Міністерство освіти і науки України
Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника
Фізико-технічний факультет
Кафедра комп'ютерної інженерії та електроніки

В.І. Мандзюк

РАДІОТЕХНІЧНІ КОЛА І СИГНАЛИ: ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

м. Івано-Франківськ
– 2022 –

УДК 621.37
М-23

Затверджено на засіданні кафедри комп’ютерної інженерії та електроніки (протокол №5 від “30” грудня 2021 р.)

Рекомендовано до друку Вченою радою фізико-технічного факультету Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника (протокол № 6 від 4 лютого 2022 р.)

Рецензенти:

Коцюбинський В.О. – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри матеріалознавства і новітніх технологій Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника

Салій Я.П. – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фізики і хімії твердого тіла Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника

Мандзюк В.І. Радіотехнічні кола і сигнали: лабораторний практикум. – Івано-Франківськ, ТзОВ «ВГЦ» Просвіта», 2022. – 86 с.

У лабораторному практикумі наведено десять лабораторних робіт, в яких проводиться комп’ютерний аналіз типових детермінованих сигналів, що використовуються в радіотехніці, моделюються лінійні (послідовний і паралельний коливальні контури, фільтри) і нелінійні (автогенератор, модулятор, демодулятор) радіотехнічні кола та вивчаються процеси, які відбуваються в них.

Лабораторний практикум призначений для студентів спеціальності 171 “Електроніка” усіх форм навчання і може бути корисним для студентів суміжних спеціальностей.

© Мандзюк В.І.

© Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, м. Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 57

ЗМІСТ

Вступ	4
Лабораторна робота №1. Гармонічний аналіз періодичних сигналів.	5
Лабораторна робота №2. Спектральний аналіз одиничних сигналів.	13
Лабораторна робота №3. Дослідження частотних і часових характеристик інтегруючого *RC*-кола.	20
Лабораторна робота №4. Дослідження частотних і часових характеристик диференціюючого *CR*-кола.	26
Лабораторна робота №5. Дослідження частотних і часових характеристик інтегруючого кола 2-го порядку.	32
Лабораторна робота №6. Дослідження частотних і часових характеристик коливального контуру.	36
Лабораторна робота №7. Дослідження частотних характеристик фільтрів.	44
Лабораторна робота №8. Дослідження роботи автогенераторів.	55
Лабораторна робота №9. Дослідження процесів модуляції аналогових та імпульсних сигналів.	61
Лабораторна робота №10. Дослідження процесів демодуляції сигналів.	78
Література	86

ВСТУП

Дисципліна “Радіотехнічні кола і сигнали” займає одне з центральних місць серед загальнопрофесійних дисциплін, які визначають своїм змістом професійну підготовку радіоінженерів. На відміну від інших загальнопрофесійних та спеціальних дисциплін, присвячених вивченню конкретних систем і пристроїв, дисципліна “Радіотехнічні кола і сигнали” дає студентам набір знань та умінь для математичного опису різноманітних радіоелектронних систем і пристроїв.

У запропонованому лабораторному практикумі аналізуються процеси, що відбуваються в радіотехнічних колах, які лежать в основі побудови радіоелектронних пристроїв. У зв’язку з тим, що апаратні методи дослідження радіотехнічних кіл і сигналів вимагають великих затрат часу і засобів, у посібнику запропоновано методики дослідження з використанням універсального математичного пакету програм Mathcad та програмного пакету комп’ютерного моделювання і проєктування Electronics Workbench. Кожна із розглядуваних лабораторних робіт супроводжується відповідним завданням по її виконанню, прикладом розрахунку чи аналізу схеми та контрольними запитаннями.

Матеріали навчально-методичного видання можуть бути використані для проведення практичних занять в інтерактивній формі, передбачаючи обговорення та аналіз конкретних ситуацій для кращого засвоєння матеріалу.

Лабораторна робота №1

Гармонічний аналіз періодичних сигналів

Мета роботи:

1. Провести аналіз періодичних сигналів різної форми в середовищі Mathcad.

Теоретичні відомості

1. Основні визначення

Періодичний сигнал – це детермінований сигнал, миттєві значення якого повторюються через рівні проміжки часу. Мінімальне додатне значення такого проміжку часу називається періодом сигналу. Величину обернену періоду сигналу називають частотою сигналу. Інформаційними параметрами періодичного сигналу можуть бути як певні особливості форми сигналу (розмах від мінімуму до максимуму, екстремальне відхилення від середнього значення, і т.п.), так і параметри певних гармонік в цьому сигналі. Зокрема, для прямокутних імпульсів інформаційними параметрами можуть бути період повторення імпульсів, тривалість імпульсів, шпаруватість імпульсів (відношення періоду до тривалості).

Періодичні сигнали можна описати функцією виду

$$\Phi(t) = \Phi(t + n\varphi). \qquad (1.1)$$

Із рівності (1.1) випливає, що періодичність функції поширюється на діапазон часу $-\infty < t \le \infty$. Така періодична функція може бути представлена у вигляді суми ряду інших функцій. Найбільш часто з цією метою використовується ряд Фур'є, який складається з тригонометричних функцій і має наступний вигляд в дійсній формі:

$$\Phi(\omega t) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} \left(a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t) \right), \qquad (1.2)$$

де ω – кутова частота, $a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(\omega t) d\omega t$, $a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(\omega t) \cos(k\omega t) d\omega t$, $b_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(\omega t) \sin(k\omega t) d\omega t$.

Функція $\Phi(\omega t)$, яка розкладається в ряд Фур'є, повинна бути обмеженою, кусково-неперервною і володіти впродовж періоду скінченною кількістю екстремумів. Як правило, ці умови завжди виконуються.

Оскільки $u(\omega t) = a\cos(\omega t) + b\sin(\omega t) = C\cos(\omega t) - \varphi$, де $C = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\varphi = arctg(b / a)$, то ряд (1.2) можна подати у вигляді:

$$\Phi(\omega t) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} C_k \cos(k\omega t - \varphi_k), \qquad (1.3)$$

де $C_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ – амплітуда, $\varphi_k = arctg(b_k / a_k)$ – фаза.

Ряд Фур'є може бути записаний і в комплексній формі

$$\Phi(\omega t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp(jk\omega t), \qquad (1.4)$$

де $\overset{*}{C}_k = C_k \exp(-j\varphi_k)$ – комплексна амплітуда.

Сукупність модулів C_k утворюють амплітудно-частотний спектр періодичної функції $\Phi(\omega t)$, а фаз φ_k – фазочастотний. Амплітудний спектр є дискретним або лінійчатим, в якому окремі спектральні складові, що визначаються значеннями $\omega_k = k\omega$, слідують з інтервалом $\omega = 2\pi/T$.

2. Періодична послідовність прямокутних імпульсів

Періодична функція складається з імпульсів прямокутної форми амплітудою A_m, тривалістю τ і періодом повторення T (рис. 1.1).

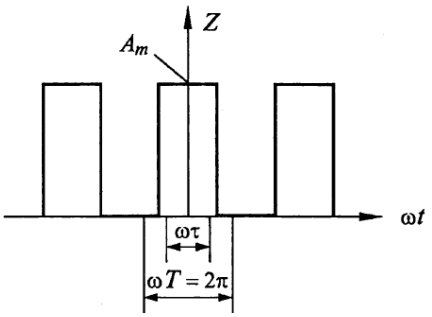


Рис. 1.1. Періодична послідовність прямокутних імпульсів.

На ділянці $-\pi \le \omega t \le \pi$ дана функція має вигляд:

$$Z(\omega t) = A_m \text{ при } |\omega t| \le \pi,$$
$$Z(\omega t) = 0 \text{ при } \alpha\pi < |\omega t| \le \pi, \qquad (1.5)$$

де $\alpha = \tau/T < 1$.

Оскільки функція $Z(\omega t)$ парна, то синусні складові в розкладі рівні нулю. Програма для розрахунку постійної складової A_0 і амплітуд гармонік A_k наведена на рис. 1.2.

У програмі прийнято, що $x = \omega t$, N – кількість гармонік, $AD_k = 20\lg(A_k/A_1)$ – значення гармоніки, виражене в дБ, відносно першої гармоніки сигналу, AM = A_m. Результати розрахунку за програмою при $\alpha = 0{,}1$ і $N = 20$ також представлені на рис. 1.2. За програмою можна розрахувати гармоніки і при інших значеннях параметрів N і $\alpha < 1$.

У випадку прямокутних імпульсів спектральні складові можна розрахувати також за формулою, взявши інтеграл для коефіцієнта a_k в (1.2):

$$A_k = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \Phi(\omega t)\cos(k\omega t)d\omega t = \frac{2}{\pi}\int_0^{\alpha\pi} A_m \cos(k\omega t)d\omega t =$$
$$= \frac{2A_m}{\pi k}\sin(k\omega t)\Big|_0^{\alpha\pi} = \frac{2A_m}{\pi k}\sin\left(\pi k\frac{\tau}{T}\right). \qquad (1.6)$$

Згідно (1.6) при $k = n/\alpha$, де n – ціле число, гармоніки з кутовою частотою $\omega_k = k\omega = k\frac{2\pi}{T} = \frac{n}{\alpha}\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi n}{\tau}$ чи частотою $f_k = n/\tau$ мають значення амплітуди $A_k = 0$.

Спектри, розраховані за програмою на рис. 1.2, є лінійчатими: спектральні складові в них слідують з інтервалом $\omega = 2\pi/T$ або $F = 1/T$. Такий спектр для прямокутних імпульсів (рис. 1.1) при $\alpha = 0{,}1$ згідно поданої програми зображено на рис. 1.3.

$\alpha := 0.1 \qquad N := 20 \qquad AM := 1$

$$Z(x) := \begin{cases} AM & \text{if } |x| \le \alpha \cdot \pi \\ 0 & \text{if } \alpha \cdot \pi < |x| \le \pi \end{cases}$$

$k := 0 .. N$

$$A_k := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} Z(x) \cdot \cos(k \cdot x)\, dx \qquad A_0 := \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} Z(x)\, dx \qquad AD_k := 20 \cdot \log\left(\frac{|A_k|}{A_1} \right)$$

A =

	0
0	0.1
1	0.197
2	0.187
3	0.172
4	0.151
5	0.127
6	0.109
7	0.074
8	0.047
9	0.022
10	$1.768 \cdot 10^{-8}$
11	-0.018
12	-0.031
13	-0.039
14	-0.043
15	-0.042
16	-0.038
17	-0.03
18	-0.021
19	-0.01
20	$-7.054 \cdot 10^{-8}$

AD =

	0
0	-5.877
1	0
2	-0.435
3	-1.182
4	-2.278
5	-3.779
6	-5.154
7	-8.54
8	-12.475
9	-19.084
10	-140.926
11	-20.83
12	-16.006
13	-13.946
14	-13.161
15	-13.322
16	-14.315
17	-16.241
18	-19.516
19	-25.573
20	-128.908

Рис. 1.2. Програма для розрахунку параметрів послідовності прямокутних імпульсів.

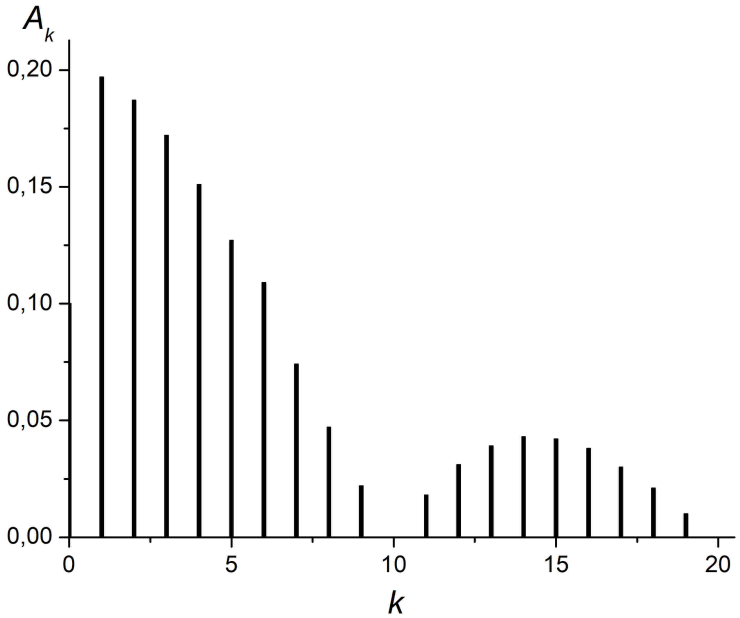


Рис. 1.3. Спектр послідовності прямокутних імпульсів.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахуйте за програмою на рис. 1.2 лінійчатий спектр періодичної послідовності прямокутних імпульсів при $\alpha = 0{,}05$; 0,2; 0,5 чи інших значеннях α.

2. За результатами розрахунку побудуйте лінійчаті спектри, аналогічно до рис. 1.3.

3. Розрахуйте спектр при $\alpha = 0{,}5$ за формулою (1.6) і порівняйте отриманий результат із результатами розрахунку за програмою.

3. Періодична послідовність косинусоїдальних імпульсів

Періодична функція складається з імпульсів косинусоїдальної форми (рис. 1.4).

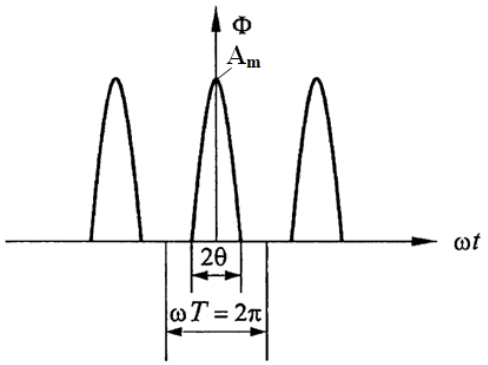


Рис. 1.4. Періодична послідовність синусоїдальних імпульсів.

На ділянці $-\pi \le \omega t \le \pi$ дана функція має вигляд:

$$\Phi(\omega t) = A_m \frac{\cos(\omega t) - \cos\Theta}{1 - \cos\Theta} \quad \text{при } |\omega t| \le \Theta, \qquad \Phi(\omega t) = 0 \text{ при } \Theta < |\omega t| \le \pi. \tag{1.7}$$

Величина Θ називається нижнім кутом відсічки.

Оскільки функція $\Phi(\omega t)$ парна, то синусні складові в розкладі рівні нулю. Програма для розрахунку постійної складової A_0 і амплітуд гармонік A_k наведена на рис. 1.5. У програмі прийнято, що $x = \omega t$, N – кількість гармонік, $AD_k = 20\lg(A_k/A_1)$ – значення гармоніки, виражене в дБ, відносно першої гармоніки сигналу, AM = A_m, K = Θ – нижній кут відсічки при розмірності в радіанах, KG – в градусах.

Результати розрахунку за програмою при Θ = KG = 60° і $N = 20$ також представлені на рис. 1.5. За програмою можна розрахувати гармоніки і при інших значеннях параметрів N і Θ = KG .

KG := 60 $\quad$ $K := KG \cdot \frac{\pi}{180}$ $\quad$ N := 10 $\quad$ AM := 1

$$\Phi(x) := \begin{cases} AM \cdot \dfrac{\cos(x) - \cos(K)}{1 - \cos(K)} & \text{if } |x| \le K \\ 0 & \text{if } K < |x| \le \pi \end{cases}$$

k := 0 .. N

$$A_k := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \Phi(x) \cdot \cos(k \cdot x)\, dx \qquad A_0 := \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \Phi(x)\, dx \qquad AD_k := 20 \cdot \log\left(\frac{|A_k|}{A_1}\right)$$

A =

	0
0	0.218
1	0.391
2	0.276
3	0.138
4	0.028
5	-0.028
6	-0.032
7	$-9.845 \cdot 10^{-3}$
8	$9.844 \cdot 10^{-3}$
9	0.014
10	$5.012 \cdot 10^{-3}$

AD =

	0
0	-5.075
1	0
2	-3.036
3	-9.057
4	-23.036
5	-23.036
6	-21.876
7	-31.979
8	-31.98
9	-29.057
10	-37.844

Рис. 1.5. Програма для розрахунку параметрів послідовності синусоїдальних імпульсів.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахуйте за програмою на рис. 1.5 лінійчатий спектр періодичної послідовності косинусоїдальних імпульсів при $\Theta = \mathrm{KG} = 30°;\ 90°;\ 120°$ чи інших значеннях $\Theta = \mathrm{KG}$.

2. За результатами розрахунку побудуйте лінійчаті спектри, аналогічно до рис. 1.3.

4. Періодична послідовність імпульсів трикутної форми

Періодична функція складається з імпульсів трикутної форми (рис. 1.6).

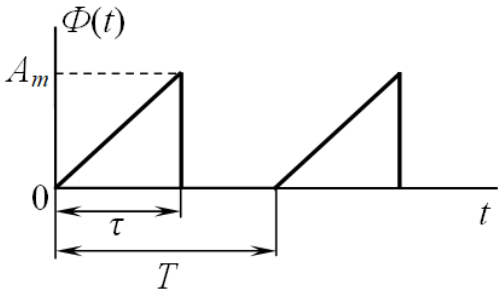


Рис. 1.6. Періодична послідовність трикутних імпульсів.

На ділянці $0 \le \omega t \le 2\pi$ дана функція має вигляд:

$$Z(\omega t) = \frac{A_m}{2\pi\alpha}\omega t \ \text{ при } 0 \le \omega t \le 2\pi\alpha, \qquad (1.8)$$
$$Z(\omega t) = 0 \text{ при } 2\pi\alpha < \omega t \le 2\pi,$$

де $\alpha = \tau/T < 1$.

Оскільки функція (1.8) є несиметричною, то при її розкладанні в ряд Фур'є необхідно враховувати як косинусні (A_k), так і синусні (B_k) складові.

Програма для розрахунку постійної складової A_0 і амплітуд гармонік A_k, B_k, C_k і фази Ψ_k наведена на рис. 1.7. У програмі прийнято: $\mathrm{x} = \omega t$, N – кількість гармонік, $\mathrm{AM} = A_m$, $CD_k = 20\lg(C_k/C_1)$ – значення амплітуди гармоніки, виражене в дБ, відносно першої гармоніки сигналу.

$$\alpha := 0.2 \qquad N := 15 \qquad AM := 1$$

$$Z(x) := \begin{cases} \dfrac{AM}{2\cdot\pi\cdot\alpha}\cdot x & \text{if } 0 \le x \le 2\cdot\pi\cdot\alpha \\ 0 & \text{if } 2\cdot\pi\cdot\alpha < x \le 2\cdot\pi \end{cases}$$

$$k := 0 \,..\, N$$

$$A_k := \frac{1}{\pi}\cdot\int_0^{2\cdot\pi} Z(x)\cdot\cos(k\cdot x)\,dx \qquad B_k := \frac{1}{\pi}\cdot\int_0^{2\cdot\pi} Z(x)\cdot\sin(k\cdot x)\,dx$$

$$A_0 := \frac{1}{2\pi}\cdot\int_0^{2\pi} Z(x)\,dx \qquad C_k := \sqrt{(A_k)^2 + (B_k)^2}$$

$$\Psi_k := \frac{180}{\pi}\cdot\operatorname{atan}\left(\frac{B_k}{A_k}\right) \qquad CD_k := 20\log\left(\frac{C_k}{C_1}\right)$$

Рис. 1.7. Програма для розрахунку параметрів послідовності трикутних імпульсів.

Результати розрахунку згідно програми за умови $\mathrm{AM} = 1$, $\alpha = 0{,}2$ і $N = 15$ наведені на рис. 1.8. За програмою можна розрахувати гармоніки і при інших значеннях параметрів AM, $\alpha \le 1$ і N.

A =

	0
0	0.1
1	0.128
2	-0.021
3	-0.113
4	-0.087
5	$-8.99\cdot10^{-8}$
6	0.046
7	0.017
8	-0.031
9	-0.036
10	$-2.159\cdot10^{-7}$
11	0.026
12	0.012
13	-0.017
14	-0.023
15	$-1.785\cdot10^{-7}$

B =

	0
0	0
1	0.143
2	0.166
3	0.069
4	-0.04
5	-0.064
6	$-9.702\cdot10^{-3}$
7	0.04
8	0.03
9	-0.014
10	-0.032
11	$-6.952\cdot10^{-3}$
12	0.022
13	0.019
14	$-8.255\cdot10^{-3}$
15	-0.021

Ψ =

	0
0	0
1	48.143
2	-82.786
3	-31.455
4	24.596
5	90
6	-12.012
7	66.429
8	-44.351
9	21.23
10	90
11	-14.924
12	61.117
13	-47.897
14	20.141
15	90

C =

	0
0	0.1
1	0.191
2	0.167
3	0.133
4	0.095
5	0.064
6	0.047
7	0.043
8	0.043
9	0.038
10	0.032
11	0.027
12	0.026
13	0.026
14	0.024
15	0.021

CD =

	0
0	-5.638
1	0
2	-1.168
3	-3.174
4	-6.06
5	-9.56
6	-12.266
7	-12.878
8	-13.025
9	-13.952
10	-15.581
11	-17.013
12	-17.442
13	-17.503
14	-18.043
15	-19.103

Рис. 1.8. Результати розрахунку параметрів послідовності трикутних імпульсів.

Якщо функція $Z(\omega t) = \omega t$ при $0 \le \omega t \le 2\pi$, тобто при $\alpha = \tau/T = 1$ і $A_m = 2\pi$, то амплітуди гармонік можна розрахувати, використовуючи вираз:

$$Z(x) = \pi - 2\left(\sin x + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + \ldots\right) \qquad (1.9)$$

де $x = \omega t$.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахуйте за програмою на рис. 1.7 лінійчатий спектр періодичної послідовності трикутних імпульсів при α = 0,1; 0,5; 1 чи інших значеннях α.

2. За результатами розрахунку побудуйте лінійчаті спектри, аналогічно до рис. 1.3.

3. Розрахуйте спектр при $\alpha = 1$ і $A_m = 2\pi$ за формулою (1.9) і порівняйте отриманий результат із результатами розрахунку за програмою.

5. Періодична послідовність імпульсів експоненціальної форми

Періодична функція складається з імпульсів експоненціальної форми амплітудою A_m і періодом повторення T (рис. 1.9).

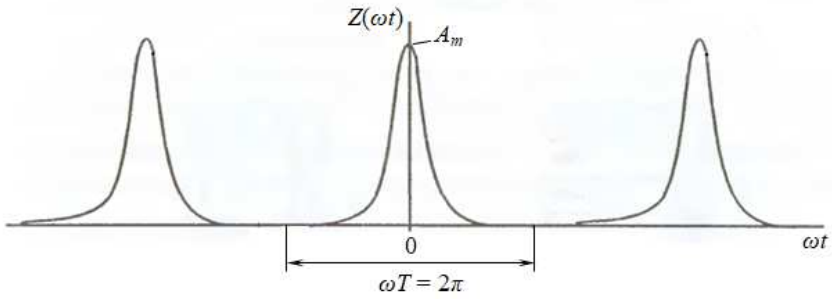


Рис. 1.9. Періодична послідовність експоненціальних імпульсів.

На ділянці $-\pi \le \omega t \le \pi$ дана функція має вигляд

$$Z(\omega t) = A_m e^{-(\beta\omega|t|)^R}, \qquad (1.10)$$

де β і R – коефіцієнти, які визначають форму імпульсу.

Оскільки функція $Z(\omega t)$ парна, то синусні складові в розкладі рівні нулю. Програма для розрахунку постійної складової A_0 і амплітуд гармонік A_k наведена на рис. 1.10. У програмі прийнято, що $x = \omega t$, N – кількість гармонік, $AD_k = 20\lg(A_k/A_1)$ – значення гармоніки, виражене в дБ, відносно першої гармоніки сигналу, AM = A_m. Результати розрахунку за програмою при AM = 1, $\beta = 1$, $R = 2$ і $N = 10$ також представлені на рис. 1.10. За програмою можна розрахувати гармоніки і при інших значеннях параметрів AM, β, R і N.

$\beta := 1$ $\quad R := 2$ $\quad N := 10$ $\quad AM := 1$

$Z(x) := AM \cdot e^{-(\beta \cdot |x|)^R}$ $\quad k := 0..N$

$A_k := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} Z(x) \cdot \cos(k \cdot x)\, dx$ $\quad A_0 := \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} Z(x)\, dx$ $\quad AD_k := 20 \cdot \log\left(\frac{|A_k|}{A_1}\right)$

A =

	0
0	0.282
1	0.439
2	0.208
3	0.059
4	0.01
5	$1.092 \cdot 10^{-3}$
6	$6.683 \cdot 10^{-5}$
7	$5.099 \cdot 10^{-6}$
8	$-1.992 \cdot 10^{-6}$
9	$1.766 \cdot 10^{-6}$
10	$-1.524 \cdot 10^{-6}$

AD =

	0
0	-3.849
1	0
2	-6.515
3	-17.371
4	-32.575
5	-52.09
6	-76.358
7	-98.707
8	-106.872
9	-107.916
10	-109.2

Рис. 1.10. Програма для розрахунку параметрів послідовності експоненціальних імпульсів.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахуйте за програмою на рис. 1.10 лінійчатий спектр періодичної послідовності експоненціальних імпульсів при $AM = 1$, $\beta = 0{,}1$ і 3, $R = 1$ і 2 і чи інших значеннях даних параметрів.

