

Лабораторна робота № 4

Найпростіша модель поширення епідемії

Нехай у деякий момент часу у групу здорових людей потрапляють кілька хворих – носіїв інфекції. Вважатимемо, що імунітет від хвороби можна отримати лише перехворівши нею. Всі хворі зрештою одужують, але до моменту одужання здатні інфікувати здорових людей, що не мають імунітету. Знехтуємо наявністю латентного періоду і вважатимемо, що жодні карантинні заходи не застосовуються. Крім того, вважатимемо, що загальна кількість людей не змінюється.

Весь час розвитку епідемії розіб'ємо на достатньо малі однакові проміжки Δt (малі в порівнянні з тривалістю епідемії). Нехай i – порядковий номер проміжку Δt , а M_i , N_i , R_i – кількості відповідно хворих людей, здорових, але сприйнятливих до хвороби, і осіб з імунітетом у проміжок часу з номером i . Початкові кількості таких людей – M_0 , N_0 , $R_0 = 0$. Зрозуміло, що у довільний момент часу $M_i + N_i + R_i = M_0 + N_0$. Припускаємо, що від'ємний приріст чисельності сприйнятливих до хвороби осіб ΔN_i пропорційний тривалості проміжку Δt і кількості зустрічей здорових людей з хворими за цей проміжок часу. Кількість зустрічей пропорційна як кількості хворих (M_i), так і кількості сприйнятливих до хвороби (N_i) людей. Отже, $\Delta N_i = -\alpha \cdot M_{i-1} \cdot N_{i-1} \cdot \Delta t$, де α – коефіцієнт зараження. Будемо вважати коефіцієнт зараження сталим. Припускаємо, що приріст кількості осіб з імунітетом ΔR_i пропорційний тривалості проміжку Δt і кількості хворих M_i , тобто $\Delta R_i = \beta \cdot M_{i-1} \cdot \Delta t$, де β – коефіцієнт одужання. Тоді $N_i = N_{i-1} + \Delta N_i$, $R_i = R_{i-1} + \Delta R_i$, $M_i = M_0 + N_0 - N_i - R_i$ або $M_i = M_{i-1} + \Delta M_i$, де $\Delta M_i = -\Delta N_i - \Delta R_i$.

Заповніть самостійно електронну таблицю Excel за зразком:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	t	M	N	R	ΔM	ΔN	ΔR	Дано:	
2	0	1	10000	0	0	0	0	$N_0 =$	10000
3								$M_0 =$	1
4								$\alpha =$	0,05
5								$\beta =$	100
6								$\Delta t =$	1
7									

Оскільки запропоноване значення Δt призводить до абсурдних результатів, зменште його так, щоб таблиця містила реалістичні числа. Кількість рядків у таблиці має відповідати тривалості епідемії. Побудуйте графіки функцій $M(t)$, $N(t)$, $R(t)$.

Проведіть обчислювальні експерименти для деяких інших значень параметрів α , β , M_0 . За необхідності скоректуйте тривалість проміжку Δt .