

# Завдання для проведення практичних занять з імітаційного моделювання

## 1. Метод Монте-Карло

**Мета** — сформувати вміння і навички моделювання найпростіших процесів методом Монте-Карло.

1. Підприємство по ремонту побутової електроніки виконує ремонт радіоприймачів, телевізорів, DVD-плеєрів і телефонів. Відомо, що приблизно 5 % замовлень, які надходять на підприємство, складають замовлення на ремонт радіоприймачів, 40 % — телевізорів, 25 % — DVD-плеєрів, 30 % — телефонів. По кожному замовленню потрібен ремонт лише одного виробу. Прибуток підприємства від ремонту одного радіоприймача становить 15 грошових одиниць, телевізора — 60 грошових одиниць, DVD-плеєра — 30 грошових одиниць, телефона — 40 грошових одиниць. Розробіть програму для імітації роботи ремонтного підприємства на основі методу Монте-Карло і визначення прибутку підприємства від виконання 100 ремонтів побутової електроніки.

2. Підприємство виготовляє деякі вироби. Зі спостережень відомо, що 4 % виробів є бракованими. Виготовлення придатного виробу приносить підприємству прибуток у розмірі 10 грошових одиниць, а виготовлення дефектного виробу — збиток у розмірі 15 грошових одиниць. Створіть програму імітації виготовлення виробів на основі методу Монте-Карло для визначення середнього прибутку підприємства від виготовлення одного виробу.

3. Підприємство виготовляє електроприлади, які складаються з трьох блоків  $A$ ,  $B$  і  $C$ . Якщо хоч один із блоків виходить з ладу, то прилад працювати не буде. З досвіду відомо, що ймовірність безвідмовної роботи блока  $A$  протягом гарантійного терміну становить 95 %, блока  $B$  — 97 %, блока  $C$  — 98 %. Витрати підприємства на виготовлення одного приладу наступні: вартість кожного блока — 10 грошових одиниць, інші витрати — 15 грошових одиниць. Прилади продаються по ціні 60 грошових одиниць. У випадку відмови приладу до закінчення гарантійного терміну підприємство безкоштовно виконує його ремонт. Витрати підприємства, пов'язані з гарантійним ремонтом, можуть бути різними в залежності від складності ремонту, витрат на доставку і т. п. Відомо, що приблизно у 60 % випадків витрати на гарантійний ремонт становлять 20 грошових одиниць, у 35 % випадків — 30 грошових одиниць, у 5 % випадків — 45 грошових одиниць.

Потрібно скласти алгоритм і програму на основі методу Монте-Карло для знаходження: а) ймовірності відмови приладу до завершення гарантійного терміну; б) середнього прибутку підприємства від випуску одного приладу. Визначте, чи вигідно для підприємства використовувати в конструкції приладу новий, більш надійний блок  $A$ , вартість якого становить 13 грошових одиниць, а ймовірність безвідмовної роботи протягом гарантійного терміну — 99 % (при цьому підвищення ціни на прилади не планується).

## 2. Метод оберненої функції

**Мета** — сформувати вміння і навички застосування методу оберненої функції до виведення формул для генерування випадкових величин.

1. Виведіть формули для генерування випадкової величини, яка має задану щільність розподілу ймовірностей:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{x-1}{2}, & 1 \leq x < 2, \\ \frac{1}{2}, & 2 \leq x < 3, \\ 2 - \frac{x}{2}, & 3 \leq x < 4, \\ 0, & x \geq 4; \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{10}, & 0 \leq x < 2, \\ \frac{1}{3}, & 2 \leq x < 3, \\ 1 - \frac{x}{5}, & 3 \leq x < 5, \\ 0, & x \geq 5; \end{cases}$$

$$\text{в) } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ \frac{x-2}{3}, & 2 \leq x < 3, \\ \frac{1}{2}, & 3 \leq x < 4, \\ \frac{1}{3}, & 4 \leq x < 5, \\ 0, & x \geq 5; \end{cases} \quad \text{г) } f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ \frac{13}{60}, & -1 \leq x < 0, \\ \frac{1}{4}, & 0 \leq x < 2, \\ \frac{1}{5}, & 2 \leq x < 3, \\ \frac{1}{12}, & 3 \leq x < 4, \\ 0, & x \geq 4. \end{cases}$$