2. За результатами розрахунку побудуйте лінійчаті спектри, аналогічно до рис. 1.3.

3. Порівняйте лінійчаті спектри для чотирьох видів розглянутих у роботі імпульсів.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення періодичного сигналу. Якими інформаційними параметрами характеризується періодичний сигнал?
2. Як відбувається розклад періодичної функції в ряд Фур'є?
3. У якому випадку в ряді Фур'є відсутні синусні складові?
4. Що означає пряме і зворотне перетворення Фур'є?
5. Якими функціями можна задати періодичні послідовності імпульсів прямокутної, косинусоїдальної, трикутної та експоненціальної форм?

Лабораторна робота №2

Спектральний аналіз одиничних сигналів

Мета роботи:

1. Провести спектральний аналіз одиничних сигналів різної форми в середовищі Mathcad.

Теоретичні відомості

1. Основні визначення

Як правило, одиничний імпульс в певному сенсі є абстракцією і майже не має практичного застосування. Проте його вивчення дає можливість визначити спектр реальних сигналів, що має виключно важливе значення в радіотехніці.

Здійснити перехід від періодичної функції до одиничного імпульсу можна шляхом збільшення періоду $T \to \infty$. При цьому проміжки між окремими спектральними складовими $\omega = 2\pi/T \to 0$ і спектр сигналу з лінійчатого стає суцільним. Відповідно і дискретні значення частоти ω_k при цьому заміняються неперервною величиною ω, а сума ряду (див. формулу (1.2)) – на інтеграл.

Як наслідок, ряд Фур'є набуде вигляду інтегралу:

$$\Phi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega . \qquad (2.1)$$

Функція $S(\omega)$ називається спектральною густиною і задається рівністю

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t) e^{-j\omega t} dt . \qquad (2.2)$$

Інтеграли (2.1) і (2.2) відповідно називаються зворотним і прямим перетвореннями Фур'є. Однією із умов застосування перетворення є абсолютна інтегрованість підінтегральної функції $\Phi(t)$ в (2.2).

Підінтегральну функцію в рівності (2.2) можна представити в тригонометричній формі:

$$\Phi(t) e^{-j\omega t} = \Phi(t)\cos\omega t - j\Phi(t)\sin\omega t . \qquad (2.3)$$

Комплексна функція для спектральної густини набуде вигляду:

$$S(\omega) = A(\omega) - jB(\omega) = \left|S(\omega)\right| e^{j\varphi(\omega)}, \qquad (2.4)$$

де

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t)\cos\omega t dt , \qquad (2.5)$$

$$B(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t)\sin\omega t dt . \qquad (2.6)$$

Амплітуду і фазу спектральної густини можна визначити згідно рівностей:

$$\left|S(\omega)\right| = \sqrt{A(\omega)^2 + B(\omega)^2} , \qquad (2.7)$$

$$\varphi(\omega) = -arctg\left[\frac{B(\omega)}{A(\omega)}\right]. \qquad (2.8)$$

Пояснимо фізичний зміст наведених виразів прямого і зворотного перетворень Фур'є. Згідно (2.1) одиничний імпульс довільної форми, який описується дійсною функцією $\Phi(t)$, являє собою нескінченну суму синусоїдальних коливань. Ці коливання нескінченно малі за амплітудою і відрізняються за частотою на нескінченно малу величину. Ця відмінність за частотою становить $d\omega$, а амплітуда складової $S(\omega)d\omega$, де $S(\omega)$ – спектральна густина розмірністю В/Гц. З її допомогою можна визначити потужність сигналу при навантаженні в 1 Ом в інтервалі частот від f_1 до f_2:

$$\Delta P = \int_{f_1}^{f_2} \left|S(f)\right|^2 df \ . \qquad (2.9)$$

Визначимо спектральну густину одиничного імпульсу на прикладі імпульсу прямокутної, косинусоїдальної, трикутної та експоненціальної форми. Наведені нижче програми для визначення спектральної густини перерахованих видів імпульсів мають наступні загальні характеристики:

– в їх основі лежать вирази (2.5) - (2.7);

– тривалість одиничного імпульсу $\Phi(t)$ скінченна і займає проміжок часу від 0 до τ або $-\tau .. \tau$. За межами цього інтервалу $\Phi(t) = 0$. Тому нескінченні межі інтегрування в (2.5) – (2.6) заміняються на вказані величини;

– розмірність величин при розрахунку є наступною: якщо τ (чи T) задані в секундах, то значення частоти f – в Гц; при τ в мс, f – в кГц; при τ в мкс, f – в МГц;

– значення спектральної густини обчислюється в N точках частотної осі з кроком DF. Чим більше N і дрібніший крок, тим вищою є точність, але і більший час розрахунку. Як правило достатньо задати N = 200 .. 500;

– спектр розраховується в межах від $-fh$ до $+fh$ з центральним значенням $f = 0$ і $fh = k/\tau$, де $k = 5 .. 6$. Якщо спектр не спадає суттєво до країв, слід збільшити значення k;

– відмінність в наведених програмах полягає тільки в різному записі вихідної функції $\Phi(t)$, яка описує одиничний імпульс;

– у всіх програмах спочатку представлені вихідні параметри і функція $\Phi(t)$. Потім на основі наведених вище співвідношень розраховуються залежності $A(\omega)$, $B(\omega)$ і $S(\omega)$. Потім будується графік спектральної густини $S(\omega)$ по N точкам і заповнюється таблиця розрахованими значеннями.

2. Імпульс прямокутної форми

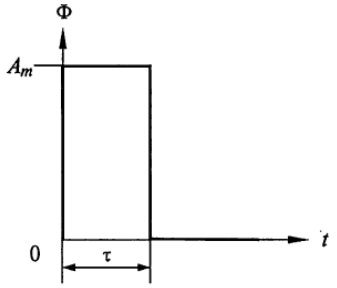


Рис. 2.1. Імпульс прямокутної форми.

Програма для розрахунку функції спектральної густини імпульсу прямокутної форми (рис. 2.1) наведена на рис. 2.2.

На тому ж рисунку побудований графік спектральної густини при вихідних даних, наведених на початку програми.

$fh := -50 \quad \tau := 0.1 \quad AM := 1 \quad DF := 1 \quad N := 200$

$$\Phi(t) := \begin{cases} AM & \text{if } 0 \le t \le \tau \\ 0 & \text{if } t > \tau \end{cases}$$

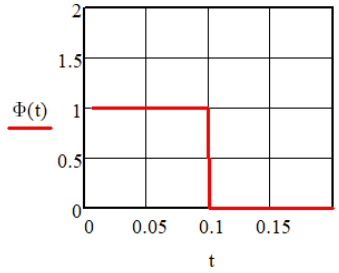
$n := 0 .. N$

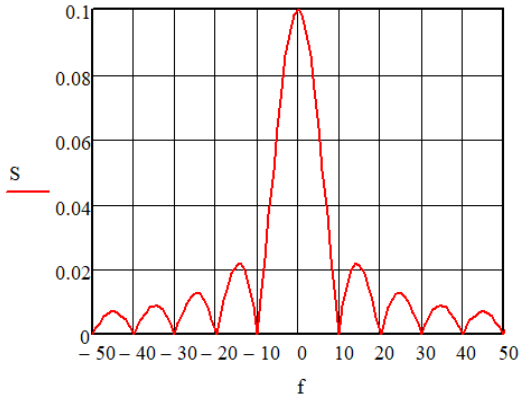
$f_n := fh + n \cdot DF$

$$A_n := \int_0^{\tau} \Phi(t) \cos\left(2\pi f_n \cdot t\right) dt$$

$$B_n := \int_0^{\tau} \Phi(t) \sin\left(2\pi f_n \cdot t\right) dt$$

$$S_n := \sqrt{(A_n)^2 + (B_n)^2}$$





f =

	0
0	-50
1	-49
2	-48
3	-47
4	-46
5	-45
6	-44
7	-43
8	-42
9	-41
10	...

S =

	0
0	0
1	$2.007 \cdot 10^{-3}$
2	$3.898 \cdot 10^{-3}$
3	$5.479 \cdot 10^{-3}$
4	$6.581 \cdot 10^{-3}$
5	$7.074 \cdot 10^{-3}$
6	$6.88 \cdot 10^{-3}$
7	$5.989 \cdot 10^{-3}$
8	$4.455 \cdot 10^{-3}$
9	$2.399 \cdot 10^{-3}$
10	...

Рис. 2.2. Програма для розрахунку спектральної густини імпульсу прямокутної форми.

Завдання на виконання лабораторної роботи

4. Розрахуйте за програмою на рис. 2.2 спектральну густину прямокутного імпульсу при $\tau = 0{,}05$; 0,2; 0,5 чи інших значеннях τ.

5. За результатами розрахунку з допомогою програми побудуйте графіки функцій спектральної густини.

6. Проведіть порівняльний аналіз побудованих графіків, визначивши, як тривалість прямокутного імпульсу τ впливає на ширину і амплітуду спектру.

7. Порівняйте побудовані графіки з огинаючою графіка лінійчатого спектру для періодичної послідовності прямокутних імпульсів, розрахованих за програмою у лабораторній роботі №1.

3. Імпульс косинусоїдальної форми

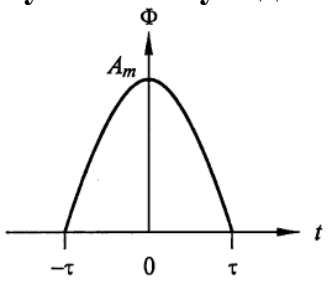


Рис. 2.3. Імпульс синусоїдальної форми.

Програма для розрахунку функції спектральної густини імпульсу косинусоїдальної форми (рис. 2.3) наведена на рис. 2.4.

На тому ж рисунку побудований графік спектральної густини при вихідних даних, наведених на початку програми.

$fh := -50 \quad T := 1 \quad \tau := 0.1 \quad AM := 1 \quad DF := 0.2 \quad N := 500 \quad w := \frac{2\pi}{T}$

$$\Phi(t) := \begin{cases} AM \cdot \dfrac{\cos(w \cdot t) - \cos(w \cdot \tau)}{1 - \cos(w \cdot \tau)} & \text{if } -\tau \le t \le \tau \\ 0 \text{ if } -\tau > t > \tau \end{cases}$$

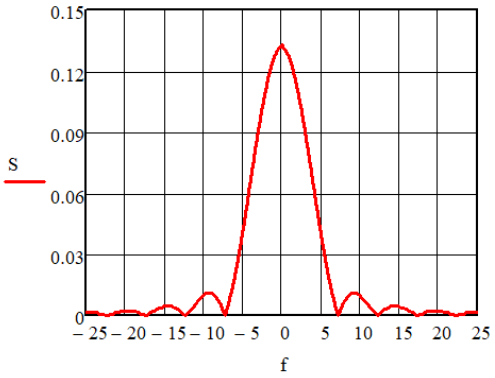
$n := 0 \,..\, N$

$f_n := fh + n \cdot DF$

$$A_n := \int_{-\tau}^{\tau} \Phi(t) \cos\left(2\pi f_n \cdot t\right) dt$$

$$B_n := \int_{-\tau}^{\tau} \Phi(t) \sin\left(2\pi f_n \cdot t\right) dt$$

$$S_n := \sqrt{\left(A_n\right)^2 + \left(B_n\right)^2}$$



f =

	0
0	-50
1	-49.8
2	-49.6
3	-49.4
4	-49.2
5	-49
6	-48.8
7	-48.6
8	-48.4
9	-48.2
10	...

S =

	0
0	$3.92 \cdot 10^{-4}$
1	$3.934 \cdot 10^{-4}$
2	$3.886 \cdot 10^{-4}$
3	$3.775 \cdot 10^{-4}$
4	$3.603 \cdot 10^{-4}$
5	$3.37 \cdot 10^{-4}$
6	$3.079 \cdot 10^{-4}$
7	$2.735 \cdot 10^{-4}$
8	$2.342 \cdot 10^{-4}$
9	$1.905 \cdot 10^{-4}$
10	...

Рис. 2.4. Програма для розрахунку спектральної густини імпульсу косинусоїдальної форми.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахуйте за програмою на рис. 2.4 спектральну густину косинусоїдального імпульсу при $\tau = 0{,}05$; 0,5; 1 чи інших значеннях τ.
2. За результатами розрахунку з допомогою програми побудуйте графіки функцій спектральної густини.
3. Проведіть порівняльний аналіз побудованих графіків, визначивши, як тривалість косинусоїдального імпульсу τ впливає на ширину і амплітуду спектру.

4. Порівняйте побудовані графіки з огинаючою графіка лінійчатого спектру для періодичної послідовності косинусоїдальних імпульсів, розрахованих за програмою у лабораторній роботі №1.

4. Імпульс трикутної форми

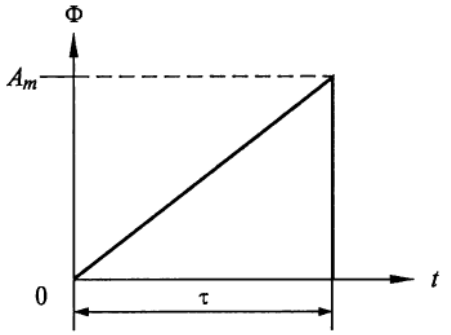


Рис. 2.5. Імпульс трикутної форми.

Програма для розрахунку функції спектральної густини імпульсу трикутної форми (рис. 2.5) наведена на рис. 2.6.

На тому ж рисунку побудований графік спектральної густини при вихідних даних, наведених на початку програми.

$fh := -50 \quad \tau := 0.1 \quad H := 100 \quad y(t) := H \cdot t \quad DF := 0.5 \quad N := 200$

$$\Phi(t) := \begin{cases} y(t) & \text{if } 0 \le t \le \tau \\ 0 & \text{if } t > \tau \end{cases}$$

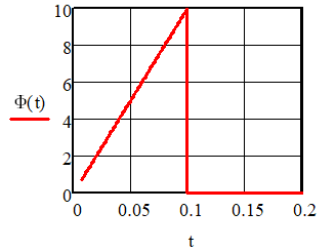
$n := 0 \,..\, N$

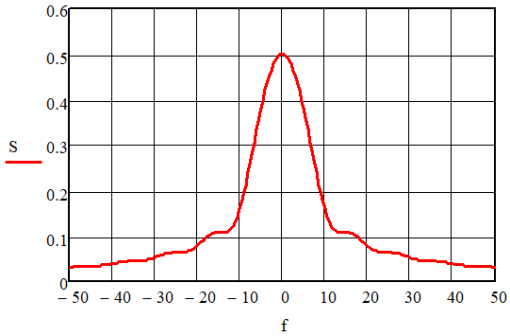
$f_n := fh + n \cdot DF$

$$A_n := \int_0^{\tau} \Phi(t) \cos\left(2\pi f_n \cdot t\right) dt$$

$$B_n := \int_0^{\tau} \Phi(t) \sin\left(2\pi f_n \cdot t\right) dt$$

$$S_n := \sqrt{(A_n)^2 + (B_n)^2}$$





f =

	0
0	-50
1	-49.5
2	-49
3	-48.5
4	-48
5	-47.5
6	-47
7	-46.5
8	-46
9	-45.5
10	...

S =

	0
0	0.032
1	0.032
2	0.033
3	0.034
4	0.034
5	0.035
6	0.035
7	0.035
8	0.035
9	0.035
10	...

Рис. 2.6. Програма для розрахунку спектральної густини імпульсу трикутної форми.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахуйте за програмою на рис. 2.6 спектральну густину трикутного імпульсу при $\tau = 0{,}05$; 0,5; 1 чи інших значеннях τ.

2. За результатами розрахунку з допомогою програми побудуйте графіки функцій спектральної густини.

3. Проведіть порівняльний аналіз побудованих графіків, визначивши, як тривалість трикутного імпульсу τ впливає на ширину і амплітуду спектру.

4. Порівняйте побудовані графіки з огинаючою графіка лінійчатого спектру для періодичної послідовності трикутних імпульсів, розрахованих за програмою у лабораторній роботі №1.

5. Імпульс експоненціальної форми

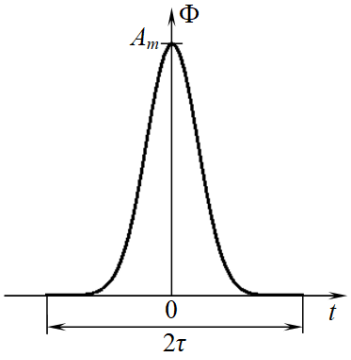


Рис. 2.7. Імпульс експоненціальної форми.

Програма для розрахунку функції спектральної густини імпульсу експоненціальної форми (рис. 2.7) наведена на рис. 2.8.

На тому ж рисунку побудований графік спектральної густини при вихідних даних, наведених на початку програми.

$fh := -50 \quad \tau := 0.05 \quad \beta := 20 \quad R := 2 \quad AM := 10 \quad DF := 0.5 \quad N := 200$

$\Phi(t) := AM \cdot e^{-(\beta \cdot |t|)^R}$

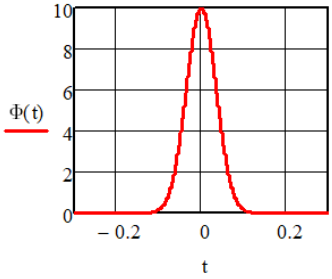
$n := 0 \,..\, N$

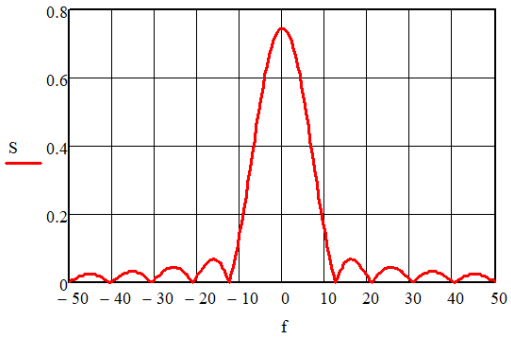
$f_n := fh + n \cdot DF$

$A_n := \int_{-\tau}^{\tau} \Phi(t) \cos(2\pi f_n \cdot t)\, dt$

$B_n := \int_{-\tau}^{\tau} \Phi(t) \sin(2\pi f_n \cdot t)\, dt$

$S_n := \sqrt{(A_n)^2 + (B_n)^2}$





f =

	0
0	-50
1	-49.5
2	-49
3	-48.5
4	-48
5	-47.5
6	-47
7	-46.5
8	-46
9	-45.5
10	...

S =

	0
0	$3.006 \cdot 10^{-3}$
1	$6.698 \cdot 10^{-3}$
2	0.01
3	0.014
4	0.017
5	0.02
6	0.022
7	0.024
8	0.025
9	0.026
10	...

Рис. 2.8. Програма для розрахунку спектральної густини імпульсу експоненціальної форми.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахуйте за програмою на рис. 2.8 спектральну густину експоненціального імпульсу при $\tau = 0{,}1$; 0,5; 1 чи інших значеннях τ.

2. За результатами розрахунку з допомогою програми побудуйте графіки функцій спектральної густини.

3. Проведіть порівняльний аналіз побудованих графіків, визначивши, як тривалість експоненціального імпульсу τ впливає на ширину і амплітуду спектру.

4. Порівняйте побудовані графіки з огинаючою графіка лінійчатого спектру для періодичної послідовності експоненціальних імпульсів, розрахованих за програмою у лабораторній роботі №1.

5. Проведіть порівняльний аналіз графіків спектральної густини чотирьох вище розглянутих видів імпульсів.

Контрольні запитання

1. Яким чином можна здійснити перехід від періодичної функції до одиничного імпульсу?
2. Якого вигляду набуде ряд Фур'є при переході до одиничного імпульсу?
3. Чим відрізняється спектр періодичного сигналу від спектру одиничного імпульсу?
4. Як пов'язані спектри періодичного сигналу і одиничного імпульсу?
5. Який фізичний зміст виразів прямого і зворотного перетворень Фур'є?
6. Якими функціями можна задати одиничні імпульси прямокутної, косинусоїдальної, трикутної та експоненціальної форм?

Лабораторна робота №3

Дослідження частотних і часових характеристик інтегруючого *RC*-кола

Мета роботи:

1. Розрахувати частотні і часові характеристики інтегруючого *RC*-кола в середовищі Mathcad.

2. Дослідити роботу інтегруючого *RC*-кола з допомогою пакету програм Electronics Workbench або Multisim.

Теоретичні відомості

1. Основні визначення

Аналіз лінійний пристроїв здійснюється з допомогою двох взаємно пов'язаних методів – часового і спектрального (або частотного). Відповідно і два види характеристик визначають роботу лінійного пристрою – часові і частотні. Знаючи частотні характеристики, можна визначити часові, і навпаки.

Визначимо дані характеристики на прикладі чотириполюсника (рис. 3.1), подавши на його вхід синусоїдальний сигнал

$$u_{вх}(t) = U_{вх}\sin\left(\omega t + \varphi_{вх}\right). \qquad (3.1)$$

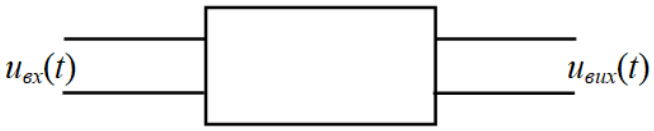


Рис. 3.1. Схема чотириполюсника.

На виході лінійного чотириполюсника отримаємо сигнал тієї ж частоти, але з іншою амплітудою і початковою фазою:

$$u_{вих}(t) = U_{вих}\sin\left(\omega t + \varphi_{вих}\right). \qquad (3.2)$$

Оскільки в склад чотириполюсника входять реактивні компоненти (ємності та індуктивності), то параметри схеми залежать від частоти сигналу. Тому при зміні частоти ω вхідного сигналу змінюється амплітуда $U_{вих}$ і початкова фаза $\varphi_{вих}$ вихідного сигналу.

Згідно (3.1) і (3.2) запишемо для комплексних амплітуд:

$$\overset{*}{U}_1(\omega) = U_{вх}(\omega)\exp\left[j\varphi_{вх}(\omega)\right] \text{ та } \overset{*}{U}_2(\omega) = U_{вих}(\omega)\exp\left[j\varphi_{вих}(\omega)\right].$$

Відношення комплексних амплітуд сигналів визначає **коефіцієнт передачі** чотириполюсника, який залежить від частоти:

$$\overset{*}{K}(j\omega) = \frac{\overset{*}{U}_2(\omega)}{\overset{*}{U}_1(\omega)} = \left|K(\omega)\right|\exp\left[j\varphi(\omega)\right] = D(\omega) + jU(\omega), \qquad (3.3)$$

де

$$\left|K(\omega)\right| = \frac{U_{вих}(\omega)}{U_{вх}(\omega)} = \sqrt{D^2(\omega) + U^2(\omega)} \; - \qquad (3.4)$$

модуль коефіцієнта передачі,

$$\varphi(\omega) = \varphi_{вих}(\omega) - \varphi_{вх}(\omega) = arctg\left(\frac{U(\omega)}{D(\omega)}\right) - \qquad (3.5)$$

фаза коефіцієнта передачі, $D(\omega)$, $U(\omega)$ – дійсна та уявна частини коефіцієнта передачі.

З допомогою коефіцієнта передачі можна визначити частотні і часові характеристики лінійного кола.

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) – це залежність амплітуди вихідного сигналу від частоти вхідного сигналу при його постійній амплітуді. АЧХ є модулем комплексного коефіцієнта передачі, який визначається рівністю (3.4). Експериментальне визначення АЧХ здійснюється при гармонічному вхідному сигналі (3.1).

Фазочастотна характеристика (ФЧХ) – це залежність фази вихідного сигналу від частоти вхідного сигналу при його постійній амплітуді. ФЧХ є аргументом комплексного коефіцієнта передачі, який визначається рівністю (3.5). Експериментальне визначення ФЧХ здійснюється при гармонічному вхідному сигналі (3.1).

Перехідна характеристика *Φ(t)* – це залежність вихідного сигналу $u_{вих}(t)$ від часу при вхідному сигналі у вигляді одиничної функції – стрибка напруги (рис. 3.2):

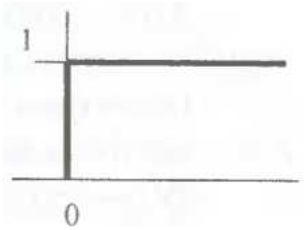


Рис. 3.2. Вхідний сигнал у вигляді одиничної функції.

$$1(t) = 1 \text{ при } t \geq 0, \qquad 1(t) = 0 \text{ при } t \leq 0. \qquad (3.6)$$

Можливі різні способи визначення перехідної характеристики, в тому числі для кіл інтегруючого типу з допомогою інтегралу:

$$\Phi(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{D(\omega)}{\omega}\sin(\omega t)dt\,. \qquad (3.7)$$

Імпульсна характеристика *h(t)* – це відгук об'єкта на вхідну дію у вигляді одиничного дельта-імпульсу $\delta(t)$ – похідної від одиничної функції (3.6). Амплітуда одиничного імпульсу $A = \infty$, тривалість $\Delta t \to 0$, площа імпульсу $S = A \times \Delta t = 1$.

