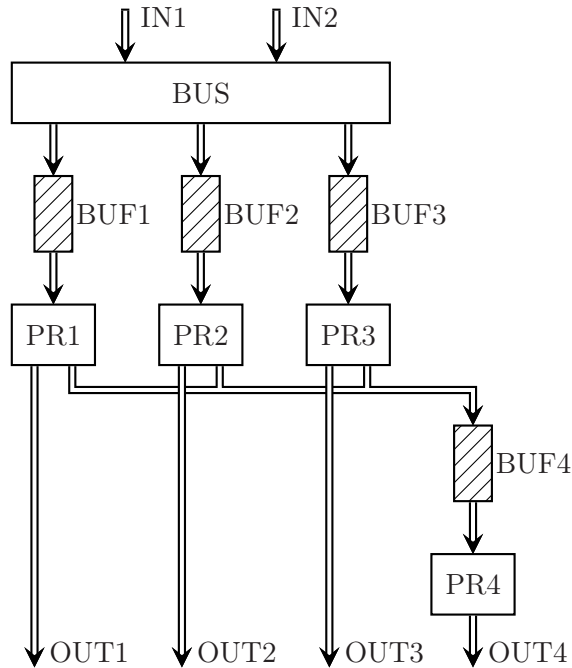


Рис. 11.

На вхід системи надходять два потоки вимог $IN1$ і $IN2$, задані нормальним розподілом з середнім значенням 150 і середньоквадратичним відхиленням 20. Розподільчий пристрій BUS надсилає кожен вимогу для обробки на один з трьох пристроїв – $PR1$, $PR2$ або $PR3$ – з імовірностями 0.5, 0.3, 0.2 відповідно. Час обробки вимоги у першому пристрої є рівномірно розподіленою на проміжку [23, 37] величиною. Час обробки вимоги у другому пристрої визначається функцією $FUNC1$ (рис. 8). Час обробки вимоги в останньому пристрої визначається функцією $FUNC2$ (рис. 9).

Вимоги потоку $IN2$ мають вищий пріоритет і можуть переривати обробку вимог потоку $IN1$ для власного обслуговування. Дообслуговування перерваної вимоги може відбуватися або в тому самому пристрої, в якому почалася її обробка, після закінчення переривання, або в спеціальному пристрої $PR4$ відразу ж при виникненні переривання.

На вході кожного пристрою є буфер місткістю 5 одиниць. Якщо вимога надходить при заповненому буфері, то вона втрачається.

Завдання.

1. Побудувати на мові GPSS модель заданої системи при умові, що перервані транзакти дообслуговуються на тому самому пристрої.

2. Визначити такі характеристики моделі, як час перебування замовлень у системі, інтенсивності вихідних потоків, час перебування замовлень у кожному з буферів, а також відсоток втрачених за рахунок обмеженості об'єму буферів замовлень по кожному з пристроїв і загальний відсоток втрачених замовлень.

3. Визначити коефіцієнти завантаження пристроїв. Зробити висновок щодо режиму роботи модельованої системи.

4. Побудувати на мові GPSS модель заданої системи при умові, що перервані транзакти дообслуговуються на додатковому пристрої, який характеризується тим самим об'ємом вхідного

буфера і часом роботи, що дорівнює часу, який залишився для обробки транзакта плюс рівномірно розподілена на проміжку $[1, 5]$ величина. Визначити ті самі характеристики моделі, що й у випадку дообслуговування транзакта на одному пристрої.

13. Матричний аналіз мереж Петрі

Мета — сформулювати вміння і навички матричного аналізу мереж Петрі.

1. Проаналізуйте мережу Петрі N_7 з рис. 12. Подайте мережу Петрі у теоретико-множинному і матричному виглядах. Знайдіть інваріанти мережі і зробіть висновки.

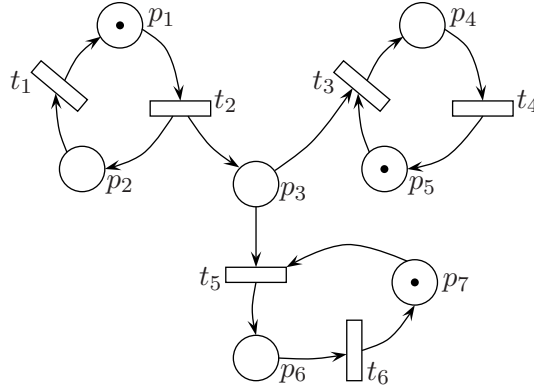


Рис. 12. Мережа N_7

2. Подайте мережу Петрі N_8 з рис. 13 у матричному вигляді. Знайдіть інваріанти мережі і зробіть висновки.

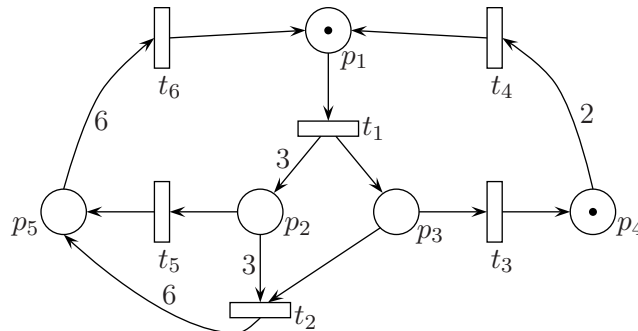


Рис. 13. Мережа N_8

3. Проаналізуйте мережу Петрі N_9 з рис. 14. Позбувшись петлі, подайте мережу Петрі у теоретико-множинному і матричному виглядах. Знайдіть інваріанти мережі і зробіть висновки.

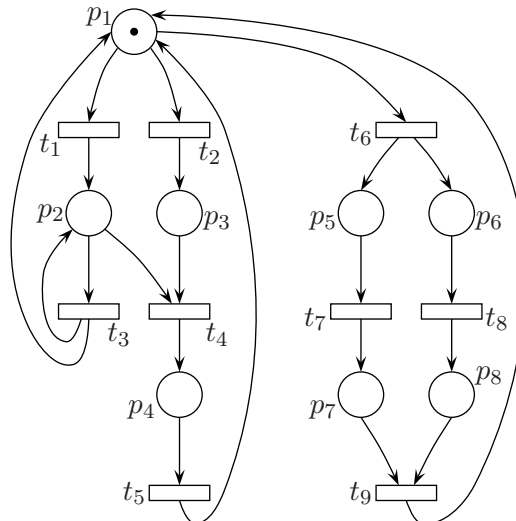


Рис. 14. Мережа N_9

14. Моделювання мереж Петрі з допомогою програми HPSim

Мета — сформулювати вміння і навички моделювання мереж Петрі з допомогою програми HPSim.

1. З допомогою програми HPSim виконайте імітаційне моделювання мережі Петрі N_8 з рис. 13.
2. З допомогою програми HPSim виконайте імітаційне моделювання мережі Петрі N_9 з рис. 14.
3. З допомогою програми HPSim виконайте імітаційне моделювання мережі Петрі N_6 з рис. 15.

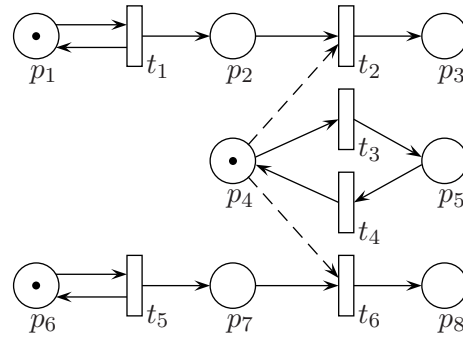


Рис. 15. Мережа N_6