### 3. Моделювання дискретних випадкових величин

**Мета** — сформувати вміння і навички виведення формул для генерування дискретних випадкових величин.

1. Виведіть формули для генерування випадкової величини з рівномірним дискретним законом розподілу.
2. Виведіть формули для генерування випадкової величини з геометричним законом розподілу.
3. Виведіть формули для генерування випадкової величини з біноміальним законом розподілу.
4. Виведіть формули для генерування випадкової величини з законом розподілу Пуассона.

### 4. Моделювання неперервних випадкових величин: рівномірний, експоненціальний, нормальний розподіли

**Мета** — сформувати вміння і навички виведення формул для генерування випадкових величин з рівномірним, експоненціальним і нормальним розподілами.

1. Виведіть формули для генерування випадкової величини з рівномірним законом розподілу.
2. Виведіть формули для генерування випадкової величини з експоненціальним законом розподілу.
3. Виведіть формули для генерування випадкової величини з нормальним законом розподілу.
4. Виведіть формули для генерування випадкової величини з законом розподілу Ерланга.

### 5. Моделювання неперервних випадкових величин: Вейбулла, логнормальний, трикутний розподіли

**Мета** — сформувати вміння і навички виведення формул для генерування випадкових величин з логнормальним, трикутним розподілом і розподілом Вейбулла.

1. Виведіть формули для генерування випадкової величини з розподілом Вейбулла.
2. Виведіть формули для генерування випадкової величини з логнормальним законом розподілу.
3. Виведіть формули для генерування випадкової величини з лівим трикутним законом розподілу.
4. Виведіть формули для генерування випадкової величини з правим трикутним законом розподілу.

### 6. Складання програм для моделювання випадкових процесів на основі методу Монте-Карло

**Мета** — сформувати вміння і навички моделювання випадкових процесів на основі методу Монте-Карло.

1. Лінія електропередачі (ЛЕП) з'єднує електростанцію з містом. Довжина ЛЕП (відстань між містом і електростанцією) — 200 км. Засоби автоматичного контролю, якими обладнана ЛЕП, дозволяють у випадку аварії зразу встановити місце, де вона відбулась, і оцінити її серйозність. Приблизно у 85 % випадків аварія є звичайною, а у 15 % — серйозною. При звичайній аварії для її усунення скеровується ремонтна бригада з пункту (міста чи електростанції), ближчого до

місця аварії. Для усунення серйозної аварії скеровується спеціальна ремонтна бригада з міста, незалежно від того, де відбулась аварія.

Для виїзду звичайної ремонтної бригади потрібно 5–10 хвилин, а для виїзду спеціальної бригади — 10–20 хвилин. Відстань до місця аварії по дорозі в середньому є на 10 % більшою, ніж по лінії електропередачі. Швидкість руху ремонтної бригади до місця аварії лежить у межах від 30 до 60 км/год (залежно від якості дороги, якою можна дістатись безпосередньо до місця аварії), найімовірніша швидкість руху — 50 км/год. Час, необхідний для ремонту ЛЕП — випадкова величина, яку можна вважати розподіленою за експоненціальним законом розподілу. Ремонт ЛЕП у випадку звичайної аварії потребує в середньому 4 години, а серйозної — 8 годин.

Розробити програму для імітації ремонту ЛЕП на основі методу Монте-Карло і визначення середнього часу, необхідного для усунення аварії (включно з часом, необхідним для прибуття ремонтної бригади).