Можливі різні способи визначення імпульсної характеристики, в тому числі для кіл інтегруючого типу з допомогою інтегралу:

$$h(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} D(\omega)\cos(\omega t)d\omega. \qquad (3.8)$$

Імпульсна характеристика є похідною від перехідної характеристики.

Визначимо амплітудно-частотну, фазочастотну, перехідну та імпульсну характеристики для інтегруючого *RC*-кола з допомогою пакету програм Mathcad та Multisim або Electronics Workbench.

У наведених нижче програмах прийняті наступні позначення:

$T = RC$ – постійна часу;

f – частота (при розмірності часу в с, мс чи мкс частота відповідно в Гц, кГц чи МГц);

K(*f*) – комплексний коефіцієнт передачі *K*(*jω*) (3.3);

A(*f*) – модуль комплексного коефіцієнта передачі – АЧХ (3.4);

Θ(*f*) – фаза комплексного коефіцієнта передачі (в градусах) – ФЧХ (3.5);

D(*f*) – дійсна частина комплексного коефіцієнта передачі;

U(*f*) – уявна частина комплексного коефіцієнта передачі;

NT – число точок відліку по осі часу;

TH – крок цього відліку;

Vb – верхня границя інтегрування за частотою в (3.7) і (3.8);

Vn – нижня границя інтегрування за частотою в (3.7) і (3.8);

Φ_k – перехідна характеристика *Φ*(*t*) (3.7);

H_k – імпульсна характеристика *h*(*t*) (3.8);

У рівностях (3.7) і (3.8) нижня границя інтегрування береться рівною не 0, а дуже малому значенню, рівному 0,0001, щоб уникнути ділення на 0 в (3.7). Така заміна практично не впливає на точність обчислення часових характеристик.

2. Інтегруюче *RC*-коло

2.1. Розрахункові формули

Схема інтегруючого *RC*-кола, яке називається також фільтром нижніх частот, наведена на рис. 3.3.

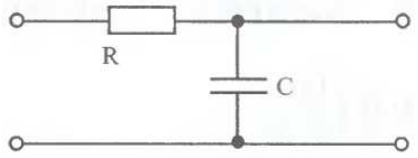


Рис. 3.3. *RC*-коло.

Коефіцієнт передачі кола:

$$K(j\omega)=\frac{Z_C}{Z_C+Z_R}=\frac{1/j\omega C}{1/j\omega C+R}=\frac{1}{1+j\omega T}, \quad (3.9)$$

де $T=RC$ – постійна часу кола, $\omega=2\pi f$ – кутова частота.

Із (3.9) згідно (3.4) та (3.5) для модуля, фази, дійсної та уявної частини коефіцієнта передачі, відповідно, отримаємо:

$$|K(\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}, \qquad \varphi(\omega)=-arctg\left(\omega T\right),$$
$$\mathrm{Re}(\omega)=\frac{1}{1+\omega^2T^2}, \qquad \mathrm{Im}(\omega)=-\frac{\omega T}{1+\omega^2T^2}. \quad (3.10)$$

Експеримент 1. Розрахунок в середовищі Mathcad.

Програма по розрахунку частотних і часових характеристик кола з коефіцієнтом передачі (3.9) наведена на рис. 3.4. Там же побудовані чотири частотні і дві часові характеристики, розраховані за програмою згідно формул (3.10), (3.7) та (3.8).

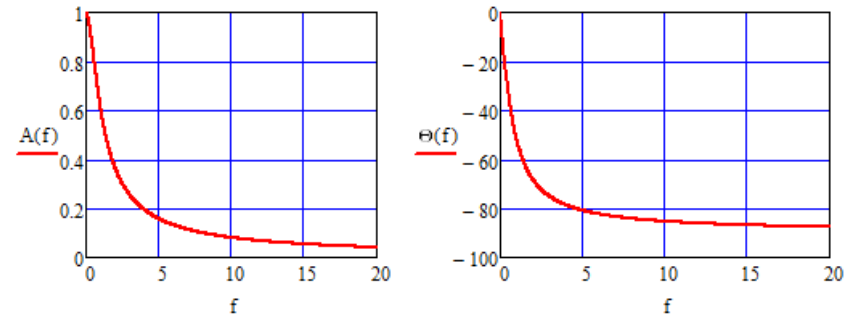
У прикладі розрахунку по програмі прийнято: $R=10^3$Ом, $C=0{,}2\cdot10^{-6}$Ф. Тому значення постійної часу $T=RC=0{,}2$ мс. Оскільки розмірність *T* в програмі наведена в мс, то час *t* також в мс, а розмірність частоти *f* в кГц.

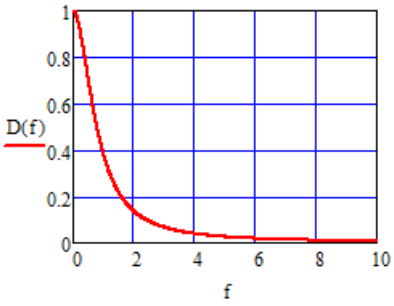
$T := 0.2$

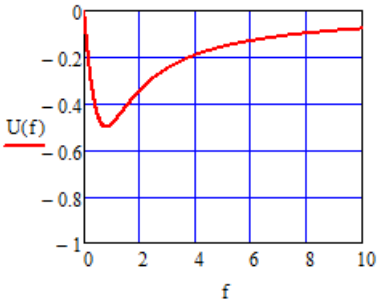
$j := \sqrt{-1}$ $\quad p(f) := j \cdot 2\pi \cdot f$ $\quad K(f) := \dfrac{1}{1 + T \cdot p(f)}$

$A(f) := |K(f)|$ $\quad D(f) := \mathrm{Re}(K(f))$

$U(f) := \mathrm{Im}(K(f))$ $\quad \Theta(f) := \arg(K(f)) \cdot \dfrac{180}{\pi}$



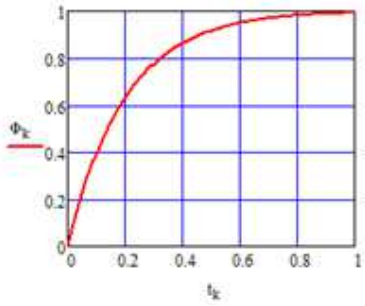


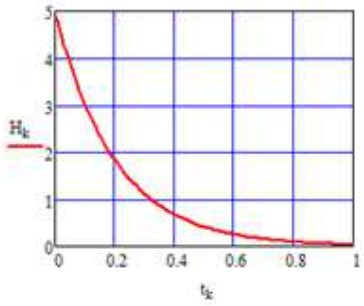


$NT := 200$ $\quad TH := 0.01$ $\quad k := 0..NT$

$t_k := k \cdot TH$ $\quad Vb := 20$ $\quad Vn := 0.0001$

$$\Phi_k := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{Vn}^{Vb} \frac{D(f)}{f} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t_k)\, df \qquad H_k := 4 \cdot \int_{Vn}^{Vb} D(f) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t_k)\, df$$





t_k =	H_k =	Φ_k =
0	4.873	0
0.01	4.783	0.048
0.02	4.559	0.095
0.03	4.297	0.139
0.04	4.071	0.181
0.05	3.888	0.221
0.06	3.717	0.259
0.07	3.533	0.295
0.08	3.346	0.33
0.09	3.177	0.362
0.1	3.031	0.393
...	...	...

Рис. 3.4. Програма для розрахунку характеристик *RC*-кола.

Експеримент 2. Аналіз з допомогою віртуальних пристроїв.

Проведемо дослідження *RC*-кола з допомогою пакету програм Electronics Workbench (або Multisim). Для аналізу частотних властивостей кола така схема наведена на рис. 3.5. Як і вище, в розглядуваному прикладі прийнято: $R = 10^3$ Ом, $C = 0{,}2 \cdot 10^{-6}$ Ф, $T = RC = 0{,}2$ мс. Отримана при даних параметрах АЧХ інтегруючого кола наведена на тому ж рисунку.

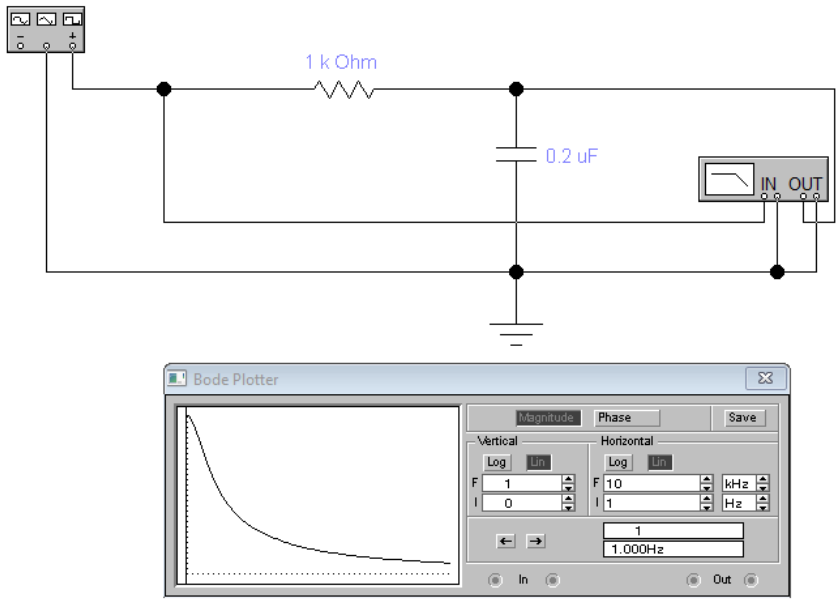


Рис. 3.5. Схема для аналізу частотних властивостей RC-кола.

Зміна частоти вхідного сигналу в схемі здійснюється за допомогою переналаштовуваного за частотою генератора, що дозволяє отримати на екрані віртуального осцилографа АЧХ.

Схема, яка дає можливість аналізувати часові характеристики кола, наведена на рис. 3.6, а отримані з її допомогою перехідна та імпульсна характеристики на екрані віртуального осцилографа – на рис. 3.7 і 3.8. Стрибок вхідної напруги, необхідний для побудови перехідної характеристики, здійснюється в схемі за допомогою генератора прямокутних імпульсів.

Примітка: для побудови імпульсної характеристики необхідно змінити шпаруватість (duty cycle) в налаштуваннях генератора прямокутних імпульсів.

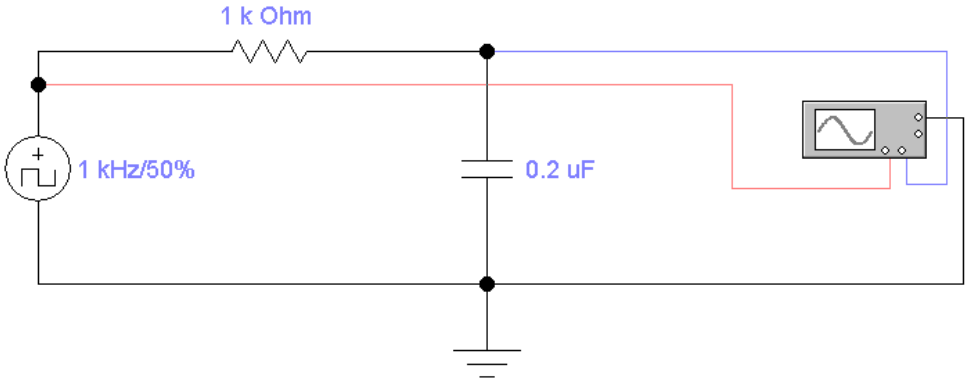


Рис. 3.6. Схема для аналізу часових властивостей *RC*-кола.

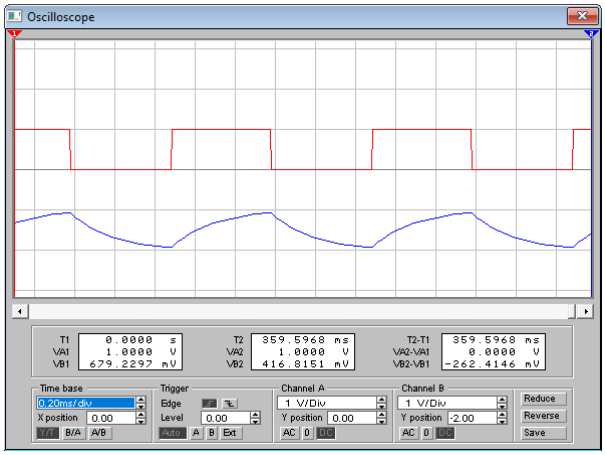


Рис. 3.7. Перехідна характеристика *RC*-кола.

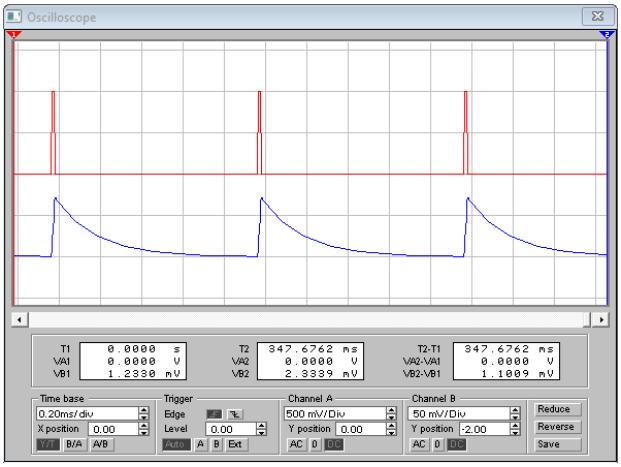


Рис. 3.8. Імпульсна характеристика *RC*-кола.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахуйте за програмою на рис. 3.4 частотні і часові характеристики інтегруючого кола при інших значеннях параметрів *R* і *C*.

2. Дослідіть частотні і часові характеристики інтегруючого кола з допомогою пакету програм Electronics Workbench (або Multisim) аналогічно з рис. 3.5-3.8 при інших значеннях параметрів *R* і *C*.

3. Визначте, як значення параметри *T* впливає на характеристики інтегруючого кола.

Контрольні запитання

1. Якими методами здійснюється аналіз лінійний пристроїв?
2. Що визначає коефіцієнт передачі чотириполюсника?
3. Які характеристики лінійного кола можна визначити з допомогою коефіцієнта передачі?
4. Дайте визначення АЧХ і ФЧХ.
5. Як пов’язані між собою імпульсна та перехідна характеристики?
6. Яку функцію виконує інтегруюче *RC*-коло? Чому рівний коефіцієнт передачі такого кола?

Лабораторна робота №4

Дослідження частотних і часових характеристик диференціюючого *CR*-кола

Мета роботи:

1. Розрахувати частотні і часові характеристики диференціюючого *CR*-кола в середовищі Mathcad.
2. Дослідити роботу диференціюючого *CR*-кола з допомогою пакету програм Electronics Workbench або Multisim.

Теоретичні відомості

1. Основні визначення

Аналіз лінійний пристроїв здійснюється з допомогою двох взаємно пов'язаних методів – часового і спектрального (або частотного). Відповідно і два види характеристик визначають роботу лінійного пристрою – часові і частотні. Знаючи частотні характеристики, можна визначити часові, і навпаки.

Визначимо дані характеристики на прикладі чотириполюсника (рис. 4.1), подавши на його вхід синусоїдальний сигнал

$$u_{вх}(t) = U_{вх}\sin\left(\omega t + \varphi_{вх}\right). \qquad (4.1)$$

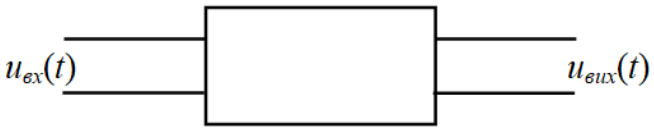


Рис. 4.1. Схема чотириполюсника.

На виході лінійного чотириполюсника отримаємо сигнал тієї ж частоти, але з іншою амплітудою і початковою фазою:

$$u_{вих}(t) = U_{вих}\sin\left(\omega t + \varphi_{вих}\right). \qquad (4.2)$$

Оскільки в склад чотириполюсника входять реактивні компоненти (ємності та індуктивності), то параметри схеми залежать від частоти сигналу. Тому при зміні частоти ω вхідного сигналу змінюється амплітуда $U_{вих}$ і початкова фаза $\varphi_{вих}$ вихідного сигналу.

Згідно (4.1) і (4.2) запишемо для комплексних амплітуд:

$$\overset{*}{U}_1(\omega) = U_{вх}(\omega)\exp\left[j\varphi_{вх}(\omega)\right] \text{ та } \overset{*}{U}_2(\omega) = U_{вих}(\omega)\exp\left[j\varphi_{вих}(\omega)\right].$$

Відношення комплексних амплітуд сигналів визначає **коефіцієнт передачі** чотириполюсника, який залежить від частоти:

$$\overset{*}{K}(j\omega) = \frac{\overset{*}{U}_2(\omega)}{\overset{*}{U}_1(\omega)} = \left|K(\omega)\right|\exp\left[j\varphi(\omega)\right] = D(\omega) + jU(\omega), \qquad (4.3)$$

де

$$\left|K(\omega)\right| = \frac{U_{вих}(\omega)}{U_{вх}(\omega)} = \sqrt{D^2(\omega) + U^2(\omega)} \; - \qquad (4.4)$$

модуль коефіцієнта передачі,

$$\varphi(\omega) = \varphi_{вих}(\omega) - \varphi_{вх}(\omega) = arctg\left(\frac{У(\omega)}{Д(\omega)}\right) - \qquad (4.5)$$

фаза коефіцієнта передачі, $D(\omega)$, $U(\omega)$ – дійсна та уявна частини коефіцієнта передачі.

З допомогою коефіцієнта передачі можна визначити частотні і часові характеристики лінійного кола.

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) – це залежність амплітуди вихідного сигналу від частоти вхідного сигналу при його постійній амплітуді. АЧХ є модулем комплексного коефіцієнта передачі, який визначається рівністю (4.4). Експериментальне визначення АЧХ здійснюється при гармонічному вхідному сигналі (4.1).

Фазочастотна характеристика (ФЧХ) – це залежність фази вихідного сигналу від частоти вхідного сигналу при його постійній амплітуді. ФЧХ є аргументом комплексного коефіцієнта передачі, який визначається рівністю (4.5). Експериментальне визначення ФЧХ здійснюється при гармонічному вхідному сигналі (4.1).

Перехідна характеристика *Ф(t)* – це залежність вихідного сигналу $u_{вих}(t)$ від часу при вхідному сигналі у вигляді одиничної функції – стрибка напруги (рис. 4.2):

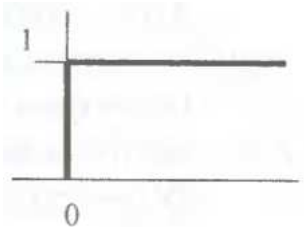


Рис. 4.2. Вхідний сигнал у вигляді одиничної функції.

$$1(t) = 1 \text{ при } t \geq 0, \qquad 1(t) = 0 \text{ при } t \leq 0. \qquad (4.6)$$

Можливі різні способи визначення перехідної характеристики, в тому числі для кіл інтегруючого типу з допомогою інтегралу:

$$\Phi(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{D(\omega)}{\omega}\sin(\omega t)dt\,. \qquad (4.7)$$

Імпульсна характеристика *h(t)* – це відгук об'єкта на вхідну дію у вигляді одиничного дельта-імпульсу $\delta(t)$ – похідної від одиничної функції (4.6). Амплітуда одиничного імпульсу $A = \infty$, тривалість $\Delta t \to 0$, площа імпульсу $S = A \times \Delta t = 1$.

Можливі різні способи визначення імпульсної характеристики, в тому числі для кіл інтегруючого типу з допомогою інтегралу:

$$h(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} D(\omega)\cos(\omega t)d\omega\,. \qquad (4.8)$$

Імпульсна характеристика є похідною від перехідної характеристики.

Визначимо амплітудно-частотну, фазочастотну, перехідну та імпульсну характеристики для інтегруючого *RC*-кола з допомогою пакету програм Mathcad та Multisim або Electronics Workbench.

У наведених нижче програмах прийняті наступні позначення:

$T = RC$ – постійна часу;

f – частота (при розмірності часу в с, мс чи мкс частота відповідно в Гц, кГц чи МГц);

K(*f*) – комплексний коефіцієнт передачі *K*(*jω*) (4.3);

A(*f*) – модуль комплексного коефіцієнта передачі – АЧХ (4.4);

Θ(*f*) – фаза комплексного коефіцієнта передачі (в градусах) – ФЧХ (4.5);

D(*f*) – дійсна частина комплексного коефіцієнта передачі;

U(*f*) – уявна частина комплексного коефіцієнта передачі;

NT – число точок відліку по осі часу;

TH – крок цього відліку;

Vb – верхня границя інтегрування за частотою в (4.7) і (4.8);

Vn – нижня границя інтегрування за частотою в (4.7) і (4.8);

Φ_k – перехідна характеристика *Φ*(*t*) (4.7);

H_k – імпульсна характеристика *h*(*t*) (4.8);

У (4.7) і (4.8) нижня границя інтегрування береться рівною не 0, а дуже малому значенню, рівному 0,0001, щоб уникнути ділення на 0 в (4.7). Така заміна практично не впливає на точність обчислення часових характеристик.

2. Диференціююче *CR*-коло

2.1. Розрахункові формули

Схема диференціюючого *CR*-кола, яке називається також фільтром верхніх частот, наведена на рис. 4.3.

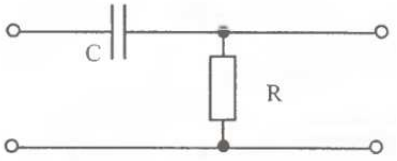


Рис. 4.3. *CR*-коло.

Коефіцієнт передачі кола:

$$K(j\omega)=\frac{Z_R}{Z_R+Z_C}=\frac{R}{R+1/j\omega C}=\frac{j\omega T}{1+j\omega T}, \quad (4.9)$$

де $T=RC$ – постійна часу кола, $\omega=2\pi f$ – кутова частота.

Із (4.9) згідно (4.4) та (4.5) для модуля, фази, дійсної та уявної частини коефіцієнта передачі, відповідно, отримаємо:

$$|K(\omega)|=\frac{\omega T}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}, \qquad \varphi(\omega)=arctg\left(\frac{1}{\omega T}\right),$$
$$\mathrm{Re}(\omega)=\frac{\omega^2T^2}{1+\omega^2T^2}, \qquad \mathrm{Im}(\omega)=\frac{\omega T}{1+\omega^2T^2}. \quad (4.10)$$

Експеримент 1. Розрахунок в середовищі Mathcad.

Програма по розрахунку частотних характеристик кола з коефіцієнтом передачі (4.9) наведена на рис. 4.4. Там же побудовані чотири частотні характеристики, розраховані за програмою згідно формул (4.10).

У прикладі розрахунку по програмі прийнято: $R=10^3$Ом, $C=0{,}2\cdot10^{-6}$Ф. Тому значення постійної часу $T=RC=0{,}2$ мс. Оскільки розмірність *T* в програмі наведена в мс, то час *t* також в мс, а розмірність частоти *f* в кГц.