2. В автоматизованій системі керування технологічним процесом передаються сигнали від виробничого обладнання (об'єкта керування) до комп'ютера, який керує процесом. Тривалість передачі сигналу — випадкова величина, розподілена за експоненціальним законом із середнім значенням 3 мс. У каналі зв'язку можуть виникати перешкоди. Інтервали між перешкодами — випадкові величини, розподілені за експоненціальним законом. Перешкоди виникають у середньому 30 разів за секунду, але є короткочасними. Якщо під час передачі сигналу виникне хоч одна перешкода, то сигнал спотвориться. Розробіть алгоритм і програму для імітації передачі сигналів. Визначте ймовірність передачі сигналу без спотворень.

Вказівка. Оскільки інтервали часу між перешкодами є експоненціально розподіленими випадковими величинами, то кількість перешкод за деякий інтервал часу  $t$  є випадковою величиною, розподіленою за законом розподілу Пуассона з параметром  $\lambda = \Lambda t$ , де  $\Lambda$  — інтенсивність потоку перешкод. У нашому випадку  $\Lambda = 30$  перешкод/с = 0,03 перешкоди/мс.

3. Торговий заклад щодня купує у видавництва 1000 примірників деякої газети по ціні 1,8 грн і продає по 2,5 грн. З досвіду роботи закладу відомо, що в ранковий час попит на газети зазвичай становить від 200 до 500 примірників. У денний час попит зазвичай становить від 300 до 600 примірників. Попит у вечірній час залежить від того, чи були надруковані в газеті матеріали, що викликали підвищений інтерес. Якщо в газеті були опубліковані такі матеріали, то попит складає від 300 до 600 примірників; якщо таких матеріалів немає, то попит становить від 100 до 300 примірників. Матеріали, що викликають підвищений інтерес, друкуються в газеті в середньому два рази на тиждень. Газети, не продані на протязі дня, не можуть бути продані в наступні дні.

Розробити програму для імітації роботи торгового закладу на основі методу Монте-Карло з метою визначення середнього прибутку закладу за день, середньої кількості непроданих за день газет, середньої кількості газет за день, яких не вистачило для задоволення попиту, і ймовірності того, що попит на газети не буде повністю задоволено.

## 7. Складання програм для моделювання випадкових процесів на основі методу Монте-Карло

**Мета** — сформулювати вміння і навички моделювання випадкових процесів на основі методу Монте-Карло.

1. У ремонтній службі підприємства виконується налагодження і ремонт деяких пристроїв. Кожен пристрій складається з п'яти схем. Кожна з них може виявитись несправною з імовірністю 0,1 (у 10 % випадків). Налагодження і ремонт пристрою включає в себе наступні операції: перевірку, заміну несправної схеми і налагодження пристрою. Для перевірки кожної схеми потрібно витратити від 3 до 6 хвилин. Час заміни однієї схеми є випадковою величиною з логнормальним законом розподілу з середнім значенням відповідного нормального закону розподілу 1,8 і середньоквадратичним відхиленням 0,2. Якщо схеми не замінювались, то достатньо дрібного налагодження пристрою. Якщо було замінено хоч одну схему, то необхідне повне налагодження пристрою. Час налагодження є випадковою величиною, розподіленою за експоненціальним законом. Дрібне налагодження потребує в середньому 10 хвилин, а повне — 15 хвилин.

Потрібно скласти алгоритм і програму імітації налагодження і ремонту пристроїв на основі методу Монте-Карло. Програма має дати можливість визначити: середній час налагодження і ремонту одного пристрою; процент випадків, коли відбувався ремонт, тобто була замінена хоч одна схема; середню кількість схем, заміненіх в одному пристрої.

2. Фірма виконує переклади з двадцяти п'яти іноземних мов на українську мову. Обсяг перекладу — випадкова величина з експоненціальним законом розподілу. Середній обсяг перекладу — 7 сторінок. Сторінкою вважається обсяг тексту, що містить 1860 друкованих знаків з пропусками.

З усіх перекладів переклади з англійської, німецької, французької, італійської та іспанської мов складають 85 %, з польської і російської мов — 5 %, з інших мов — 10 %. Крім того, відомо, що з усіх замовлень 50 % складають замовлення на стандартні переклади, 30 % — економічні і юридичні, 20 % — художні, медичні і технічні. Кожне замовлення належить лише до одного виду (тобто переклад не може бути, наприклад, одночасно економічним і медичним).

Плата, яку бере фірма з замовника за одну сторінку стандартного перекладу, наступна: з англійської, німецької, французької, італійської та іспанської мов — 45 грн, з польської і російської мов — 40 грн, з інших мов — 65 грн. За економічний або юридичний переклад плата підвищується на 30 %, а за художній, медичний або технічний — на 50 %. Якщо обсяг перекладу становить менше, ніж півсторінки, то плата береться за півсторінки. Якщо обсяг перекладу перевищує 50 сторінок, то застосовується знижка у розмірі 5 %.

Потрібно скласти програму на основі методу Монте-Карло для визначення середньої вартості виконання одного перекладу.

3. Деякі вироби виготовляються шляхом накладання двох пластин. Номінальна товщина першої пластини — 9 мм, а другої — 6 мм. Оскільки у виробничому процесі неминучі відхилення, фактична товщина першої пластини є нормально розподіленою випадковою величиною з середнім значенням 9 мм і середньоквадратичним відхиленням 0,15 мм. Товщина другої пластини — теж нормально розподілена випадкова величина з середнім значенням 6 мм і середньоквадратичним відхиленням 0,1 мм. Готовий виріб вважається придатним, якщо його товщина становить від 14,8 до 15,2 мм. Створіть алгоритм і програму для імітації товщини виготовленого виробу на основі методу Монте-Карло. Знайдіть середню товщину готового виробу і ймовірність випуску придатної продукції.

4. Підприємство виготовляє книжкові шафи на замовлення. Для великих замовлень передбачена знижка: за виготовлення однієї шафи підприємство бере 30 грошових одиниць, якщо замовлення складає від однієї до п'яти шаф, і 25 грошових одиниць — якщо замовлення перевищує п'ять шаф. Витрати підприємства на виготовлення однієї шафи складають 20 грошових одиниць. З досвіду роботи підприємства відомо, що замовлення зазвичай становлять від однієї до тридцяти шаф, причому ця величина є рівномірно розподіленою на цілому проміжку. Замовлення на виготовлення більше тридцяти шаф зустрічаються надзвичайно рідко і ними можна знехтувати. Директор підприємства пропонує скасувати знижку з метою збільшення прибутку. Однак у цьому випадку можна припускати, що кількість великих замовлень зменшиться, і замовлення будуть складатися в середньому від однієї до п'ятнадцяти шаф. Потрібно скласти програму для імітації виконання замовлень і визначити, чи вигідним для підприємства є скасування знижок.

## **8. Емпіричні розподіли неперервних випадкових величин у випадку, коли відомими є дані окремих спостережень**

**Мета** — сформувати вміння і навички моделювання емпіричних розподілів неперервних випадкових величин у випадку, коли відомими є дані окремих спостережень.

1. Обчислити два числових значення неперервної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає вибірці: 12,32; 10,71; 14,5; 13,16; 10,39; 13,74; 10,71; 14,22. Вважати, що генератор випадкових чисел генерує значення 0,869 і 0,236.

2. На мові імітаційного моделювання GPSS створити неперервну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає вибірці: 12,32; 10,71; 14,5; 13,16; 10,39; 13,74; 10,71; 14,22.

3. Обчисліть три числових значення неперервної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає вибірці: 12,34; 13,01; 8,75; 14,2; 10,21; 16,1; 9,2; 11,22; 10,82; 9,2. Вважати, що

генератор випадкових чисел генерує значення 0,239, 0,792 і 0,465.

4. На мові імітаційного моделювання GPSS створіть неперервну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає вибірці з вправи 3.

5. Обчисліть три числових значення неперервної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає вибірці: 5,73; 6,21; 4,95; 8,07; 7,61; 6,34; 8,12; 7,23; 9,05; 7,29; 4,51; 7,6. Вважати, що генератор випадкових чисел генерує значення 0,123, 0,477 і 0,912.

6. На мові імітаційного моделювання GPSS створіть неперервну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає вибірці з вправи 5.