$T := 0.2$

$j := \sqrt{-1}$ $\quad p(f) := j \cdot 2\pi \cdot f$ $\quad K(f) := \dfrac{T \cdot p(f)}{1 + T \cdot p(f)}$

$A(f) := |K(f)|$ $\quad D(f) := \mathrm{Re}(K(f))$

$U(f) := \mathrm{Im}(K(f))$ $\quad \Theta(f) := \arg(K(f)) \cdot \dfrac{180}{\pi}$

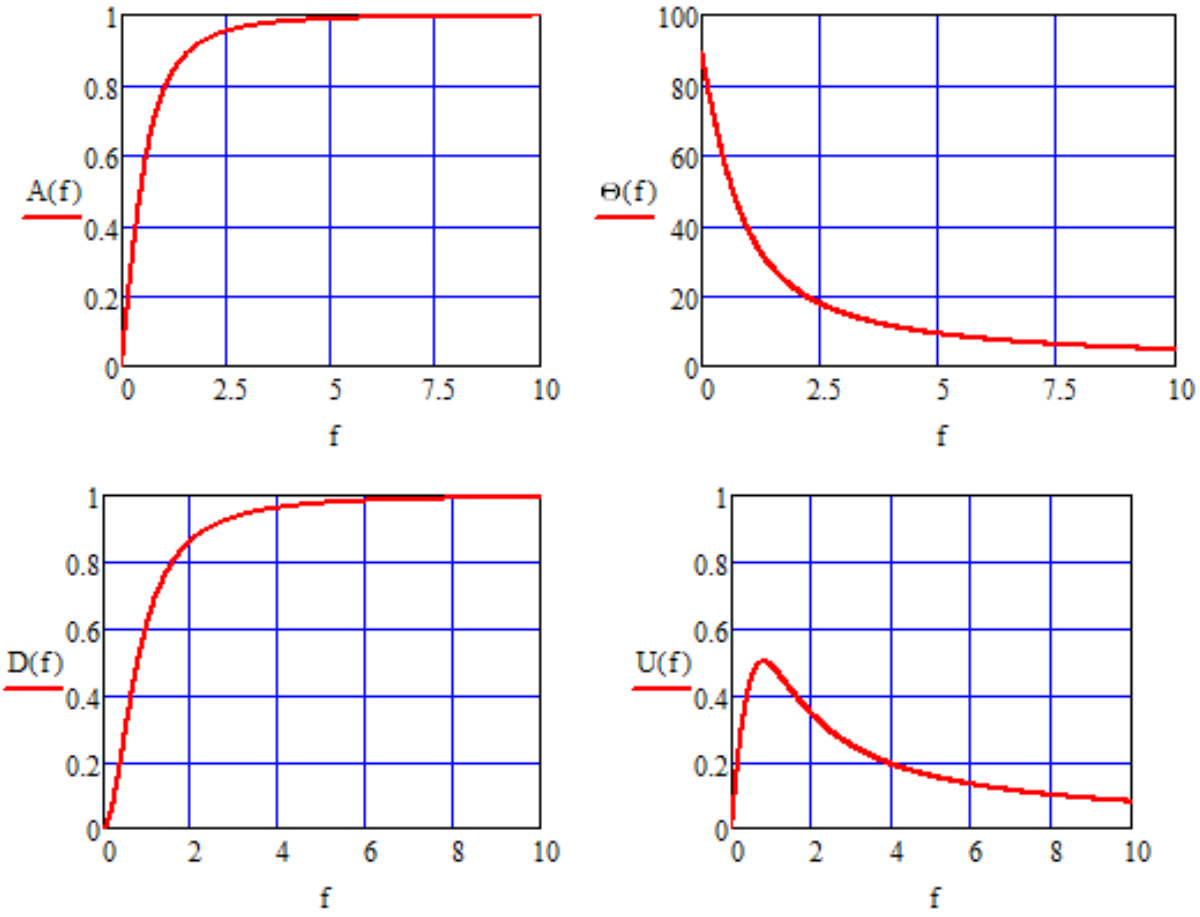


Рис. 4.4. Програма для розрахунку характеристик *CR*-кола.

Експеримент 2. Аналіз з допомогою віртуальних пристроїв.

Проведемо дослідження диференціюю чого *CR*-кола з допомогою пакету програм Electronics Workbench (або Multisim). Для аналізу частотних властивостей кола така схема наведена на рис. 4.5. Як і вище, в розглядуваному прикладі прийнято: $R = 10^3$ Ом, $C = 0{,}2 \cdot 10^{-6}$ Ф, $T = RC = 0{,}2$ мс. Отримана при даних параметрах АЧХ кола наведена на тому ж рисунку.

Зміна частоти вхідного сигналу в схемі здійснюється за допомогою переналаштовуваного за частотою генератора, що дозволяє отримати на екрані віртуального осцилографа АЧХ.

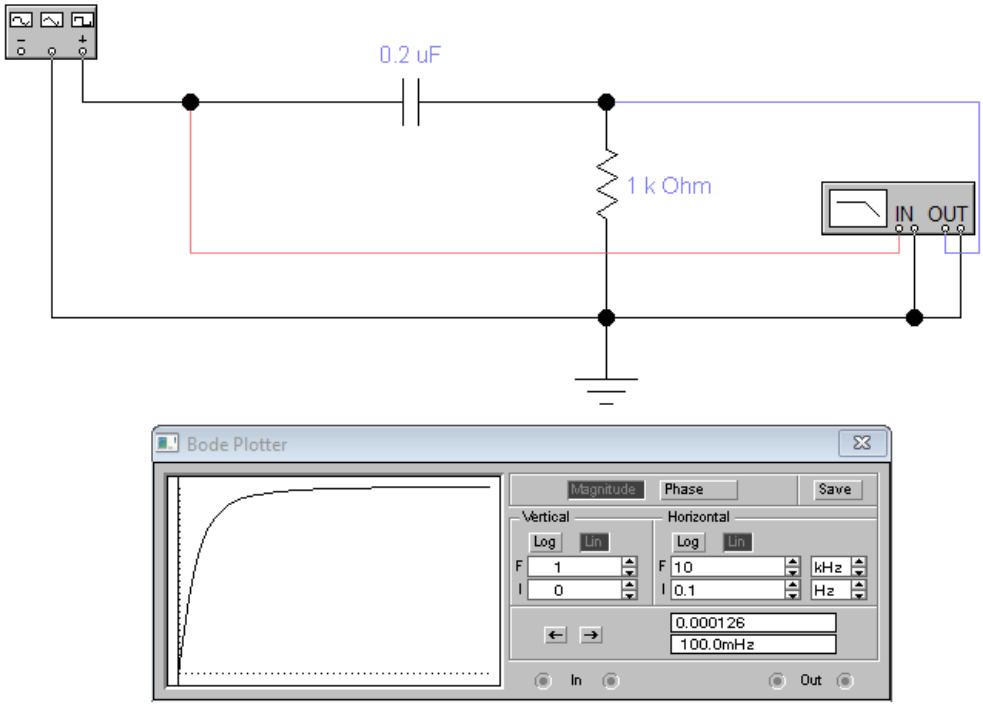


Рис. 4.5. Схема для аналізу частотних властивостей RC-кола.

Схема, яка дає можливість аналізувати часові властивості кола, наведена на рис. 4.6, а отримані з її допомогою перехідна та імпульсна характеристики на екрані віртуального осцилографа – на рис. 4.7 і 4.8. Стрибок вхідної напруги, необхідний для побудови перехідної характеристики, здійснюється в схемі за допомогою генератора прямокутних імпульсів.

Примітка: для побудови імпульсної характеристики необхідно змінити шпаруватість (duty cycle) в налаштуваннях генератора прямокутних імпульсів.

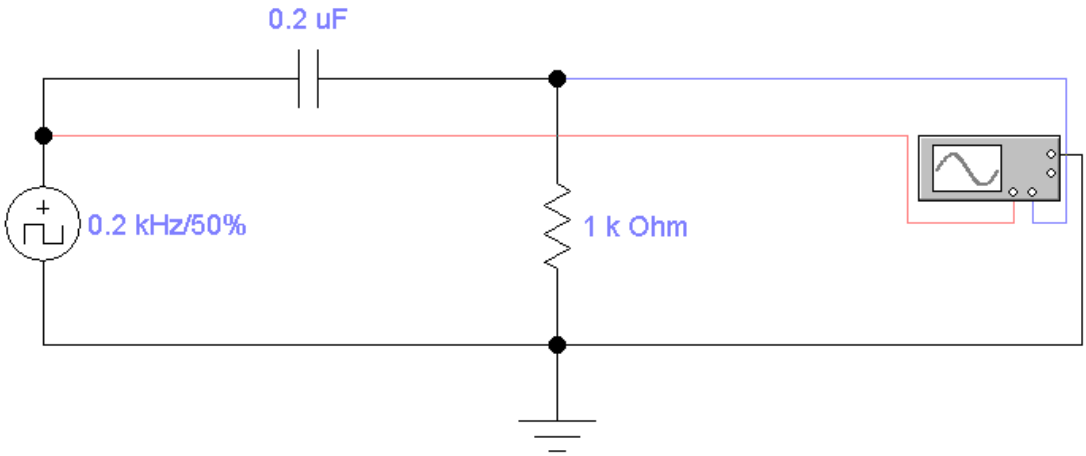


Рис. 4.6. Схема для аналізу часових властивостей *CR*-кола.

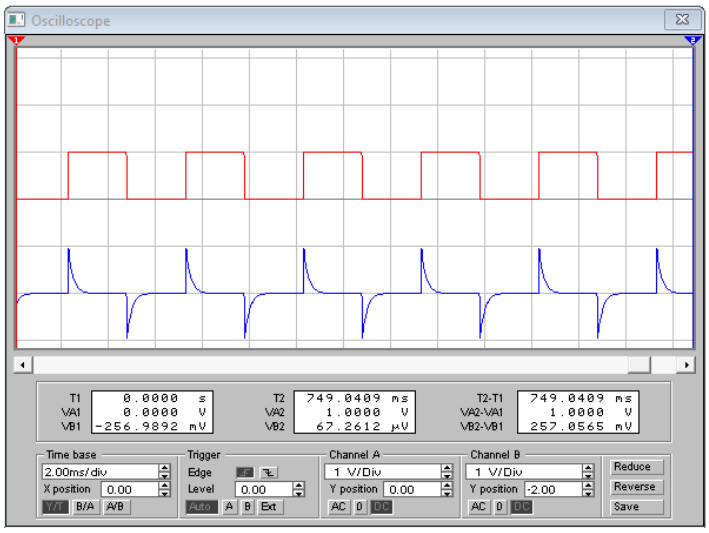


Рис. 4.7. Перехідна характеристика *CR*-кола.

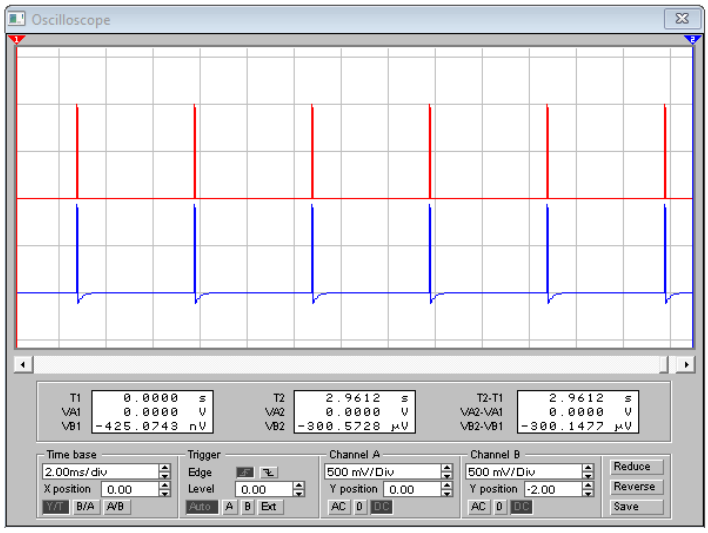


Рис. 4.8. Імпульсна характеристика *CR*-кола.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахуйте за програмою на рис. 4.4 частотні характеристики диференціюючого кола при інших значеннях параметрів *R* і *C*.

2. Дослідіть частотні і часові характеристики інтегруючого кола з допомогою пакету програм Electronics Workbench (або Multisim) аналогічно з рис. 4.5-4.8 при інших значеннях параметрів *R* і *C*.

3. Визначте, як значення параметри *T* впливає на характеристики диференціюючого кола.

Контрольні запитання

1. Яку функцію виконує диференціююче *CR*-коло? Чому рівний коефіцієнт передачі такого кола?

2. Вкажіть вирази для опису модуля, фази, дійсної та уявної частини коефіцієнта передачі диференціюючого *CR*-кола.

Лабораторна робота №5

Дослідження частотних і часових характеристик інтегруючого кола 2-го порядку

Мета роботи:

1. Розрахувати частотні і часові характеристики інтегруючого кола 2-го порядку в середовищі Mathcad.
2. Дослідити роботу інтегруючого кола 2-го порядку з допомогою пакету програм Electronics Workbench або Multisim.

Теоретичні відомості

1. Розрахункові формули

Схема інтегруючого кола 2-го порядку, яке називається також *LRC*-фільтром нижніх частот, наведена на рис. 5.1.

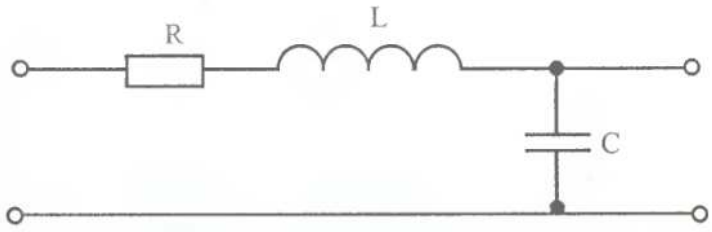


Рис. 5.1. Схема інтегруючого кола 2-го порядку.

Коефіцієнт передачі кола визначається рівністю:

$$K(j\omega) = \frac{1/j\omega C}{1/j\omega C + j\omega L + R} = \frac{a_0}{b_0 + j\omega b_1 + (j\omega)^2 b_2}, \qquad (5.1)$$

де $a_0 = b_0 = \omega_p^2 = 4\pi^2 f_p^2$, $b_1 = \frac{2\pi f_p}{Q}$, $b_2 = 1$, $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q = \frac{L\omega_p}{R}$.

Експеримент 1. Розрахунок в середовищі Mathcad.

Програма по розрахунку частотних і часових характеристик кола з коефіцієнтом передачі (5.1) наведена на рис. 5.2. Там же побудовані чотири частотні і дві часові характеристики, розраховані за програмою згідно формул (5.1), (3.4), (3.5), (3.7), (3.8).

У програмі прийняті наступні позначення:

fp – резонансна частота f_p;

t_k – час;

f – частота (при розмірності частоти в Гц, кГц чи МГц час t, відповідно, в с, мс чи мкс);

Q – добротність електричного кола Q.

Усі інші позначення в програмі співпадають з позначеннями, прийнятими в програмі лабораторних робіт №3 і 4.

У прикладі розрахунку по програмі прийнято: R = 32,83 Ом, C = 100 пФ, L = 2,533 мкГн. При даних параметрах елементів кола значення резонансної частоти і добротності відповідно рівні:

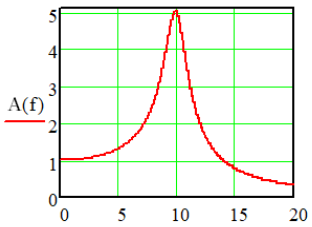
$fp := 10 \quad Q := 5$

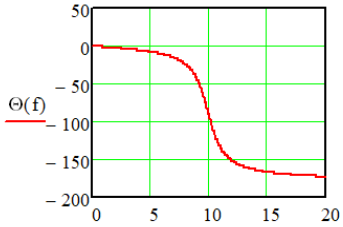
$a_0 := (2\cdot\pi)^2\cdot fp^2 \quad b_0 := a_0 \quad b_1 := \frac{2\cdot\pi\cdot fp}{Q} \quad b_2 := 1$

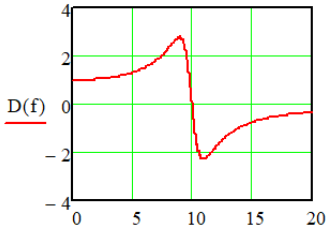
$j := \sqrt{-1} \quad p(f) := j\cdot 2\cdot\pi\cdot f$

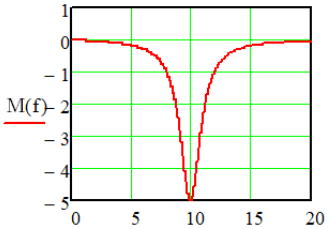
$$K(f) := \frac{a_0}{b_0 + b_1\cdot p(f) + b_2\cdot p(f)^2}$$

$A(f) := |K(f)| \quad D(f) := Re(K(f)) \quad M(f) := Im(K(f)) \quad \Theta(f) := arg(K(f))\cdot\left(\frac{180}{\pi}\right)$





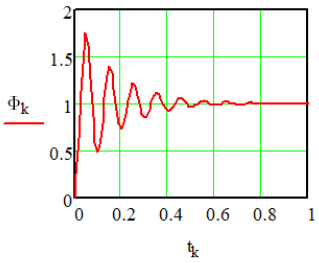


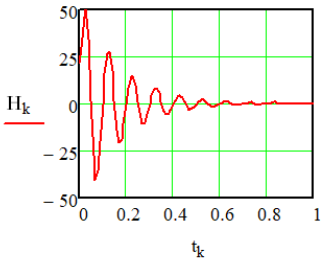


$NT := 200 \quad TH := 0.01 \quad k := 0 .. NT$

$t_k := k\cdot TH \quad Vb := 20 \quad Vn := 0.0001$

$$\Phi_k := \left(\frac{2}{\pi}\right)\cdot\int_{Vn}^{Vb}\frac{D(f)}{f}\cdot\sin\left(2\cdot\pi\cdot f\cdot t_k\right)df \qquad H_k := 4\cdot\int_{Vn}^{Vb}D(f)\cdot\cos\left(2\cdot\pi\cdot f\cdot t_k\right)df$$





t_k =	H_k =	Φ_k =
0	21.861	0
0.01	30.171	0.247
0.02	45.99	0.63
0.03	50.724	1.129
0.04	33.799	1.57
0.05	1.955	1.754
0.06	-27.401	1.618
0.07	-40.554	1.262
0.08	-35.668	0.868
0.09	-19.702	0.585
0.1	-0.678	0.484
...	...	...

Рис. 5.2. Програма для розрахунку характеристик *LRC*-кола.

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 10 \text{ МГц},$$

$$Q = \frac{2\pi f_p L}{R} = 5.$$

Оскільки розмірність резонансної частоти f_p в програмі наведена в МГц, то і розмірність частоти f виражена в МГц, а час t – в мкс.

Експеримент 2. Аналіз з допомогою віртуальних пристроїв.

Проведемо дослідження інтегруючого *LCR*-кола з допомогою пакету програм Electronics Workbench (або Multisim). Для аналізу частотних властивостей кола така схема наведена на рис. 5.3, а отримана з її допомогою АЧХ на рис. 5.4.

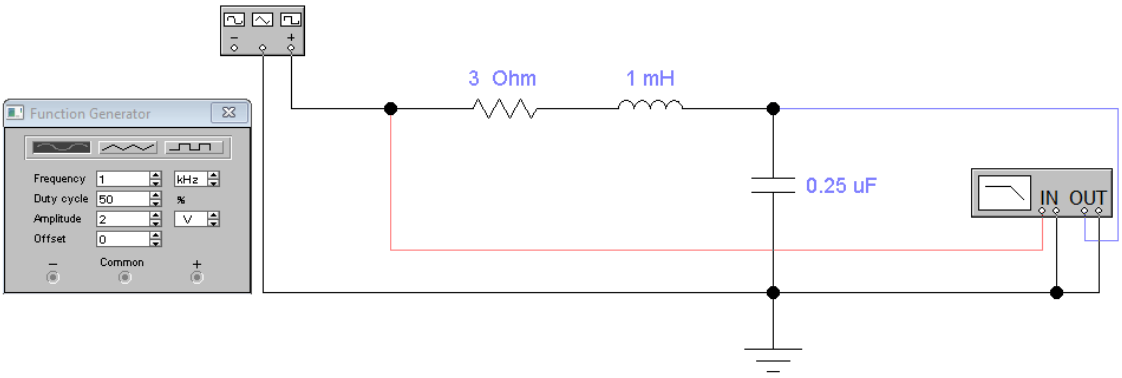


Рис. 5.3. Схема для аналізу частотних властивостей *LRC*-кола.

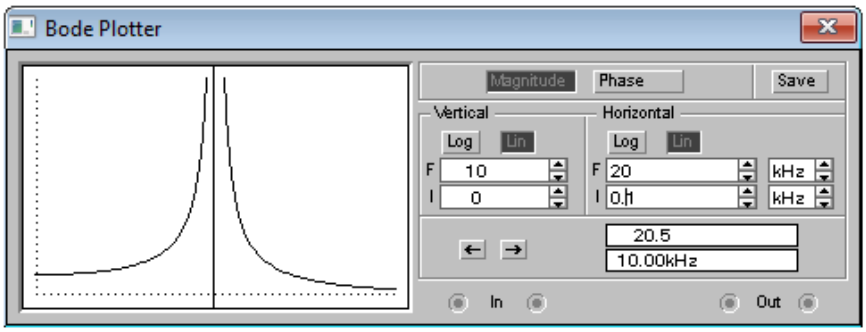


Рис. 5.4. АЧХ *LRC*-кола.

При параметрах елементів, вказаних в схемі на рис. 5.3, резонансна частота і добротність відповідно рівні:

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 10{,}06 \text{ кГц},$$

$$Q = \frac{2\pi f_p L}{R} = 21.$$

Зміна частоти вхідного сигналу в схемі здійснюється з допомогою переналаштовуваного за частотою генератора, що дозволяє отримати на екрані осцилографа АЧХ.

Схема, яка дає можливість аналізувати часові властивості кола, наведена на рис. 5.5, а отримана з її допомогою перехідна характеристика на екрані осцилографа (нижня осцилограма) – на рис. 5.6. Стрибок вхідної напруги, необхідний для побудови перехідної характеристики, здійснюється в схемі з допомогою генератора прямокутних імпульсів.

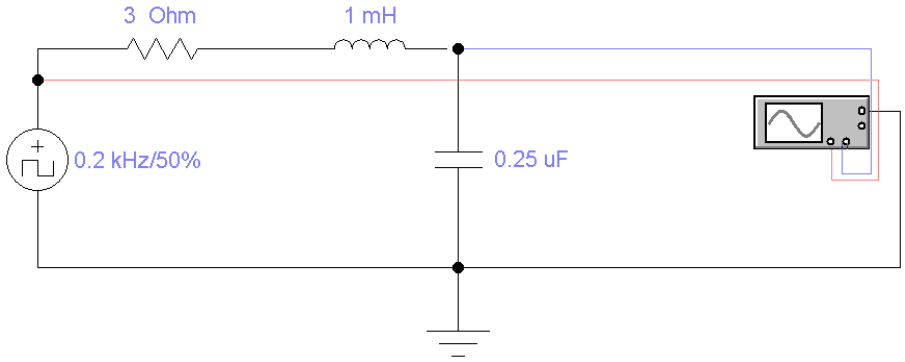


Рис. 5.5. Схема для аналізу часових властивостей *LCR*-кола.

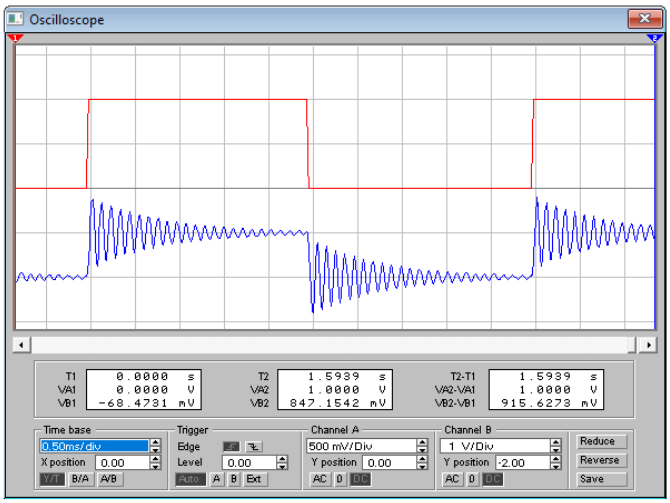


Рис. 5.6. Перехідна характеристика *CR*-кола.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахуйте за програмою на рис. 5.2 частотні і часові характеристики інтегруючого кола при інших значеннях параметрів *L*, *R* і *C*.

2. Дослідіть частотні і часові характеристики інтегруючого кола з допомогою пакету програм Electronics Workbench (або Multisim) аналогічно з рис. 5.3-5.6 при інших значеннях параметрів *L*, *R* і *C*.

3. Визначте, як значення резонансної частоти і добротності впливають на характеристики *LRC*- інтегруючого кола.

Контрольні запитання

1. Яку функцію виконує інтегруюче коло 2-го порядку? Чому рівний коефіцієнт передачі такого кола?

2. Яким виразом задаються резонансна частота і добротність інтегруючого кола 2-го порядку?

Лабораторна робота №6

Дослідження частотних і часових характеристик коливального контуру

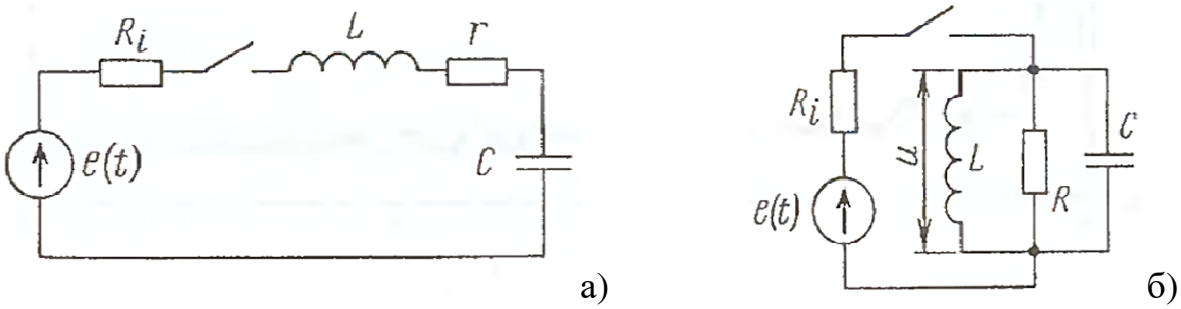
Мета роботи:

1. Розрахувати частотні і часові характеристики послідовного і паралельного коливальних контурів в середовищі Mathcad.
2. Дослідити роботу послідовного і паралельного коливальних контурів з допомогою пакету програм Electronics Workbench або Multisim.