## 9. Емпіричні розподіли дискретних випадкових величин у випадку, коли відомими є дані окремих спостережень

**Мета** — сформулювати вміння і навички моделювання емпіричних розподілів дискретних випадкових величин у випадку, коли відомими є дані окремих спостережень.

1. Обчислити два числових значення дискретної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає вибірці 6, 5, 8, 4, 3, 4, 7, 3, 4, якщо генератор випадкових чисел генерує значення 0,869 і 0,236.

2. На мові імітаційного моделювання GPSS створити дискретну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає вибірці 6, 5, 8, 4, 3, 4, 7, 3, 4.

3. Обчисліть три числових значення дискретної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає вибірці 5, 6, 8, 6, 9, 7, 4, 3, 5, 6, якщо генератор випадкових чисел генерує значення 0,791, 0,669 і 0,322.

4. На мові імітаційного моделювання GPSS створіть дискретну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає вибірці з вправи 3.

5. Обчисліть три числових значення дискретної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає вибірці 13, 14, 12, 14, 15, 11, 9, 10, 12, 16, якщо генератор випадкових чисел генерує значення 0,527, 0,903 і 0,059.

6. На мові імітаційного моделювання GPSS створіть дискретну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає вибірці з вправи 5.

## 10. Емпіричні розподіли у випадку згрупованих даних

**Мета** — сформулювати вміння і навички моделювання емпіричних розподілів випадкових величин у випадку згрупованих даних.

1. Обчислити два числових значення неперервної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає згрупованій вибірці з наступної таблиці.

$[a_i, a_{i+1})$	[3, 4)	[4, 5)	[5, 7)	[7, 8)	[8, 9)	[9, 10)
$n_i$	1	2	1	0	3	1

Другий рядок таблиці містить кількість чисел, які потрапляють у відповідний проміжок з першого рядка таблиці. Вважати, що генератор випадкових чисел генерує значення 0,869 і 0,236.

2. На мові імітаційного моделювання GPSS створити неперервну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає згрупованій вибірці з вправи 1.

3. Обчисліть три числових значення неперервної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає згрупованій вибірці з наступної таблиці.

[2, 3)	[3, 4)	[4, 5)	[5, 6)	[6, 7)	[7, 8)	[8, 9)	[9, 10)	[10, 11)	[11, 12]
3	2	1	0	5	6	4	2	3	2

Другий рядок таблиці містить кількість чисел, які потрапляють у відповідний проміжок з першого рядка таблиці. Вважати, що генератор випадкових чисел генерує значення 0,157, 0,812 і 0,44.

4. На мові імітаційного моделювання GPSS створіть неперервну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає згрупованій вибірці з вправи 3.

5. Обчисліть три числових значення неперервної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає згрупованій вибірці з наступної таблиці.

[1, 2)	[2, 3)	[3, 4)	[4, 5)	[5, 6)	[6, 7)	[7, 8)	[8, 9)	[9, 10)
1	0	3	4	5	4	3	2	3

Другий рядок таблиці містить кількість чисел, які потрапляють у відповідний проміжок з першого рядка таблиці. Вважати, що генератор випадкових чисел генерує значення 0,232, 0,588 і 0,779.

6. На мові імітаційного моделювання GPSS створіть неперервну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає згрупованій вибірці з вправи 5.

## 11. Моделювання емпіричних розподілів

**Мета** — сформулювати вміння і навички моделювання емпіричних розподілів випадкових величин у різних випадках.

1. Обчислити два числових значення дискретної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає згрупованій вибірці з наступної таблиці.

$x_i$	6	3	5	2	7	10
$n_i$	1	2	1	4	3	1

Вважати, що генератор випадкових чисел генерує значення 0,869 і 0,236.

2. На мові імітаційного моделювання GPSS створити дискретну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає згрупованій вибірці з наступної таблиці.

$x_i$	6	3	5	2	7	10
$n_i$	1	2	1	4	3	1

3. Обчисліть три числових значення дискретної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає згрупованій вибірці з наступної таблиці.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	7	8
$n_i$	4	3	2	3	2	1	1	2

Вважати, що генератор випадкових чисел генерує значення 0,855, 0,091 і 0,311.

4. На мові імітаційного моделювання GPSS створіть дискретну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає згрупованій вибірці з вправи 3.

5. Обчисліть три числових значення дискретної випадкової величини з емпіричним розподілом, що відповідає згрупованій вибірці з наступної таблиці.

$x_i$	1	2	4	5	7	10	11	12
$n_i$	2	2	5	4	3	1	2	2

Вважати, що генератор випадкових чисел генерує значення 0,148, 0,351 і 0,689.

6. На мові імітаційного моделювання GPSS створіть дискретну функцію для моделювання емпіричного розподілу, що відповідає згрупованій вибірці з вправи 5.

## 12. Вибір сім'ї розподілів

**Мета** — сформулювати вміння і навички вибору сім'ї розподілів.

1. Визначити сім'ю розподілів, якщо дані спостережень мають вигляд: 0,626; 1,21; 7,53; 1,74; 0,695; 5,38; 0,750; 0,584; 3,17; 1,50; 0,969; 1,92; 1,16; 0,150; 0,491; 2,09; 3,44; 0,132; 0,234; 0,969.

2. Визначте сім'ю розподілів, якщо дані спостережень мають вигляд: 0,16; 0,08; 0,07; 0,61; 0,26; 1,47; 0,014; 0,2; 0,004; 0,31; 0,09; 1,06; 0,015; 0,26; 0,06; 0,32; 0,16; 0,03; 0,45; 0,086.

3. Визначте сім'ю розподілів, якщо дані спостережень мають вигляд: 394, 206, 309, 149, 215, 96, 1557, 275, 207, 190, 510, 148, 134, 105, 37, 297, 81, 929, 147, 572.

4. Визначте сім'ю розподілів, якщо дані спостережень мають вигляд: 10,4; 10,6; 10,6; 10,1; 8,8; 8,7; 10,2; 10,5; 10,1; 12,3; 10,9; 9,0; 9,8; 8,4; 10,4; 9,6; 10,3; 11,2; 11,6; 9,7.

### 13. Визначення параметрів розподілу

**Мета** — сформуванати вміння і навички визначення параметрів розподілу.

1. Визначити методом максимальної правдоподібності параметр експоненціального розподілу для даних спостережень  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .
2. Визначити методом максимальної правдоподібності параметри нормального розподілу для даних спостережень  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .
3. Визначити методом максимальної правдоподібності параметр геометричного розподілу для даних спостережень  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .
4. Методом максимальної правдоподібності знайдіть параметри логнормального розподілу.
5. Методом максимальної правдоподібності знайдіть параметри розподілу Вейбулла.
6. Методом максимальної правдоподібності знайдіть параметри біноміального розподілу.

### 14. Методи перевірки незалежності вибірки

**Мета** — сформуванати вміння і навички перевірки вибірки на незалежність.

1. З допомогою діаграми розкиду перевірте на незалежність вибірку: 1,87; 2,13; 2,33; 2,37; 0,15; 0,64; 0,13; 0,86; 1,79; 0,82; 0,13; 2,05,  $-0,77$ ; 0,95; 0,24.
2. З допомогою діаграми розкиду перевірте на незалежність вибірку:  $-1,82$ ; 1,52; 0,56;  $-1,97$ ; 1,1; 1,08;  $-1,97$ ; 0,59; 1,51;  $-1,82$ ; 0,03; 1,82;  $-1,51$ ;  $-0,53$ ; 1,99.
3. З допомогою кореляційного графіка перевірте на незалежність вибірку з вправи 1.
4. З допомогою кореляційного графіка перевірте на незалежність вибірку з вправи 2.
5. З допомогою діаграми розкиду перевірте на незалежність вибірку:  $-0,69$ ; 1,22; 0,24; 0,94; 0,1; 2,05; 1,23; 0,94;  $-0,93$ ;  $-0,76$ ;  $-0,23$ ;  $-0,58$ ; 2,26; 2,55; 1,32.
6. З допомогою діаграми розкиду перевірте на незалежність вибірку: 1,98;  $-1,92$ ; 1,83;  $-1,68$ ; 1,53;  $-1,31$ ; 1,11;  $-0,83$ ; 0,61;  $-0,28$ ; 0,05; 0,29;  $-0,5$ ; 0,83;  $-1,01$ .
7. З допомогою кореляційного графіка перевірте на незалежність вибірку з вправи 5.
8. З допомогою кореляційного графіка перевірте на незалежність вибірку з вправи 6.