Теоретичні відомості

1. Основні положення

На рис. 6.1 представлені два основних типи коливальних контурів – послідовного і паралельного типу. У першому з них має місце резонанс напруг, у другому – резонанс струмів.



а) б)

Рис. 6.1. Послідовний (а) і паралельний (б) коливальні контури.

Опір послідовного коливального контуру:

$$Z = r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = r + j\omega L\left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right) = r\left(1 + jQ\Delta\right) = R_e + jX_e, \qquad (6.1)$$

де

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ – резонансна частота,} \qquad (6.2)$$

$\Delta = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0}$, $Q = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{1}{r\omega_0 C}$ – добротність.

При малому розлаштуванні за частотою $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, параметр:

$$\Delta = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0} = \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega\omega_0} \approx 2\frac{\Delta\omega}{\omega}. \qquad (6.3)$$

Із рівності (6.1) для модуля, фази, дійсної і уявної частин комплексного опору отримаємо наступні співвідношення:

$$|Z| = r\sqrt{1 + Q^2\Delta^2} \text{ або } \frac{|Z|}{r} = \sqrt{1 + Q^2\Delta^2}, \qquad (6.4)$$

$$tg\varphi = Q\Delta \text{ або } \varphi = arctg\left(Q\Delta\right), \qquad (6.5)$$

$$R_e = \mathrm{Re}\, Z = r, \; X_e = \mathrm{Im}\, Z = rQ\Delta. \qquad (6.6)$$

Для паралельного коливального контуру комплексні провідність і опір будуть рівними:

$$Y = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{R} + j\omega C\left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right) = \frac{1 + jQ\Delta}{R},$$
$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{R}{1 + jQ\Delta} = R_e + jX_e, \qquad (6.7)$$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – резонансна частота,

$\Delta = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0} = \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega\omega_0} \approx 2\frac{\Delta\omega}{\omega}$, $Q = R\omega_0 C = \frac{R}{\omega_0 L}$ – добротність.

Із рівності (6.7) для модуля, фази, дійсної і уявної частин комплексного опору отримаємо:

$$|Z| = \frac{R}{\sqrt{1 + Q^2\Delta^2}} \text{ або } \frac{|Z|}{R} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\Delta^2}}, \qquad (6.8)$$

$$tg\varphi = -Q\Delta \text{ або } \varphi = -arctg(Q\Delta), \qquad (6.9)$$

$$R_e = \mathrm{Re}\, Z = \frac{R}{1 + Q^2\Delta^2}, \; X_e = \mathrm{Im}\, Z = -\frac{RQ\Delta}{1 + Q^2\Delta^2}. \qquad (6.10)$$

2. Послідовний коливальний контур

Експеримент 1. Розрахунок частотної характеристики в середовищі Mathcad

Частотна характеристика послідовного коливального контуру (рис. 6.1, а) визначається виразом (6.1) для його комплексного опору і співвідношеннями, що випливають з нього, для модуля (6.4), фази (6.5) та дійсної і уявної частин опору (6.6).

На рис. 6.2 наведена програма для розрахунку графіків даних функцій в залежності від відносної зміни частоти сигналу $x = f/f_0$, де f_0 – резонансна частота контуру. За програмою можна відразу розрахувати два випадки при різних значеннях добротності контуру.

$Q1 := 100$ $\quad Q2 := 20$ $\quad \Delta(x) := x - \frac{1}{x}$ $\quad RE1(x) := 1$ $\quad RE2(x) := 1$

$M1(x) := \sqrt{1 + Q1^2 \cdot (\Delta(x))^2}$ $\quad \Theta 1(x) := \left(\frac{180}{\pi}\right) \cdot \mathrm{atan}(Q1 \cdot \Delta(x))$ $\quad XE1(x) := Q1 \cdot \Delta(x)$

$M2(x) := \sqrt{1 + Q2^2 \cdot (\Delta(x))^2}$ $\quad \Theta 2(x) := \left(\frac{180}{\pi}\right) \cdot \mathrm{atan}(Q2 \cdot \Delta(x))$ $\quad XE2(x) := Q2 \cdot \Delta(x)$

Рис. 6.2. Програма для розрахунку частотних характеристик послідовного коливального контуру.

У програмі прийняті наступні позначення:

Q1, Q2 – будь-які значення добротності, при яких проводиться розрахунок;

M1 і M2 – модулі комплексного опору (6.4);

Θ1, Θ2 – фази комплексного опору (6.5);

RE1, RE2, XE1, XE2 – дійсні та уявні частини комплексного опору (6.6);

$x = f/f_0$ – відносне значення частоти сигналу;

f_0 – резонансна частота контуру.

Як приклад на рис. 6.3 за програмою розраховані і побудовані графіки функцій при двох значеннях добротності: $Q = 20$ і 100. Всі графіки нормовані щодо значення активного опору r.

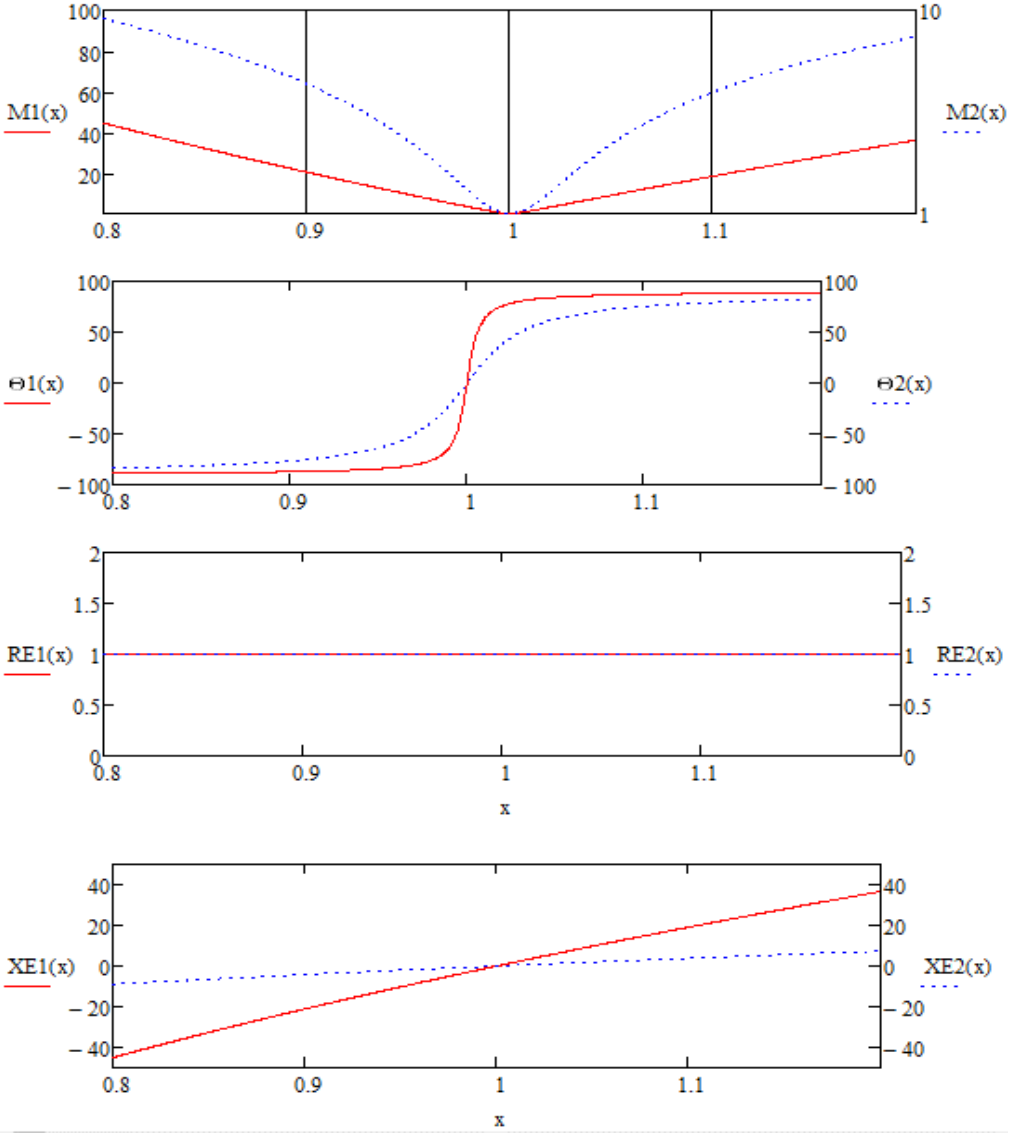


Рис. 6.3. Частотні характеристики послідовного коливального контуру.

Експеримент 2. Аналіз з допомогою віртуальних пристроїв.

Дослідимо частотну і часову характеристики послідовного контуру за допомогою пакета програм Electronics Workbench (або Multisim).

Така схема за визначенням амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) наведена на рис. 6.4. Резонансна частота і добротність контуру при параметрах, зображених на схемі:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 150 \text{ МГц},$$

$$Q = \frac{2\pi f_0 L}{r} = 30.$$

Отримана при даних параметрах АЧХ, як відношення напруги на вході контуру до напруги генератора, наведена на тому ж рис. 6.4. Зміна частоти вхідного сигналу в схемі здійснюється за допомогою перебудованого за частотою генератора, що дозволяє отримати на екрані осцилографа АЧХ.

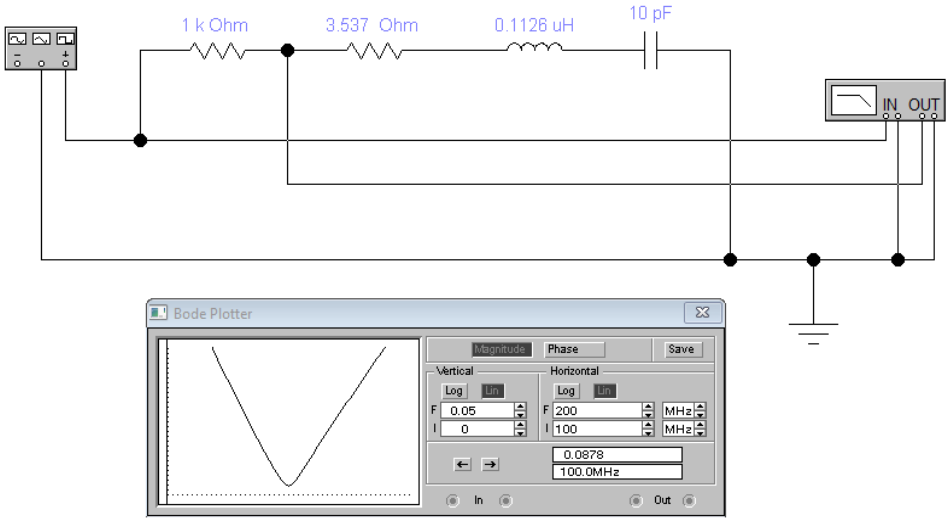


Рис. 6.4. Схема для отримання АЧХ послідовного коливального контуру.

Схема для визначення часової характеристики контуру при дії змінної напруги з частотою, рівною резонансній частоті кола, та осцилограма перехідного процесу наведені на рис. 6.5.

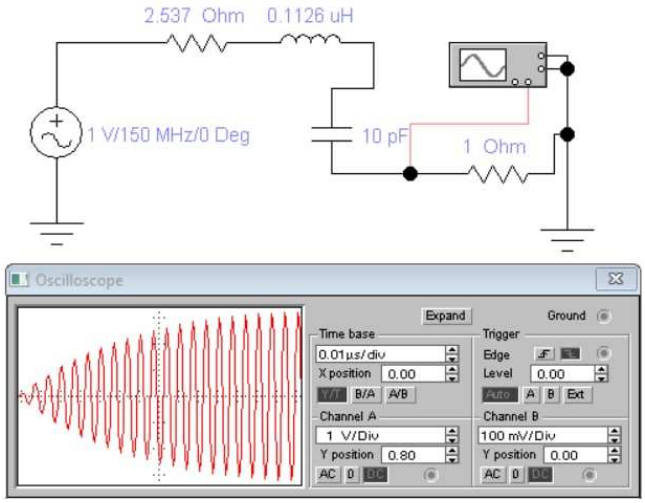


Рис. 6.5. Схема для отримання часової характеристики послідовного коливального контуру.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахувати за програмою на рис. 6.2 частотні характеристики послідовного контуру при добротності $Q = 10$ і 200 (можна вибрати й інші значення).

2. Визначити, як добротність впливає на ширину амплітудної і крутизну фазової характеристик контуру.

3. Визначити, які складові має еквівалентний опір контуру при резонансі ($f = f_0$), при частоті сингала $f > f_0$, при частоті $f < f_0$.

4. Дослідити частотні і часові властивості контуру за допомогою пакету програм Electronics Workberch (або Multisim) аналогічно з рис. 6.4-6.5 при інших значеннях параметрів кола. Визначити, як добротність впливає на час встановлення коливань в контурі.

3. Паралельний коливальний контур

Експеримент 1. Розрахунок частотної характеристики в середовищі Mathcad

Частотна характеристика паралельного коливального контуру (рис. 6.1, б) визначається виразом для його комплексного опору (6.7) і співвідношеннями, що випливають з нього, для модуля (6.8), фази (6.9) та дійсної та уявної частин опору (6.10).

На рис. 6.6 приведена програма для розрахунку графіків даних функцій в залежності від відносної зміни частоти сигналу $x = f/f_0$, де f_0 – резонансна частота контуру. За програмою можна відразу розрахувати два випадки при різних значеннях добротності контуру.

$$Q1 := 100 \qquad Q2 := 20$$

$$\Delta(x) := x - \frac{1}{x}$$

$$M1(x) := \frac{1}{\sqrt{1 + Q1^2 \cdot (\Delta(x))^2}} \qquad \Theta1(x) := -\left(\frac{180}{\pi}\right) \cdot \operatorname{atan}(Q1 \cdot \Delta(x))$$

$$M2(x) := \frac{1}{\sqrt{1 + Q2^2 \cdot (\Delta(x))^2}} \qquad \Theta2(x) := -\left(\frac{180}{\pi}\right) \cdot \operatorname{atan}(Q2 \cdot \Delta(x))$$

$$RE1(x) := \frac{1}{1 + Q1^2 \cdot (\Delta(x))^2} \qquad XE1(x) := \frac{-Q1 \cdot \Delta(x)}{1 + Q1^2 \cdot (\Delta(x))^2}$$

$$RE2(x) := \frac{1}{1 + Q2^2 \cdot (\Delta(x))^2} \qquad XE2(x) := \frac{-Q2 \cdot \Delta(x)}{1 + Q2^2 \cdot (\Delta(x))^2}$$

Рис. 6.6. Програма для розрахунку частотних характеристик послідовного коливального контуру.

У програмі прийняті наступні позначення:
Q1, Q2 – будь-які значення добротності, при яких проводиться розрахунок;
M1 і M2 – модулі комплексного опору (6.8);
Θ1, Θ2 – фази комплексного опору (6.9);
RE1, RE2, XE1, XE2 – дійсні та уявні частини комплексного опору (6.10);
$x = f/f_0$ – відносне значення частоти сигналу;
f_0 – резонансна частота контуру.

Як приклад на рис. 6.7 за програмою розраховані і побудовані графіки функцій при двох значеннях добротності: Q = 20 і 100. Всі графіки нормовані щодо значення активного опору *R*.

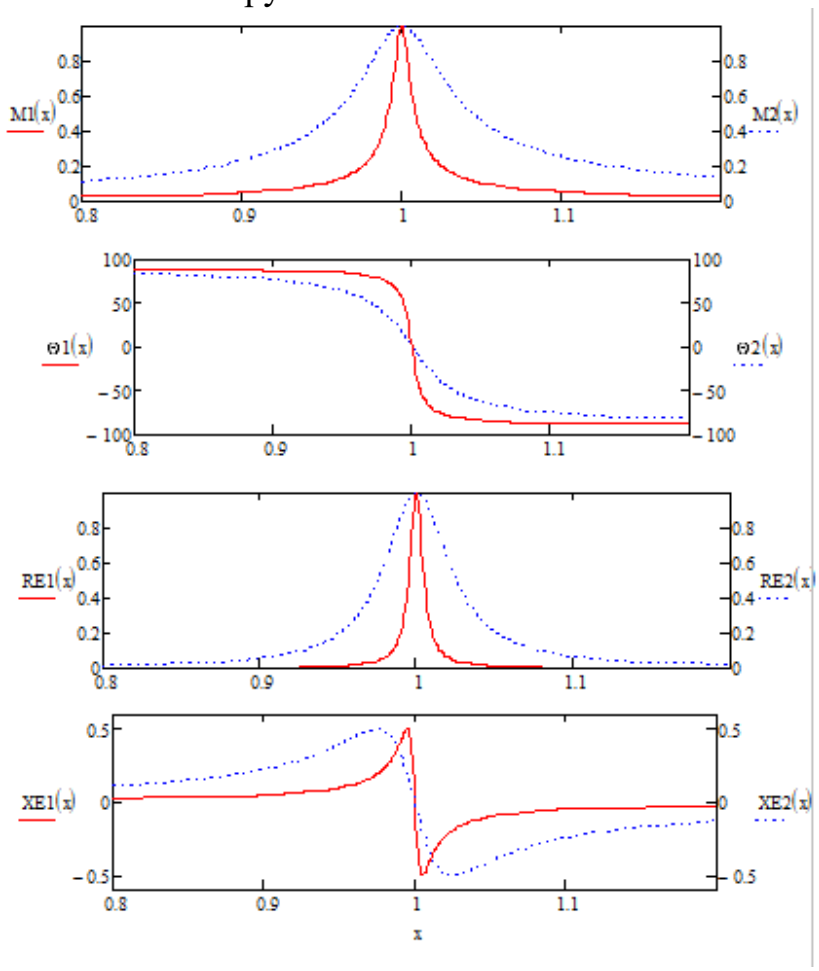


Рис. 6.7. Частотні характеристики паралельного коливального контуру.

Експеримент 2. Аналіз з допомогою віртуальних пристроїв.

Дослідимо частотну і часову характеристики послі паралельного довного контуру за допомогою пакета програм Electronics Workbench (або Multisim).

Така схема за визначенням АЧХ наведена на рис. 6.8. Резонансна частота і добротність контуру при параметрах, зображених на схемі, рівні:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 150 \text{ МГц},$$

$$Q = \frac{R}{2\pi f_0 L} = 100.$$

Отримана при даних параметрах АЧХ, як відношення напруги на вході контуру до напруги генератора, наведена на тому ж рис. 6.8. Зміна частоти вхідного сигналу в схемі здійснюється за допомогою перебудованого за частотою генератора, що дозволяє отримати на екрані віртуального осцилографа АЧХ.

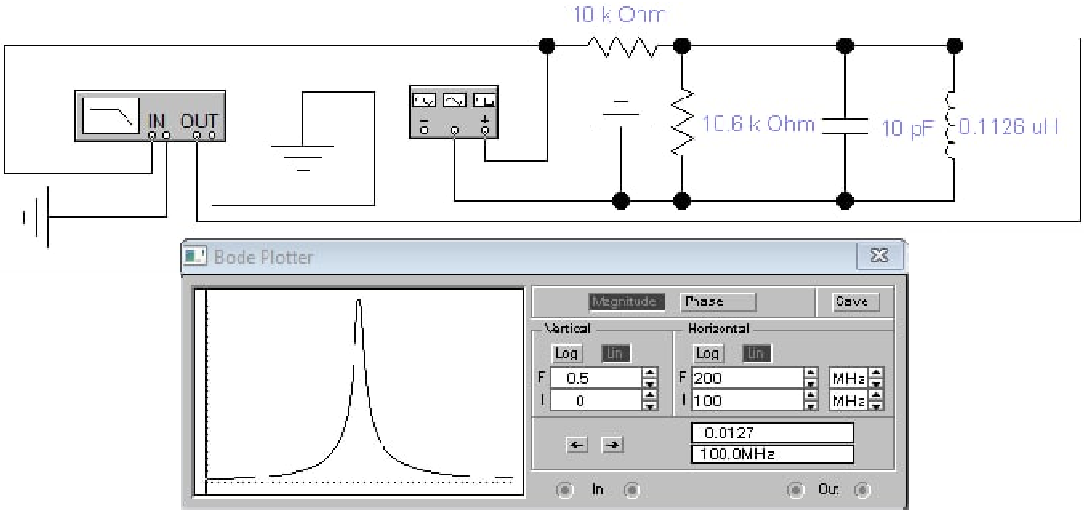


Рис. 6.8. Схема для отримання АЧХ паралельного коливального контуру.

Схема для визначення часової характеристики контуру при дії змінної напруги з частотою, рівною резонансній частоті кола, та осцилограма перехідного процесу наведені на рис. 6.9.

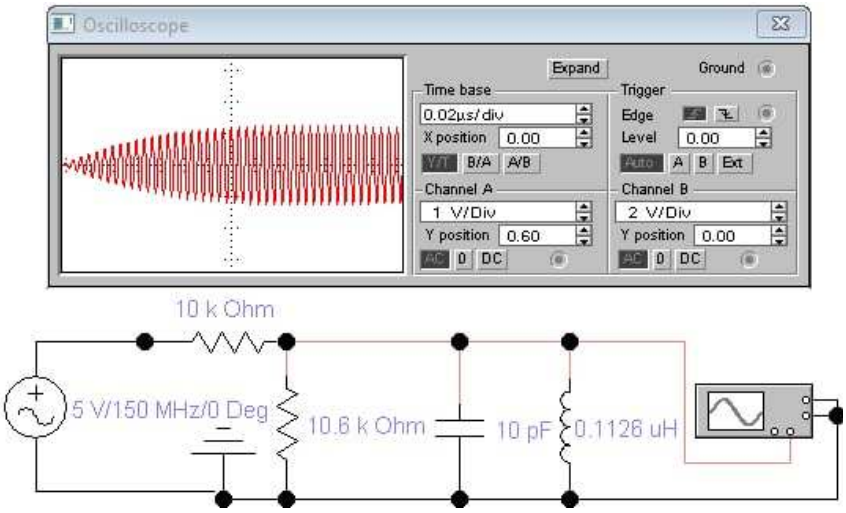


Рис. 6.9. Схема для отримання часової характеристики паралельного коливального контуру.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахувати за програмою частотні характеристики паралельного контуру при добротності Q = 10 і 200 (можна використати й інші значення).

2. Визначити, як добротність впливає на ширину амплітудної і крутизну фазової характеристик контуру.

3. Визначити, які складові має еквівалентний опір контуру при резонансі ($f = f_0$), при частоті сигналу $f > f_0$, і при частоті $f < f_0$.

4. Дослідити частотні і часові властивості контуру за допомогою пакета програм Electronics Workberch (або Multisim) за аналогією з рис. 6.8-6.9 при інших значеннях параметрів кола. Визначити, як добротність впливає на час встановлення коливань в контурі.

Контрольні запитання

1. Назвіть основні типи коливальних контурів. Який вид резонансу спостерігається в таких контурах?

2. Чому рівний опір послідовного і паралельного коливальних контурів?

3. Як визначаються модуль, фаза, дійсна і уявна частини комплексного опору послідовного і паралельного коливальних контурів?

4. Яким виразом задаються резонансна частота і добротність послідовного та паралельного коливальних контурів?

Лабораторна робота №7

Дослідження частотних характеристик фільтрів

Мета роботи:

1. Дослідити роботу фільтрів з допомогою пакету програм Electronics Workbench або Multisim.

Теоретичні відомості

1. Основні визначення

Призначення фільтра полягає в тому, щоб пропускати сигнали в певній смузі частот і затримувати в інших. За допомогою фільтрів відбудеться налаштування на обраний канал прийому і опрацювання сигналів: виділення корисних спектральних складових і послаблення шкідливих.

Основними характеристиками фільтра є:

– залежність внесеного ним загасання від частоти сигналу;

– амплітудно-частотна характеристика (АЧХ);

– фазочастотна характеристика (ФЧХ), тобто залежність зсуву сигналу за фазою від частоти.

Звернемося до схеми на рис. 7.1, а, в якій фільтр представлений у вигляді чотириполюсника, включеного між генератором і навантаженням.