### 15. Підтвердження знайденого розподілу

**Мета** — сформуванати вміння і навички перевірки гіпотези про придатність вибраного закону розподілу для моделювання даних спостереження.

1. З допомогою графіка функції щільності поверх гістограми перевірити гіпотезу про придатність експоненціального розподілу для моделювання таких даних спостережень: 0,626; 1,21; 7,53; 1,74; 0,695; 5,38; 0,750; 0,584; 3,17; 1,50; 0,969; 1,92; 1,16; 0,150; 0,491; 2,09; 3,44; 0,132; 0,234; 0,969.
2. З допомогою частотного порівняння перевірити гіпотезу про придатність експоненціального розподілу для моделювання даних спостережень з попереднього прикладу: 0,626; 1,21; 7,53; 1,74; 0,695; 5,38; 0,750; 0,584; 3,17; 1,50; 0,969; 1,92; 1,16; 0,150; 0,491; 2,09; 3,44; 0,132; 0,234; 0,969.
3. З допомогою графіка відмінностей між функціями розподілу перевірити гіпотезу про придатність експоненціального розподілу для моделювання даних спостережень з попереднього прикладу: 0,626; 1,21; 7,53; 1,74; 0,695; 5,38; 0,750; 0,584; 3,17; 1,50; 0,969; 1,92; 1,16; 0,150; 0,491; 2,09; 3,44; 0,132; 0,234; 0,969.
4. З допомогою критерію  $\chi^2$  перевірити гіпотезу про придатність експоненціального розподілу для моделювання даних спостережень з попереднього прикладу: 0,626; 1,21; 7,53; 1,74; 0,695; 5,38; 0,750; 0,584; 3,17; 1,50; 0,969; 1,92; 1,16; 0,150; 0,491; 2,09; 3,44; 0,132; 0,234; 0,969. Рівень значущості  $\alpha = 0,01$ .
5. Визначте параметри розподілу, якщо дані спостережень мають вигляд: 394, 206, 309, 149, 215, 96, 1557, 275, 207, 190, 510, 148, 134, 105, 37, 297, 81, 929, 147, 572.
6. З допомогою графіка функції щільності поверх гістограми перевірити гіпотезу про придатність логнормального розподілу для моделювання таких даних спостережень: 394, 206, 309, 149, 215, 96, 1557, 275, 207, 190, 510, 148, 134, 105, 37, 297, 81, 929, 147, 572.

7. З допомогою критерію  $\chi^2$  перевірити гіпотезу про придатність логнормального розподілу для моделювання даних спостережень з попереднього прикладу: 394, 206, 309, 149, 215, 96, 1557, 275, 207, 190, 510, 148, 134, 105, 37, 297, 81, 929, 147, 572. Рівень значущості  $\alpha = 0,01$ .

## 16. Вибір і моделювання розподілів у складних випадках

**Мета** — сформулювати вміння і навички вибору і моделювання розподілів у складних випадках.

1. Про випадкову величину відомо лише те, що вона може набувати значень з проміжку  $[1, 5]$  з середнім значенням 2,5 і модою 2. Знайдіть параметри бета-розподілу для моделювання цієї випадкової величини.

2. Про випадкову величину відомо лише те, що вона може набувати значень з проміжку  $[3, 10]$  з середнім значенням 7 і модою 8. Знайдіть параметри бета-розподілу для моделювання цієї випадкової величини.