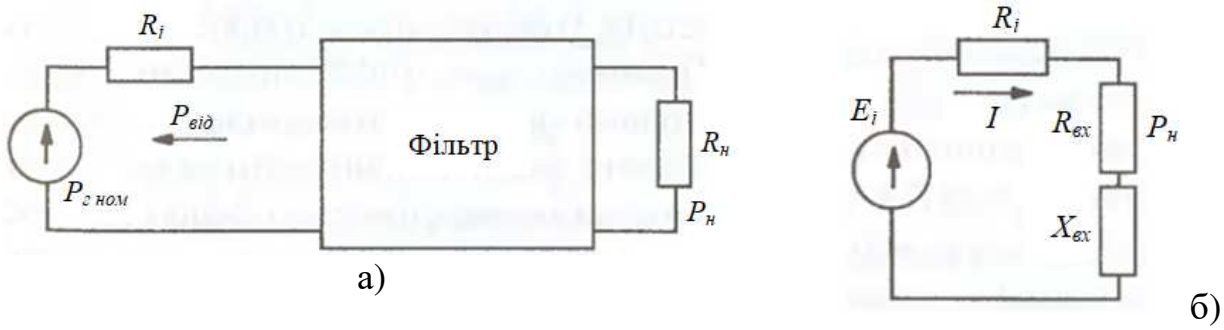


Рис. 7.1. Структурна схема фільтра (а) та його еквівалентна схема (б).

При використанні в якості фільтра реактивного чотириполюсника, тобто кола, що включає тільки ємності та індуктивності, активними втратами в ньому можна знехтувати. Баланс потужностей сигналів в такому фільтрі представити у вигляді рівності (7.1):

$$P_{г\ ном} = P_н + P_{від}, \qquad (7.1)$$

де $P_{г\ ном} = \dfrac{E_i^2}{8R_i}$ – номінальна, тобто максимально потужність джерела сигналу, що віддається, – генератора з амплітудою E_i і внутрішнім опором R_i; P – потужність, що передається в навантаження; $P_{від}$ – потужність, відбита від входу фільтра.

Згідно (7.1) коефіцієнт передачі потужності від генератора в навантаження рівний $K_п = \frac{P_н}{P_{г\,ном}}$. Величина, обернена до $K_п$, являє собою затухання фільтра: $B_з = \frac{P_{г\,ном}}{P_н}$.

Межі зміни величини $K_п = 0…1$, величини $B_з = 1…\infty$. Затухання прийнято виражати в децибелах:

$$b_з = 10\lg B_з = 10\lg\frac{P_{г\,ном}}{P_н} = -10\lg K_п. \qquad (7.2)$$

Відповідно до (7.2) загасання $b_з$, може змінюватися в межах 0…∞. Залежність $b_з$ від частоти сигналу f є характеристикою згасання фільтра: $b_з = \mathrm{f}(f)$.

Очевидно, що в ідеальному випадку фільтр повинен мати в смузі пропускання $b_з = 0$, в смузі загородження $b_з = \infty$.

В інших випадках замість характеристики згасання $b_з = \mathrm{f}(f)$ використовують залежність коефіцієнта передачі фільтра за потужністю:

$$K_п(\omega) = \frac{P_н(\omega)}{P_{г\,ном}}. \qquad (7.3)$$

Залежно від характеристики згасання (7.2) або коефіцієнта передачі за потужністю (7.3) розрізняють наступні типи фільтрів: нижніх частот (ФНЧ), верхніх частот (ФВЧ), смуговий (смугопропускаючий) і режекторний (смугозагороджуючий). Характеристики $b_з = \mathrm{f}(f)$ і $K_п = \mathrm{f}(f)$ таких фільтрів наведені на рис. 7.2. Із рис. 7.2 слідує, що при малому згасанні фільтра коефіцієнт передачі близький до 1, при великому згасання коефіцієнт передачі близький до 0. Згідно характеристик, наведених на рис. 7.2, фільтри характеризуються смугою пропускання $\Delta f_{пр}$ і смугою загородження $\Delta f_{заг}$.

Визначимо амплітудно-частотну характеристику чотирьох основних типів фільтрів у вигляді реактивних чотириполюсників з допомогою пакета програм ElectronicsWorkbench (або Multisim).

2. Фільтр нижніх частот

На рис. 7.3 наведені схема і амплітудно-частотні характеристики (АЧХ) одноланкового фільтра нижніх частот, на рис. 7.4 – двохланкового.

Параметри елементів одноланкового фільтра розраховуються, виходячи з необхідної частоти зрізу $f_{зр}$ і прийнятого хвильового опору ρ. У розглянутому прикладі маємо при $f_{зр} = 1$ МГц і $\rho = 50$ Ом:

$$L = \frac{\rho}{2\pi f_{зр}} = \frac{50}{2\pi\cdot 10^6} = 7{,}958 \text{ мкГн},$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_{зр}\rho} = \frac{1}{2\pi\cdot 10^6\cdot 50} = 3{,}183 \text{ нФ}.$$

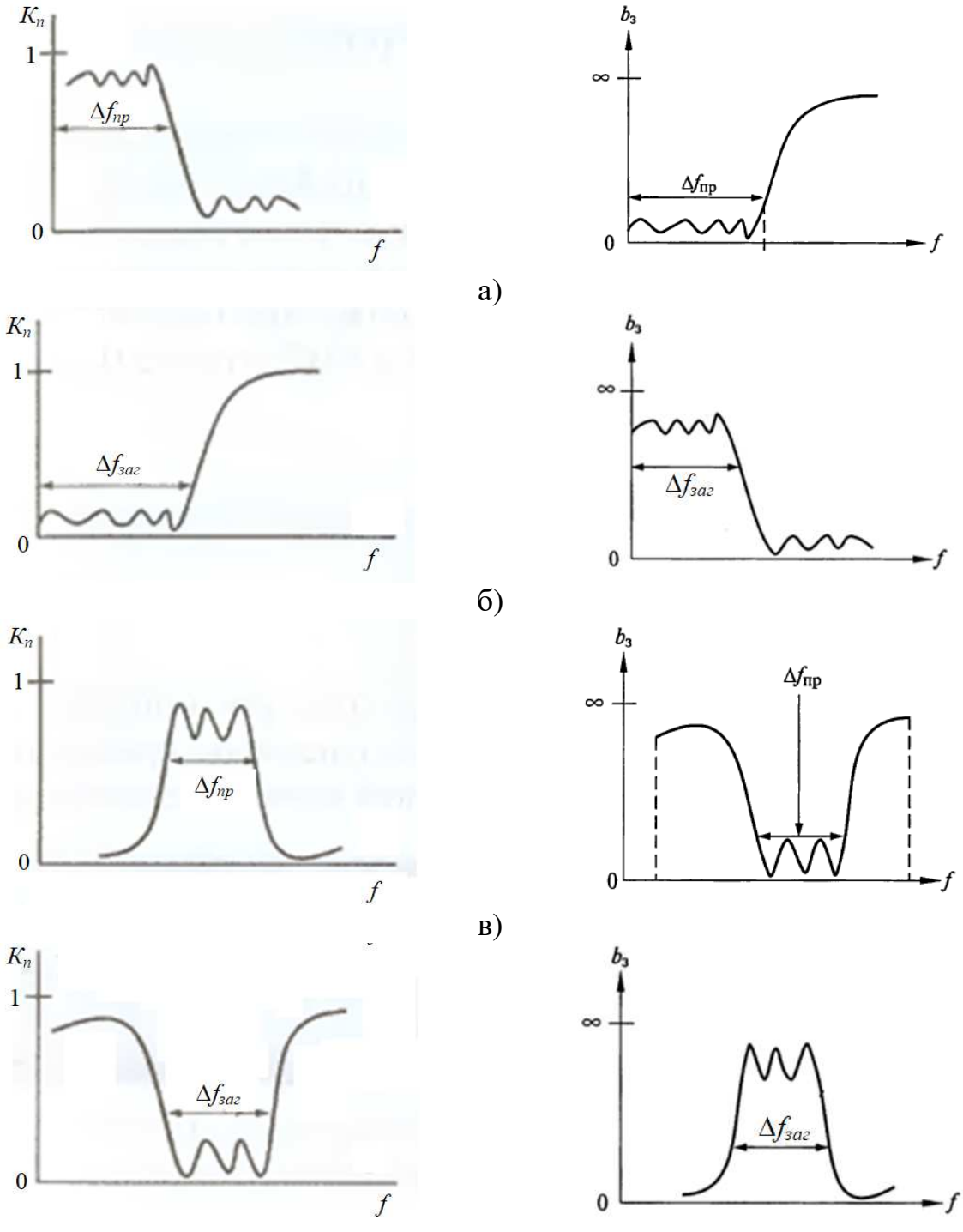


Рис. 7.2. Характеристики пропускання $K_{пр}$ та згасання $b_з$ фільтра нижніх частот(а), верхніх частот (б), смугового фільтра (в) і режекторного фільтра (г).

Отримана при даних параметрах АЧХ, як відношення напруги на виході фільтра до напруги генератора, наведена на тому ж рис. 7.3. Зміна частоти вхідного сигналу в схемі здійснюється з допомогою переналаштовуваного за частотою генератора, що дає можливість отримати на екрані віртуального осцилографа АЧХ.

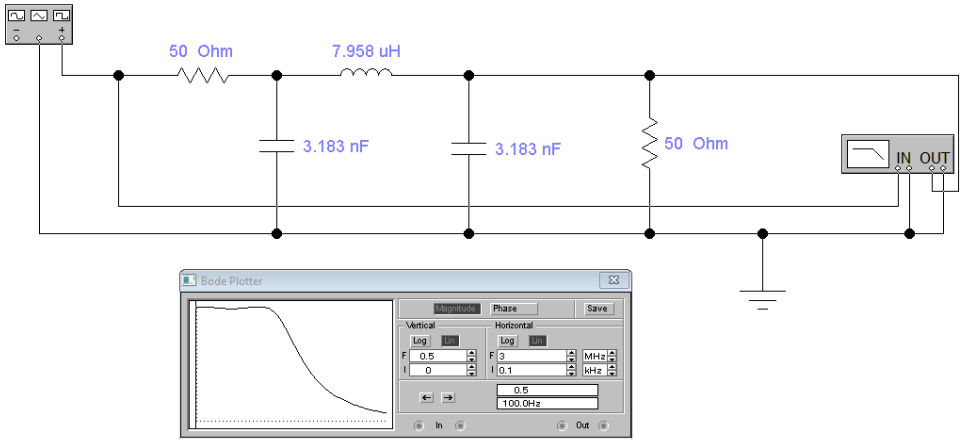


Рис. 7.3. Схема і АЧХ одноланкового фільтра нижніх частот.

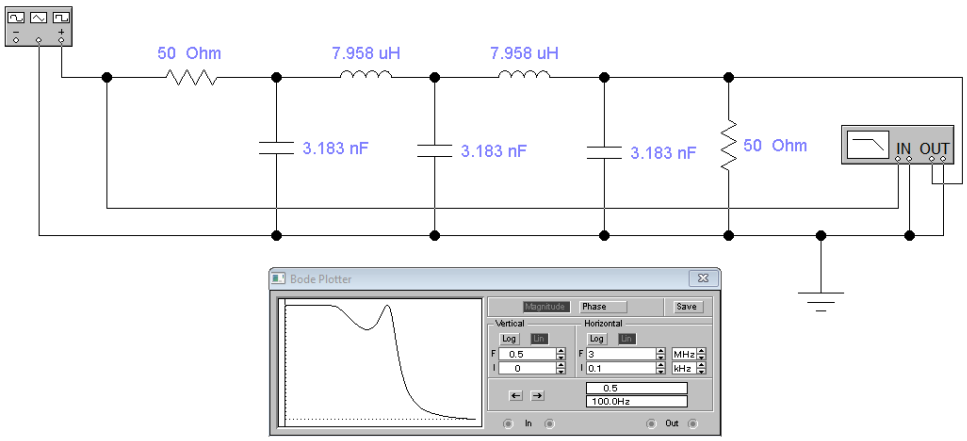


Рис. 7.4. Схема і АЧХ двохланкового фільтра нижніх частот.

Із порівняння рис. 7.3 і 7.4 слідує, що у випадку двохланкового фільтра порівняно з одноланковим, вдається отримати характеристику з більш крутим фронтом.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Побудувати АЧХ одноланкового і двохланкового ФНЧ при параметрах, вказаних на схемах на рис. 7.3 і 7.4.

2. Змінити значення хвильового опору (наприклад, прийняти $\rho = 100$ Ом), розрахувати нові значення ємності C та індуктивності L, внести відповідні зміни в схему і побудувати нову АЧХ.

3. Визначити, як зміна значення ρ впливає на АЧХ.

4. Змінити значення частоти зрізу (наприклад, прийняти $f_{зр} = 20$ МГц), розрахувати нові значення ємності C та індуктивності L, внести відповідні зміни в схему і побудувати нову АЧХ.

3. Фільтр верхніх частот

На рис. 7.5 наведені схема і АЧХ одноланкового фільтра верхніх частот, на рис. 7.6 – двохланкового. Параметри елементів одноланкового фільтра розраховуються, виходячи з необхідної частоти зрізу $f_{зр}$, і прийнятого

хвильового опору ρ. У розглянутому прикладі маємо при $f_{зр} = 1$ МГц і $\rho = 50$ Ом:

$$L = \frac{\rho}{2\pi f_{зр}} = \frac{50}{2\pi \cdot 10^6} = 7{,}958 \text{ мкГн},$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_{зр} \rho} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^6 \cdot 50} = 3{,}183 \text{ нФ}.$$

Отримана при даних параметрах АЧХ, як відношення на виході фільтра до напруги генератора, наведена на тому ж рис. 7.5.Зміна частоти вхідного сигналу в схемі проводиться за допомогою перебудованого за частотою генератора, що дозволяє отримати на екрані віртуального осцилографа АЧХ.

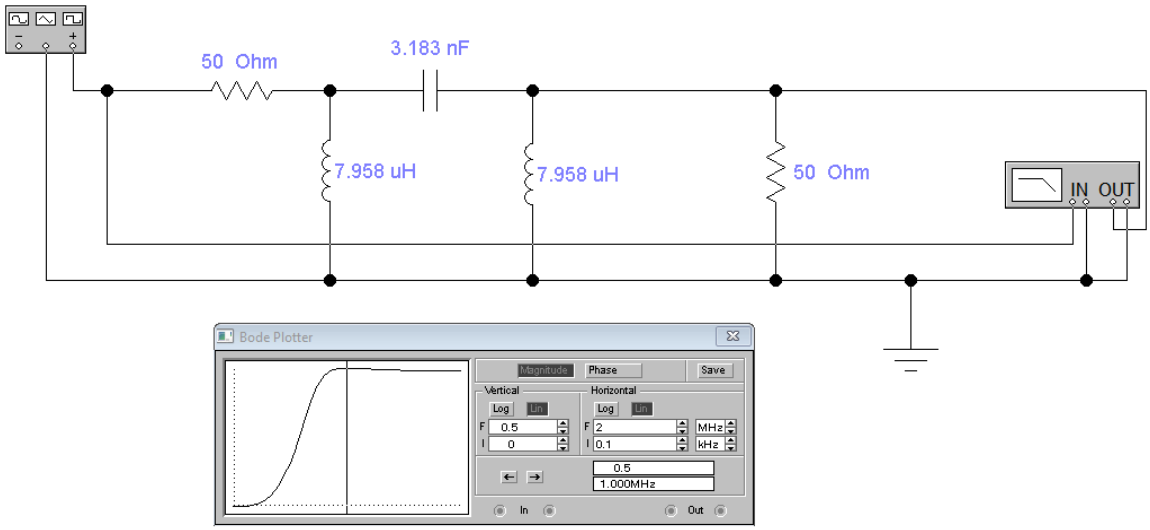


Рис. 7.5. Схема і АЧХ одноланкового фільтра верхніх частот.

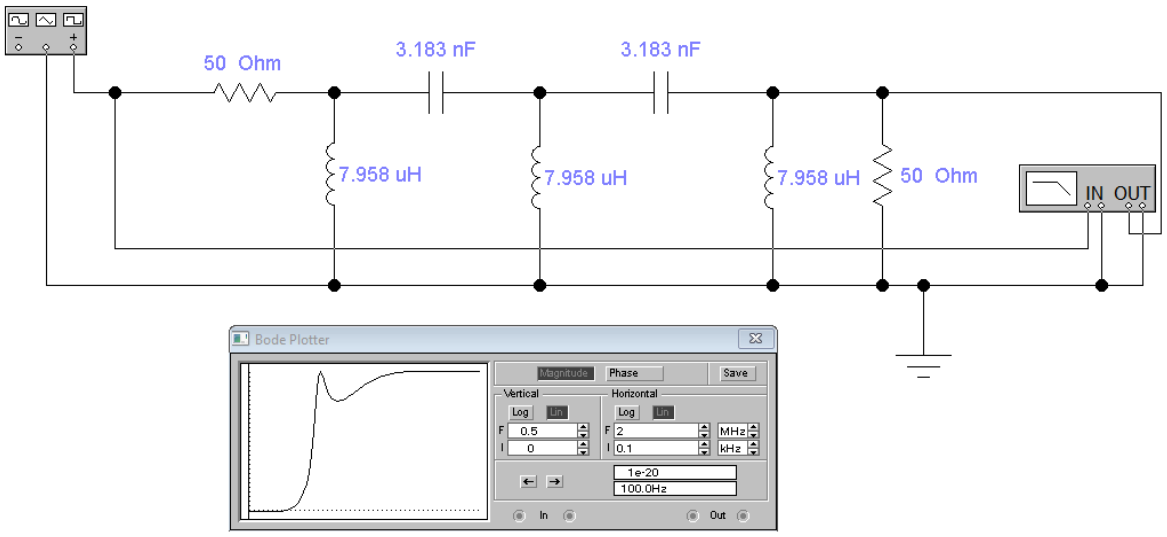


Рис. 7.6. Схема і АЧХ двохланкового фільтра верхніх частот.

Із порівняння рис. 7.5 і 7.6 слідує, що у випадку двохланкового фільтра, порівняно з одноланковим, вдається отримати характеристику з більш крутим фронтом.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Побудувати АЧХ одноланкового і двохланкового ФВЧ при параметрах, вказаних на схемах на рис. 7.5 і 7.6.

2. Змінити значення хвильового опору (наприклад, прийняти $\rho = 100$ Ом), розрахувати нові значення ємності C та індуктивності L, внести відповідні зміни в схему і побудувати нову АЧХ.

3. Визначити, як зміна значення ρ впливає на АЧХ.

4. Змінити значення частоти зрізу (наприклад, прийняти $f_{зр} = 30$ МГц), розрахувати нові значення ємності C та індуктивності L, внести відповідні зміни в схему і побудувати нову АЧХ.

4. Смуговий і режекторний фільтри

На рис. 7.7 наведені схема і АЧХ двохконтурного смугового фільтра. Параметри елементів фільтра розраховуються, виходячи з центральної частоти фільтра f_0. При $C = 1000$ пФ і $L = 0{,}1126$ мкГн:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}} = 15 \text{ МГц}.$$

Далі резонансні частоти контурів розсуваються, для чого ємність одного збільшується на 1-2%, другого – зменшується. Чим ширшою повинна бути отримана смуга пропускання фільтра, тим більшою є ця зміна ємності. У розглянутому прикладі зміна ємності контурів становить 10 пФ або 1 %.

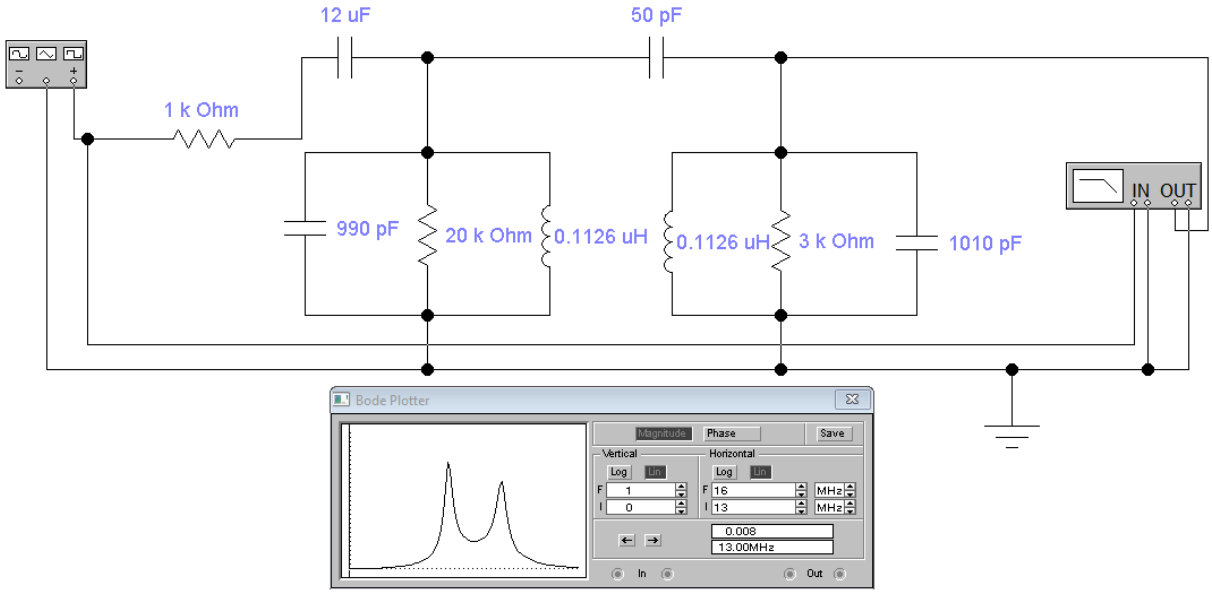


Рис. 7.7. Схема і АЧХ двохконтурного смугового фільтра.

Отримана при даних параметрах АЧХ, як відношення напруги на виході фільтра до напруги генератора, наведена на тому ж рис. 7.7. Зміна частоти вхідного сигналу в схемі проводиться за допомогою перебудованого за частотою генератора, що дозволяє отримати на екрані віртуального осцилографа АЧХ.

У результаті підбору елементів фільтра отримується двохгорбова АЧХ смугового фільтра.

На рис. 7.8 наведені схема і АЧХ трьохконтурного режекторного фільтра. Параметри елементів фільтра, як і в попередньому випадку, розраховуються виходячи з середньої частоти фільтра f_0. У даному випадку центральних частота f_0 = 15 МГц.

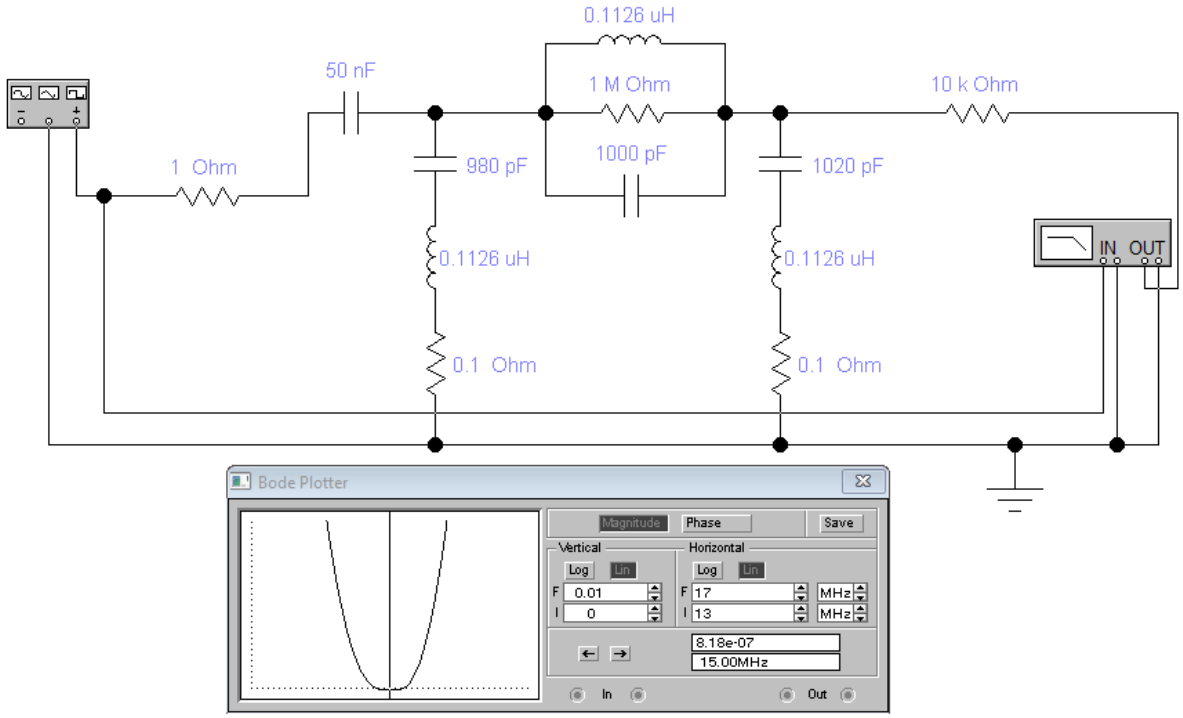


Рис. 7.8. Схема і АЧХ трьохконтурного режекторного фільтра.