3. Визначте сім'ю і параметри розподілу, якщо дані спостережень мають вигляд: 14,0; 13,8; 13,2; 14,2; 13,5; 14,3; 14,3; 13,3; 13,7; 14,5; 14,3; 13,5; 14,7; 14,0; 13,8; 13,3; 14,0; 13,9; 13,9; 13,7; 14,0; 14,1; 12,9; 12,5; 13,6. Крім того, відомо, що випадкова величина не може набувати значень, менших від 10.

4. Підтвердіть правильність визначення параметрів і сім'ї розподілів у вправі 3.

## 17. Багатовимірні розподіли

**Мета** — сформулювати вміння і навички вибору і моделювання багатовимірних розподілів.

1. На верстаті виготовляються валики. Довжина  $x$  і діаметр  $y$  валиків є випадковими величинами з двовимірним нормальним законом розподілу з середнім значенням довжини 60 мм, середньоквадратичним відхиленням довжини 0,04 мм, середнім значенням діаметра 20 мм, середньоквадратичним відхиленням діаметра 0,025 мм і кореляцією 0,3. Валик вважається стандартним, якщо його розміри задовольняють умови:

$$59,9 \text{ мм} < x < 60,15 \text{ мм},$$

$$19,95 \text{ мм} < y < 20,05 \text{ мм}.$$

Нестандартний валик є бракованим.

Склавши модель на мові GPSS World, змоделювати виготовлення 20000 валиків, визначити відсоток бракованих виробів, створити таблиці розподілів довжин і діаметрів валиків та побудувати гістограми, відповідні цим таблицям. Для генерації пов'язаних між собою випадкових величин з двовимірним нормальним розподілом створити універсальну PLUS-процедуру.

2. Вхідний потік деталей на виробничу дільницю є стаціонарним пуассонівським з середнім значенням 3. Обробка деталей на виробничій дільниці здійснюється у два етапи. Під час кожного етапу може оброблятися не більше 5 деталей одночасно. Час обробки деталей є випадковою величиною зі зміщеним двовимірним логнормальним законом розподілу з середнім значенням 1,9 і середньоквадратичним відхиленням 1,1 для першого етапу і з середнім значенням 2,4 і середньоквадратичним відхиленням 0,6 для другого етапу, коефіцієнт кореляції дорівнює 0,7, зміщення для першого етапу становить 1, а для другого етапу — 1,5.

Складіть модель на мові GPSS World для моделювання роботи виробничої дільниці. Для моделювання зміщеного двовимірного логнормального закону розподілу потрібно створити універсальну процедуру `lognormal2`.

Визначте середні тривалості обробки 1000 деталей на першому і на другому етапах роботи. Побудуйте і проаналізуйте графіки тривалостей обробки 20 деталей на першому і на другому етапах. Щоб можна було побачити взаємозв'язок, другий графік потрібно будувати з коефіцієнтом 0,5.

## 18. Планування експерименту

**Мета** — сформулювати вміння і навички, необхідні для планування експерименту.

1. Визначити потрібну кількість реалізацій процесу моделювання для обчислення ймовірності настання події з точністю  $\varepsilon = 0,005$  при рівні надійності  $\gamma = 0,99$ , якщо ймовірність  $p \approx 0,7$ .
2. Визначити потрібну кількість реалізацій процесу моделювання для обчислення середнього значення з точністю  $\varepsilon = 0,001$  при рівні надійності  $\gamma = 0,98$ , якщо дисперсія  $\sigma^2 \approx 1,2$ .
3. Визначте потрібну кількість реалізацій процесу моделювання для обчислення ймовірності настання події з точністю  $\varepsilon = 0,002$  при рівні надійності  $\gamma = 0,95$ , якщо ймовірність  $p \approx 0,4$ .
4. Визначте потрібну кількість реалізацій процесу моделювання для обчислення середнього значення з точністю  $\varepsilon = 0,001$  при рівні надійності  $\gamma = 0,99$ , якщо дисперсія  $\sigma^2 \approx 2,5$ .