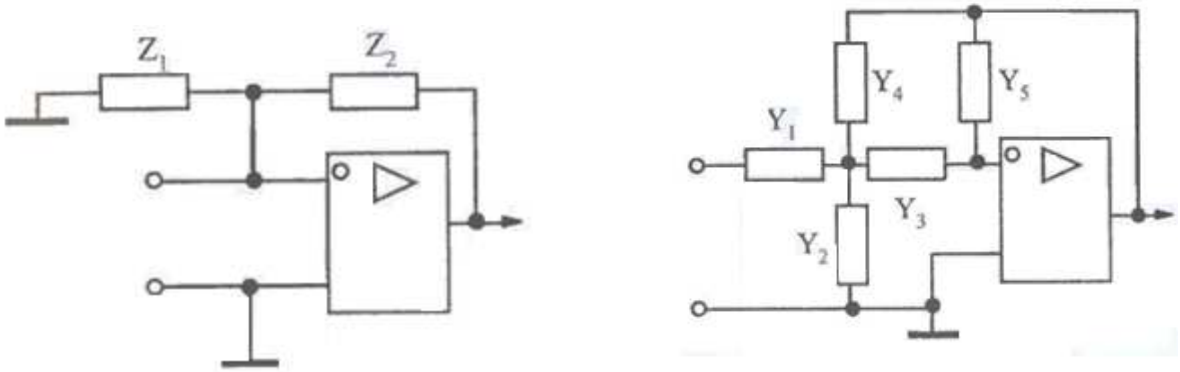
Далі резонансні частоти контурів послідовного типу розсуваються, для чого ємність одного збільшується на 1-2%, а другого зменшується. Чим ширшою повинна бути смуга пропускання фільтра, тим більшою є ця зміна ємності. У розглядуваному прикладі зміна ємності контурів становить 20 пФ або 2 %. Резонансна частота контуру паралельного типу залишається незмінною і рівною центральній частоті f_0. Отримана в результаті підбору елементів АЧХ режекторного фільтра показана на рис. 7.8.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Визначити елементи схеми і побудувати АЧХ смугового фільтра з центральною частотою 1 МГц. Шляхом підбору значень елементів схеми отримати одно- і двохгорбову АЧХ смугового фільтра.
2. Визначити, як ємність зв’язку між контурами впливає на АЧХ смугового фільтра.
3. Визначити елементи схеми і побудувати АЧХ режекторного фільтра з центральною частотою 1 МГц. Шляхом підбору значень елементів схеми отримати АЧХ фільтра по можливості з більш крутими фронтами.

5. Активні фільтри

Активними називаються фільтри, до складу яких входять кола з електронними приладами, в тому числі операційні підсилювачі (ОП), а необхідна АЧХ формується за рахунок кола від'ємного зворотного зв'язку. При замиканні на землю неінвертуючого входу і включенні в коло від'ємного зворотнього зв'язку по інвертуючому входу опорів згідно до схеми на рис. 7.9, а ОП є активним фільтром 1-го порядку, а при схемі на рис. 7.9, б – активним фільтром 2-го порядку. Комбінуючи включення різних елементів в колі зворотного зв'язку ОП, можна формувати різноманітні АЧХ активного фільтра.



а) б)

Рис. 7.9. Активні фільтри 1-го (а) і 2-го (б) порядків.

Активний фільтр нижніх частот. Комплексний коефіцієнт активного фільтра 1-го порядку (рис. 7.9, а) визначається виразом:

$$K(j\omega) = -\frac{Z_2}{Z_1}. \tag{7.4}$$

За наявності кола від'ємного зворотного зв'язку, показаного на рис. 7.10, згідно (7.4) для комплексного коефіцієнта передачі отримаємо:

$$K(j\omega) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{X_C R_2 / (X_C + R_2)}{R_1} = -\frac{R_2 / R_1}{1 + j\omega R_2 C_2}. \tag{7.5}$$

Із рівності (7.5) для модуля коефіцієнта передачі маємо:

$$\left|K(j\omega)\right| = \frac{R_2 / R_1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}, \tag{7.6}$$

де $T = R_2 C_2$ – постійна часу фільтра.

Згідно (7.6) схема, наведена на рис. 7.10, є фільтром нижніх частот. При параметрах елементів, наведених на рис. 7.10, постійна часу фільтра T = 0,01 с і, отже, частота зрізу, при якій $\omega T = 1$, становить $f_{зр}$ = 15,9 Гц.

АЧХ фільтра, отримана за допомогою приладів, наведених на схемі рис. 7.10, показана на тому ж рисунку.

Активний фільтр верхніх частот. У випадку кола від'ємного зворотного зв'язку, показаного на рис. 7.11, згідно (7.4) для комплексного коефіцієнта передачі отримаємо:

$$K(j\omega) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{X_C + R_1} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1}. \qquad (7.7)$$

Із (7.7) для модуля коефіцієнта передачі маємо:

$$\left|K(j\omega)\right| = \frac{R_2}{R_1}\frac{\omega T}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}, \qquad (7.8)$$

де $T = R_1 C_1$ – постійна часу фільтра.

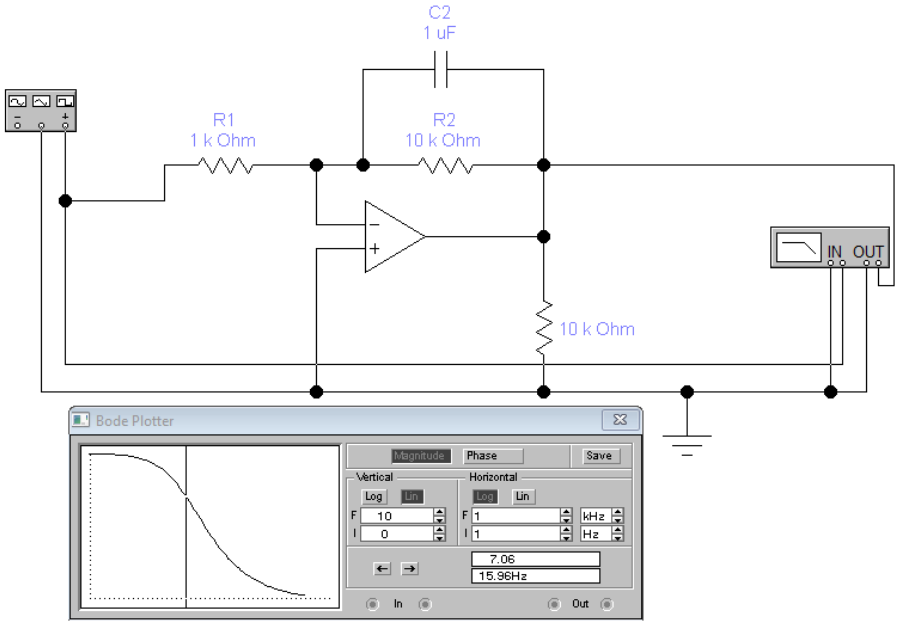


Рис. 7.10. Схема і АЧХ активного ФНЧ.

Згідно (7.8) схема, наведена на рис. 7.11, є фільтром верхніх частот. При параметрах елементів, наведених на рис. 7.11, постійна часу фільтра $T = 0{,}001$ с і, отже, частота зрізу, при якій $\omega T = 1$, становить $f_{зр} = 159$ Гц.

АЧХ фільтра, отримана за допомогою приладів, наведених на схемі рис. 7.11, показана на тому ж рисунку.

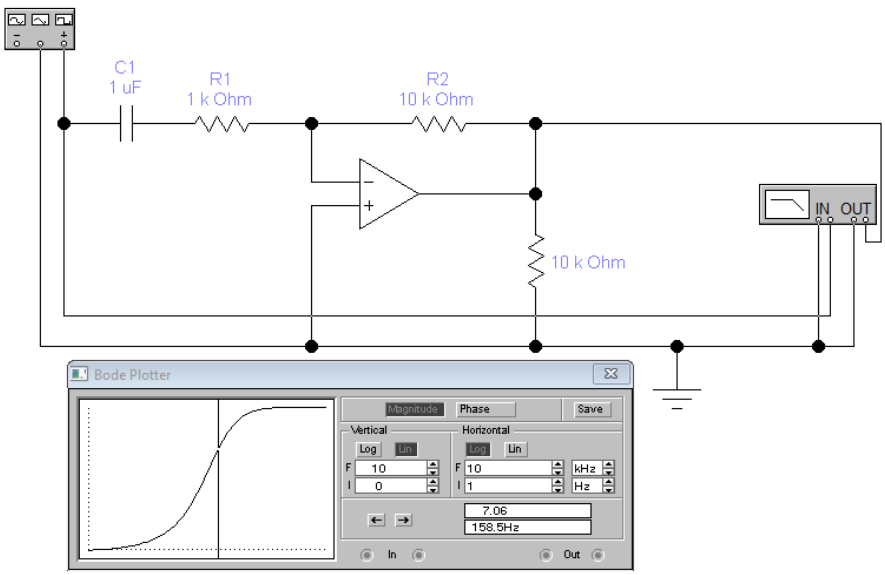


Рис. 7.11. Схема і АЧХ активного ФВЧ.

Смуговий фільтр активного типу. Комплексний коефіцієнт активного фільтра 2-го порядку (рис. 7.9, б) визначається виразом:

$$K(j\omega) = -\frac{Y_1 Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)Y_5 + Y_3 Y_4}. \qquad (7.9)$$

У випадку кола від'ємного зворотного зв'язку, показаного на рис. 7.12, провідності рівні:

$$Y_1 = g_1 = \frac{1}{R_1}, Y_2 = g_2 = \frac{1}{R_2}, Y_3 = j\omega C_3, Y_4 = j\omega C_4, Y_5 = g_5 = \frac{1}{R_5}.$$

При даних величинах для модуля комплексного коефіцієнта передачі із (7.9) отримаємо:

$$|K(j\omega)| = \frac{\omega C_3 g_1}{\sqrt{\left[(g_1 + g_2)g_5 - \omega^2 C_3 C_4\right]^2 + \left[\omega(C_3 + C_4)g_5\right]^2}}. \qquad (7.10)$$

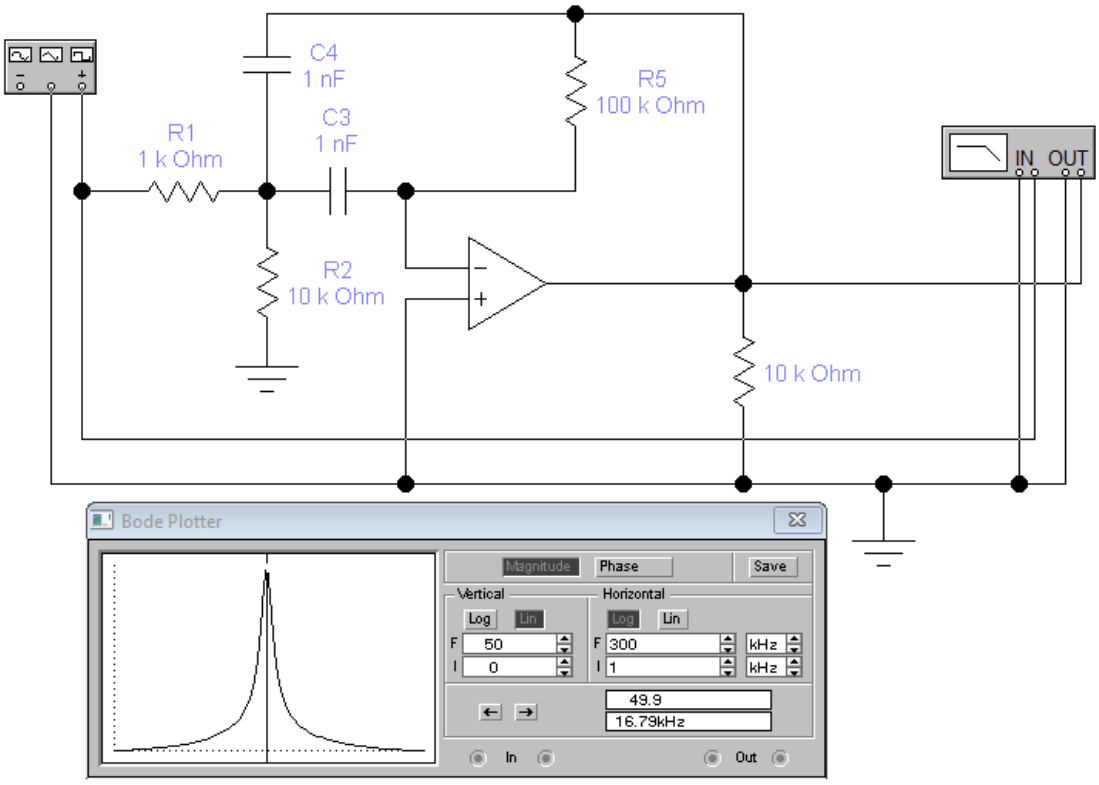


Рис. 7.12. Схема і АЧХ активного фільтра 2-го порядку.

Згідно (7.10) схема, наведена на рис. 7.12, є смуговим фільтром. Частота, при якій знаменник виразу (7.10) набуває мінімального значення, відповідає центральній частоті смугового фільтра активного типу.

АЧХ смугового фільтра, отримана за допомогою приладів, наведених на схемі рис. 7.12, показана на тому ж рисунку. При параметрах елементів, наведених на рис. 7.12, центральна частота смугового фільтра становить 16,79 кГц.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Визначте параметри активного ФНЧ (рис. 7.10) з частотою зрізу 1 кГц. Побудуйте за аналогією з рис. 7.10 АЧХ фільтра.

2. Визначте параметри активного ФВЧ (рис. 7.11) з частотою зрізу 10 кГц. Побудуйте за аналогією з рис. 7.11 АЧХ фільтра.

3. Підберіть параметри елементів смугового фільтра активного типу (рис. 7.12) з центральною частотою, близькою до 100 кГц.

Контрольні запитання

1. Які функції виконують фільтри в радіотехнічних колах?
2. Назвіть основні характеристики фільтра.
3. Чому рівний коефіцієнт передачі і коефіцієнт затухання фільтра?
4. Перерахуйте основні типи фільтрів.
5. Як виглядає характеристика згасання ФНЧ, ФВЧ, смугового і режекторного фільтрів?

Лабораторна робота №8

Дослідження роботи автогенераторів

Мета роботи:

1. Дослідити роботу автогенераторів в середовищі моделювання електричних схем Electronics Workbench або Multisim.

Теоретичні відомості

1. Основні визначення

Автогенератором називається пристрій, призначений для генерації високочастотних чи надвисокочастотних коливань. Узагальнена структурна схема, в якій відбуваються перетворення енергії джерела постійного струму в енергію високочастотних коливань, наведена на рис. 8.1.

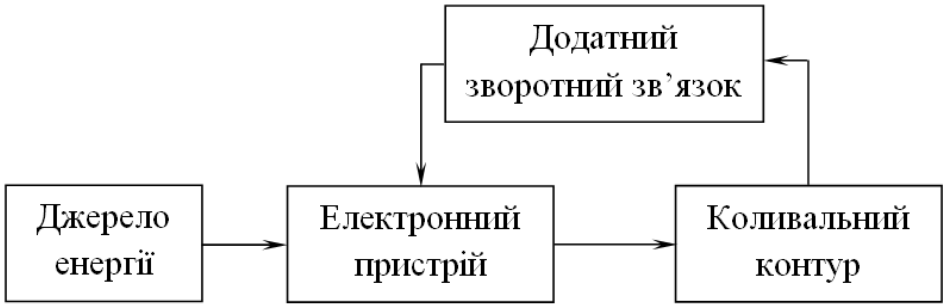


Рис. 8.1. Структурна схема автогенератора.

У схемі на рис. 8.1. з допомогою кола додатного зворотного зв'язку частина потужності сигналу з коливального контуру поступає на вхід електричного пристрою і після підсилення знову повертається в контур. При цьому повинні виконуватися дві умови. По-перше, кількість додаткової енергії, яка поступає в контур, повинна бути рівною енергії, яка втрачається в ньому за рахунок його активного опору втратам. По-друге, додаткові коливання повинні співпадати за фазою з основними коливаннями. Приклад схеми транзисторного автогенератора, яким відповідає вказаним умовам, наведено на рис. 8.2.

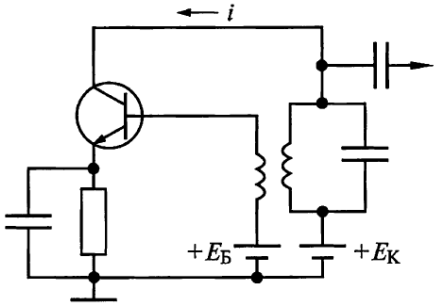


Рис. 8.2. Схема транзисторного автогенератора.

Аналіз роботи автогенератора можна здійснити на основі методі гармонічної лінеаризації, який дає можливість отримати наступне рівняння в комплексній формі за першою гармонікою сигналу:

$$\overset{*}{S}_y \overset{*}{Z}_e \overset{*}{K} = 1, \qquad (8.1)$$

де S_y – крутизна характеристики електронного пристрою за першою гармонікою сигналу, Z_e – еквівалентний опір контуру на частоті першої гармоніки, K – комплексний коефіцієнт зворотного зв'язку.

Крутизна $S_y = I_1/U_y = I_m\alpha_1/U_y$, де I_1 – амплітуда першої гармоніки струму, U_y – амплітуда напруги на вході пристрою.

Рівняння (8.1) розпадається на рівняння для добутку модулів і суми фаз, які називаються відповідно рівняннями балансу амплітуд і фаз:

$$S_y Z_e K = 1, \tag{8.2}$$

$$\varphi_y + \varphi_e + \varphi_к = 2\pi n\,. \tag{8.3}$$

Рівняння балансу амплітуд (8.2) вказує на необхідність такого поповнення енергії в контурі за рахунок кола зворотного зв'язку, яке б покривало втрати в ньому. Рівняння балансу фаз (8.3) визначає необхідність виконання наступної умови: додаткові коливання, які водяться в контур, повинні співпадати за фазою з тими, що вже існують.

Кількість додаткової енергії можна регулювати за рахунок модуля коефіцієнта зворотного зв'язку K, а фазування – за рахунок його фази. Оскільки електронний пристрій повертає фазу сигналу на величину, близьку до π, то згідно (8.3) на таку ж величину повинен відбуватися поворот фази сигналу і за рахунок кола зворотного зв'язку.

При $t = 0$ за рахунок малості амплітуди коливань крутизна $S_y = S_0$ – статичній крутизні характеристики електронного пристрою. При цьому повинна бути виконана умова самозбудження автогенератора:

$$S_y Z_e K > 1. \tag{8.4}$$

Після увімкнення автогенератора амплітуда автоколивань, які виникають в ньому, зростає, намагаючись досягти встановленого значення. Типовий графік встановлення автоколивань наведений на рис. 8.3.

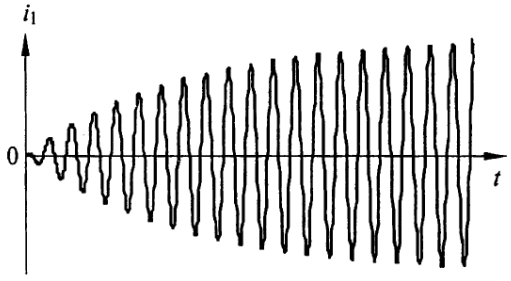


Рис. 8.3. Графік встановлення автоколивань.

Найбільш поширеною є трьохточкова схема автогенератора, представлена в двох варіантах на рис. 8.4, а, б. Перша із схем називається ємнісною. У даній схемі модуль коефіцієнта зворотного зв'язку $K = C_1/C_2$. Друга схема отримала назву індуктивної; в ній модуль $K = L_2/L_1$. Обидві схеми можуть розглядатися і як еквівалентні по відношенню до двохконтурної (рис. 8.4 в) чи інших схем автогенератора.

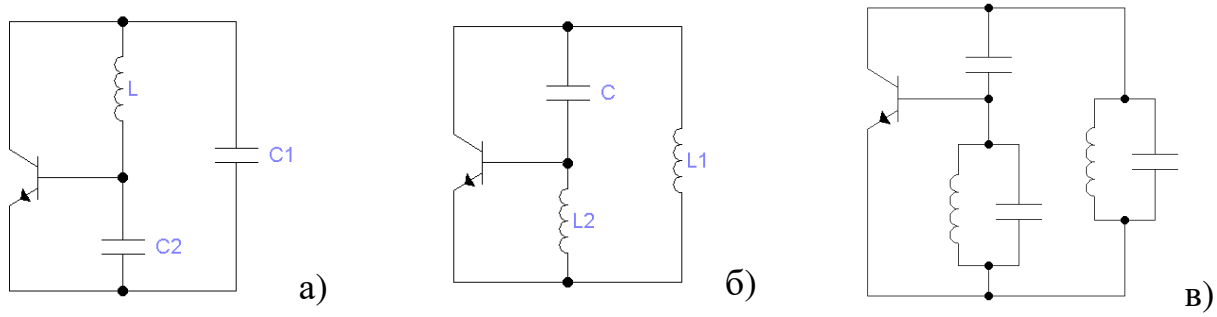


Рис. 8.4. Схеми автогенераторів: ємнісна (а), індуктивна (б), двохконтурна (в).

Особливу групу становлять кварцові автогенератори, в яких висока точність і стабільність частоти генерованих коливань забезпечується за рахунок кварцового резонатора.

Проведено аналіз деяких типів схем автогенераторів за допомогою пакету програм Electronics Workbench (або Multisim).

2. Автогенератор з параметричною стабілізацією

Схеми автогенераторів з параметричною стабілізацією частоти називаються також без кварцовими. Перша така схема автогенератора – трьохточкова з ємність зв'язком – наведена на рис. 8.5.

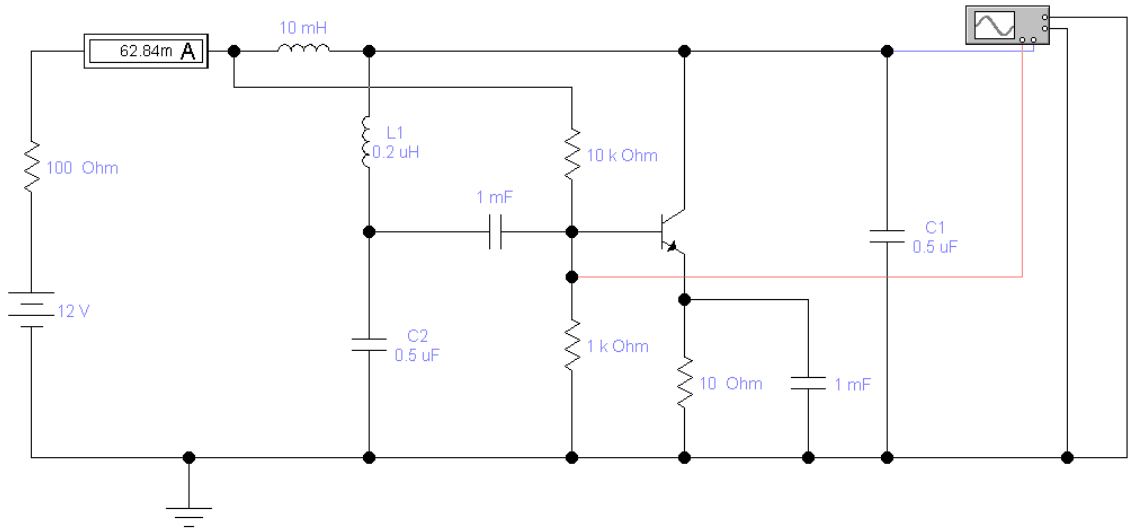


Рис. 8.5. Трьохточкова схема автогенератора з ємність зв'язком.

Контроль за роботою схеми здійснюється з допомогою амперметра постійного струму і двохпроменевого осцилографа. Коефіцієнт зворотного зв'язку автогенератора дорівнює частота коливань $K = C_1/C_2 = 1$, частота автоколивань:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1 C_2 / (C_1 + C_2)}} = 712 \text{ кГц}.$$

Осцилограми, зняті в двох точках автогенератора, наведені на рис. 8.6. Із осцилограм слідує, що коливання на базі і колекторі транзистора знаходяться в протифазі.

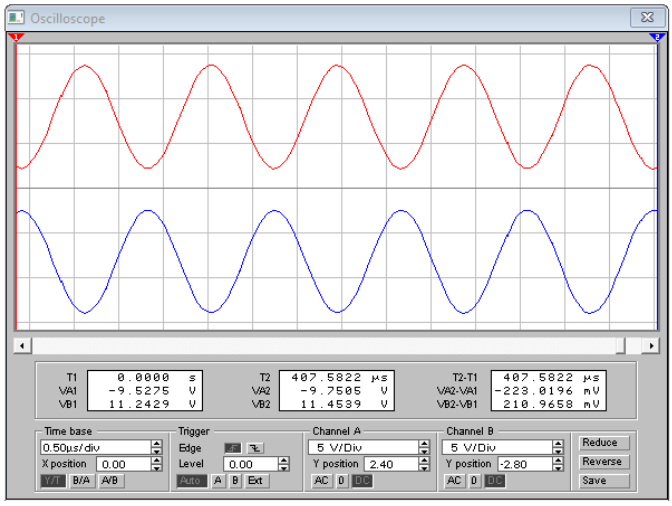


Рис. 8.6. Осцилограми автогенератора з ємність зв'язком.

За допомогою осцилограм визначимо частоту генерованих коливань. При ціні однієї поділки 0,5 мкс тривалість періоду коливань складе:

$$T = 0{,}5 \cdot 2{,}8 = 1{,}4 \text{ мкс},$$

що відповідає частоті

$$f = 1/T = 714 \text{ кГц}.$$

Даний результат співпадає з отриманим вище значенням частоти автоколивань, обчисленим за формулою.

Інша схема автогенератора – двохконтактного типу – наведена на рис. 8.7.

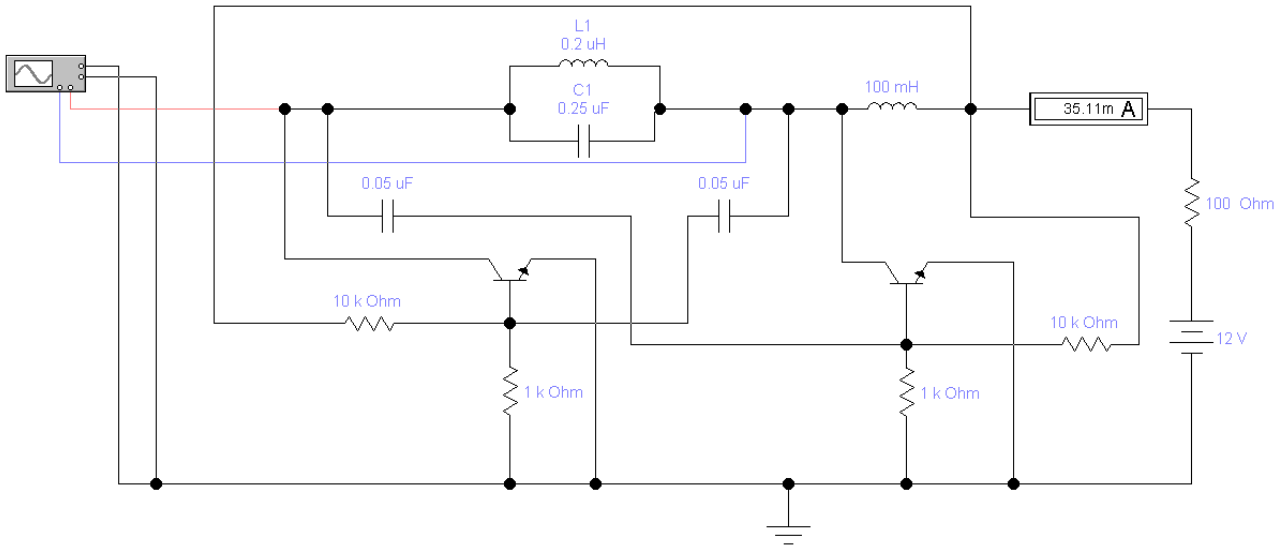


Рис. 8.7. Схема автогенератора двохконтактного типу.

У схемі на рис. 8.7 є два кола зворотного зв'язку за рахунок з'єднання колектора одного транзистора з базою іншого, що і створює умови для самозбудження. Значення коефіцієнта зворотного зв'язку визначається величиною ємності, яка з'єднує колектор з базою. Частота автоколивань в схемі близька до резонансної частоти контуру, увімкненого між колекторами. Як і в попередньому випадку, значення цієї частоти рівно 712 кГц, що підтверджується осцилограмами, наведеними на рис. 8.8. Напруги на колекторах транзисторів знаходяться у протифазі.

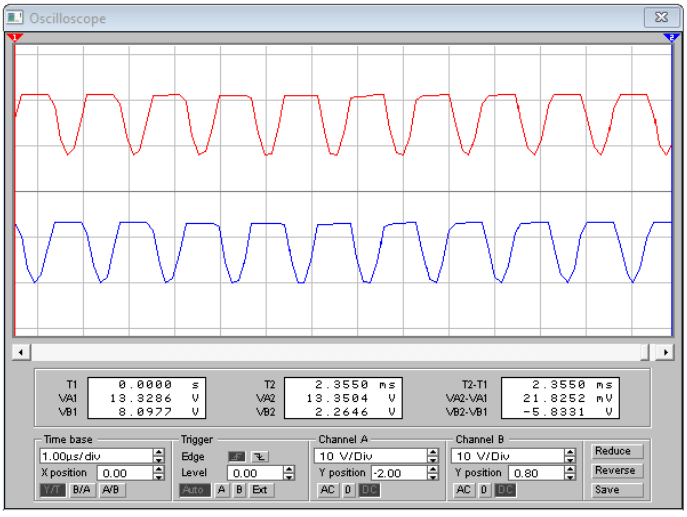


Рис. 8.8. Осцилограми автогенератора двохконтактного типу.

Третя схема автогенератора з трансформатором зв'язком наведена на рис. 8.9, а отримані в схемі осцилограми на рис.8.10. Первинна обмотка високочастотна трансформатора Т1 індуктивності 0,2 мГн і ємністю 0,25 мкФ складає коливальний контур, який увімкнений в колекторне коло транзистора і визначає частоту автоколивань. Вторинна обмотка трансформатора Т1 увімкнена в коло бази транзистора. Увімкнення обмоток трансформатора здійснюється таким чином, що напруга база-емітер (верхня осцилограма на рис. 8.10) по відношенню до напруги колектор-емітер (нижня осцилограма на рис. 8.10) зсунуті за фазою на 180°.

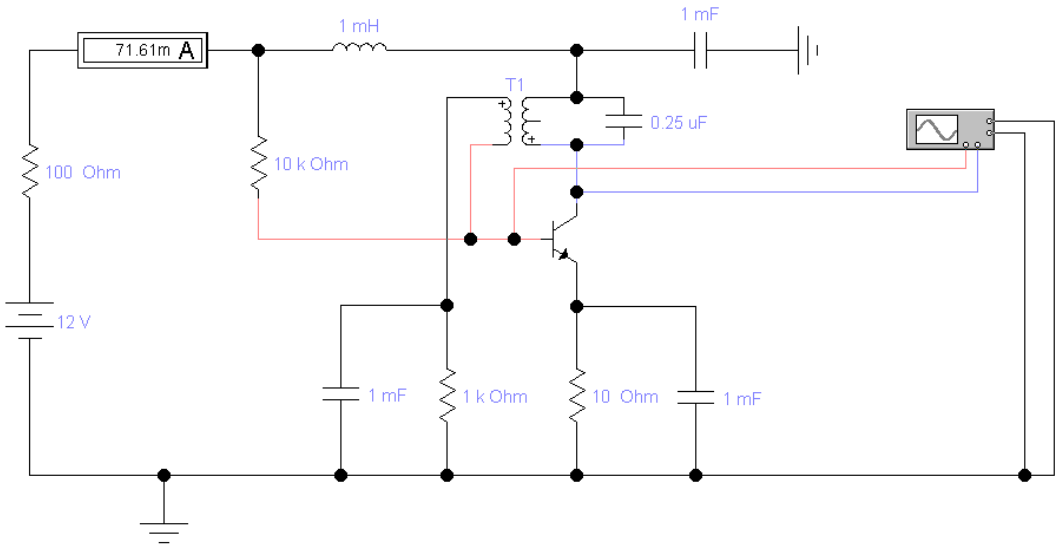


Рис. 8.9. Схема автогенератора з трансформатором зв'язком.

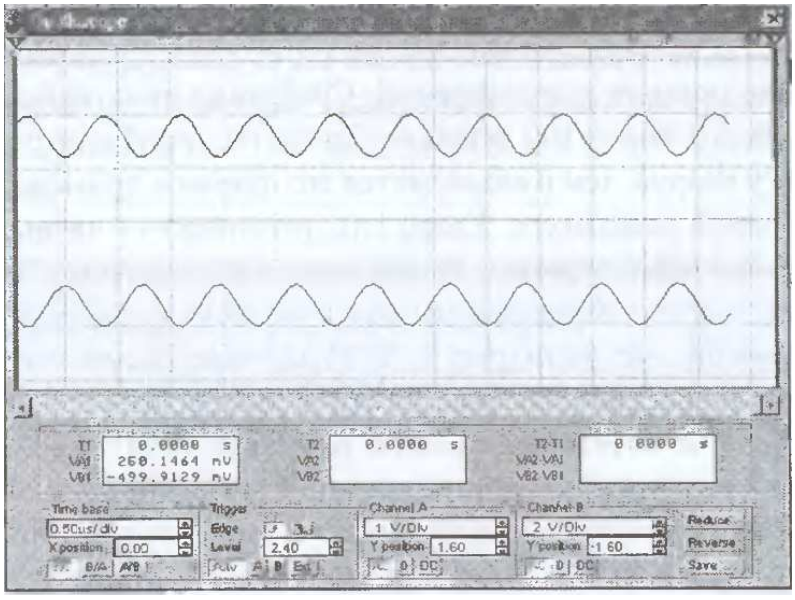


Рис. 8.10. Осцилограми автогенератора з трансформатором зв'язком.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Розрахуйте параметри трьохточкової схеми автогенератора (рис. 8.5) для отримання частоти автоколивань 5 МГц. Побудуйте осцилограми за аналогією з рис. 8.6.

2. Розрахуйте параметри двохтактної схеми автогенератора (рис. 8.7) для отримання частоти автоколивань 10 МГц. Побудуйте осцилограми за аналогією з рис. 8.8.

3. Розрахуйте параметри схеми автогенератора з трансформаторним зв'язком (рис. 8.9) для отримання частоти автоколивань 2 МГц. Побудуйте осцилограми за аналогією з рис. 8.10.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення автогенератора. Які складові містить структурна схема автогенератора?
2. Як виглядає електрична схема транзисторного автогенератора?
3. Запишіть основне рівняння автогенератора.
4. Запишіть рівняння балансу амплітуд і фаз автогенератора та їх фізичний зміст.
5. Як виглядає умова самозбудження автогенератора?
6. Назвіть основні схеми автогенераторів.

Лабораторна робота №9

Дослідження процесів модуляції аналогових та імпульсних сигналів

Мета роботи:

1. Дослідити процеси модуляції в середовищі Mathcad.
2. Вивчити роботу радіотехнічних кіл для модуляції сигналів з допомогою пакету програм Electronics Workbench або Multisim.

Теоретичні відомості

1. Основні визначення

Модуляцією називається процес керування одним або кількома параметрами коливань високої частоти відповідно до закону зміни повідомлення, яке передають. При модуляції відбувається процес накладання одного коливання (повідомлення, яке передають) на інше коливання, яке називають несучим. Частота несучих коливань повинна бути на один або більше порядків вищою за частоту сигналу, який модулюють.

Класифікація методів модуляції можлива за трьома ознаками:

1. Залежно від керованого параметру високочастотного сигналу: амплітудна (АМ), частотна (ЧМ) і фазова (ФМ).
2. Залежно від числа ступенів модуляції: одно-, двох-, трьохступенева.
3. Залежно від виду передаваного повідомлення – аналогового, цифрового чи імпульсного – неперервна, зі стрибкоподібною зміною керованого параметра (таку модуляцію називають маніпуляцією або телеграфним режимом).

Опис модульованих сигналів можливий за допомогою як і часового, так і спектральних методів.

При амплітудній модуляції (АМ) за законом модулюючого сигналу змінюється амплітуда несучих коливань, при частотній модуляції (ЧМ) – миттєва частота, при фазовій (ФМ) – фаза.

Промодульований високочастотний сигнал характеризується наступними основними параметрами: фактором модуляції, шириною спектру, базою сигналу, рівнем внесених спотворень.

При АМ фактором модуляції є коефіцієнт амплітудною модуляції m.

При ЧМ фактором модуляції є максимальне відхилення миттєвої частоти сигналу від частоти несучих коливань, яке називають девіацією частоти $\Delta\omega_д$.

При ФМ фактором модуляції є максимальне відхилення фази несучих коливань, яке називають девіацією фази $\Delta\varphi_д$.

Ширина спектру модульованого високочастотного сигналу $\Delta f_{сп}$ залежить як від спектру повідомлення, яке передають, так і від виду модуляції. Параметром, що характеризує в цілому модульований сигнал, який дозволяє порівнювати різні види модуляції, є база сигналу, яка рівна добутку:

$$B = T\Delta f_{сп}, \qquad (9.1)$$

де T – тривалість елемента сигналу.

При передачі аналогових повідомлень верхня частота його спектра F пов'язана з параметром T, рівним часу інтервалу відліку, співвідношенням $T = \frac{1}{2F}$ і тому рівність (9.1) набуде вигляду:

$$B = \frac{\Delta f_{сп}}{2F}. \qquad (9.2)$$

При передачі цифрової інформації двійковим кодом, який складається з 1 і 0, зі швидкістю V, рівною кількості бітів, які передають за 1 секунду, величина T трактується як тривалість біту $T = \frac{1}{V}$ і тому (9.1) приймає вигляд:

$$B = \frac{\Delta f_{сп}}{V}. \qquad (9.3)$$

При $B = 1$ високочастотний модульований сигнал називають вузькосмуговим, при $B > 3\ldots4$ – широкосмуговим. У відповідності з цим визначенням в залежності від виду сигналу, який використовується, радіотехнічна система в цілому називається вузько- або широкосмуговою.

При амплітудній модуляції сигнал завжди є вузькосмуговим; при частотній та фазовій в залежності від девіації частоти або фази – вузько- або широкосмуговим. Вид модуляції і значення параметру B здійснює значний вплив на завадостійкість радіотехнічної системи і отримання потрібного співвідношення сигнал-шум в радіоприймачі.

2. Амплітудна модуляція

Амплітудна модуляція аналогових повідомлень. При амплітудній модуляції у відповідності із законом повідомлення, яке передають, міняється амплітуда модульованого сигналу.

Приймемо в якості тестового аналогового повідомлення синусоїдальний сигнал:

$$u_м(t) = U_м \sin \Omega t\,. \qquad (9.4)$$

Несуче, тобто модульоване коливання, має вигляд:

$$u(t) = U_0 \sin \omega_0 t\,, \qquad (9.5)$$

де частота несучих коливань $\omega_0 >> \Omega$ – частоти модульованого коливання.

У результаті дії коливання (9.4) на амплітуду несучих коливань (9.5) отримуємо сигнал з амплітудною модуляцією:

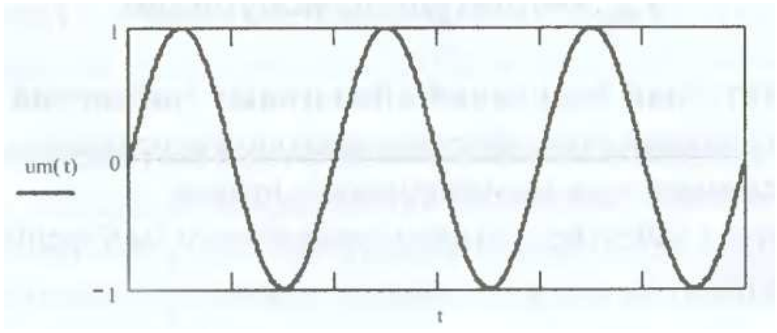
$$u(t) = U_0 \left(1 + m \sin \Omega t\right) \sin \omega_0 t\,, \qquad (9.6)$$

де $m = \frac{U_м}{U_0} \le 1$ – коефіцієнт амплітудної модуляції.

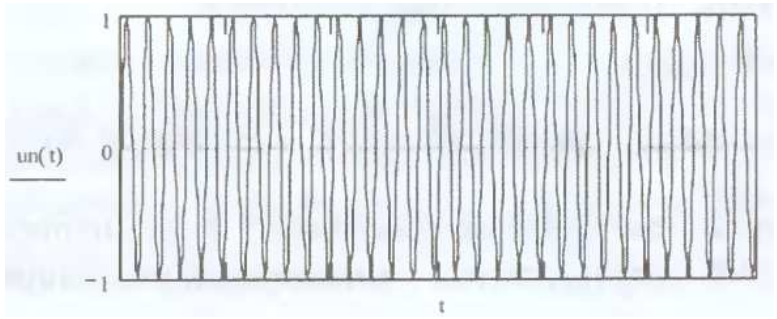
Графіки трьох названих коливань наведені на рис. 9.1, а, б, в.

Вираз (9.6) перетворимо до вигляду:

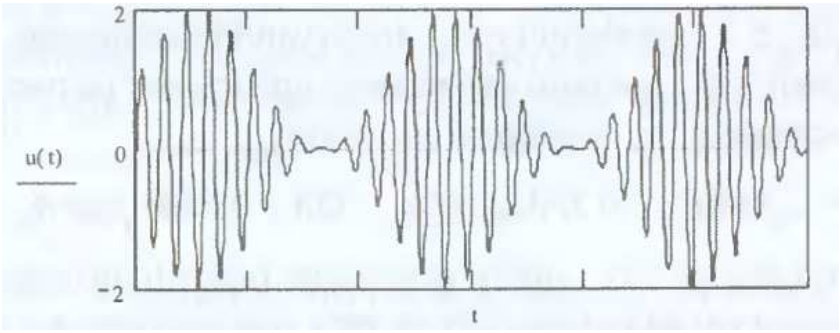
$$u(t) = U_0 \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} m U_0 \cos\left(\omega_0 - \Omega\right) t + \frac{1}{2} m U_0 \cos\left(\omega_0 + \Omega\right) t\,, \qquad (9.7)$$



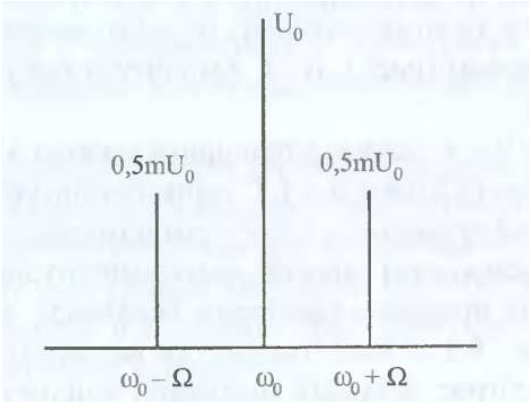
а)



б)



в)



г)

Рис. 9.1. Графіки коливань несучого (а), модулюючого (б), модульованого (в) коливань та спектр коливання (г).

з якого випливає, що спектр коливань при амплітудній модуляції тональним сигналом складається з трьох складових з частотами: ω_0 (співпадає з несучою частотою, $\omega_0 - \Omega$ (нижня бічна), $\omega_0 + \Omega$ (верхня бічна) (рис. 9.1, г). Амплітуда бічної складової $U_{бс} = \frac{1}{2} m U_0$.

Із рис. 9.1, г слідує, що ширина спектру АМ коливань $\Delta f_{cn} = 2F$ і відповідно до (9.2) база $B = 1$. Таким чином, сигнал при амплітудній модуляції відноситься до класу вузькосмугових.

Проведемо аналіз типової схеми амплітудної модуляції з допомогою пакету програм Electronics Workbench (чи Multisim). Як слідує із розгляду рис. 9.2, до бази високочастотного транзистора підводиться сигнал несучих коливань з амплітудою 1 В і частотою 200 кГц, а до колектора – постійна напруга в 20 В і з допомогою низькочастотного трансформатора модулюючий сигнал амплітудою 17 В і частотою 10 кГц.

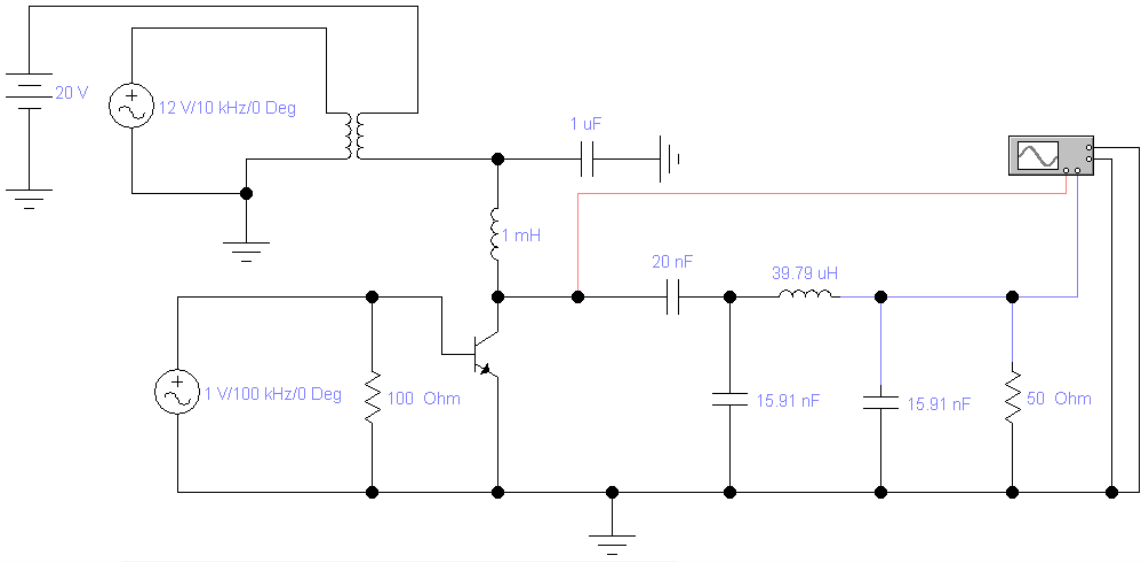


Рис. 9.2. Схема для дослідження амплітудної модуляції аналогового сигналу.

На нижній осцилограмі рис. 9.3 показана напруга на колекторі транзистора, яка змінюється в процесі модуляції від 0 до пікового значення в 40 В, а на верхній – промодульований високочастотний сигнал на виході генератора (постійна складова напруги у цьому сигналі відсутня).

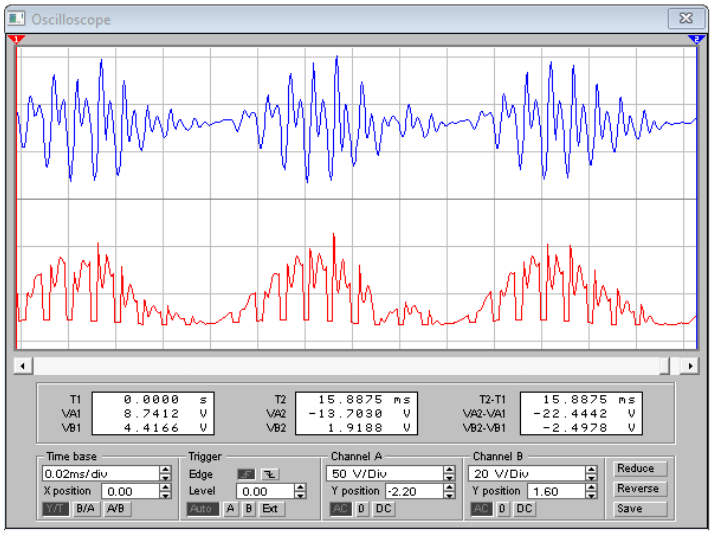


Рис. 9.3. Спектри сигналу при амплітудній модуляції.

Амплітудна модуляція цифрових повідомлень. Така модуляція може здійснюватися за допомогою електронного ключа. Як останній може, наприклад, використовуватися операційний підсилювач, на один вхід якого подається сигнал несучих коливань, а на інший – цифровий (рис. 9.4).

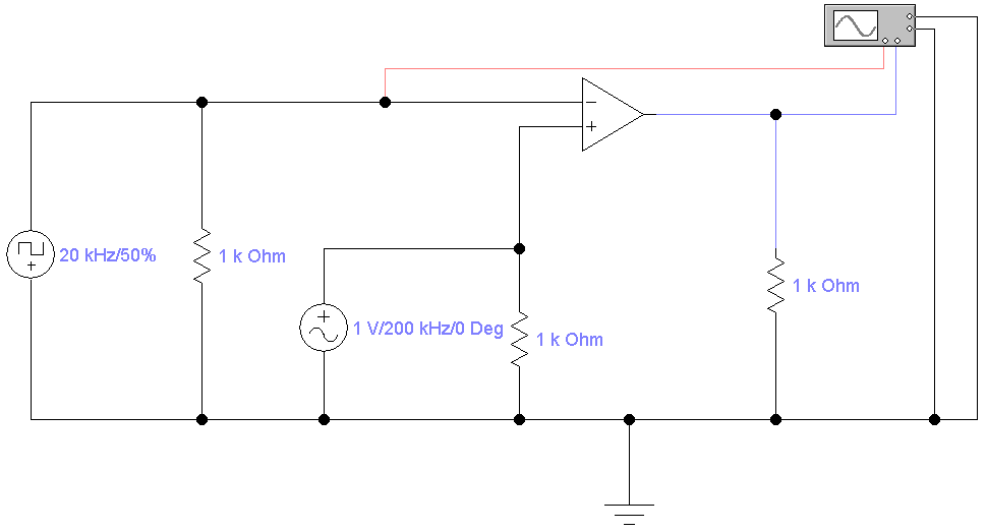


Рис. 9.4. Схема для дослідження амплітудної модуляції цифрових сигналів.

У результаті на виході схеми буде отримано сигнал, промодульований за амплітудою цифровим двійковим сигналом, який складається з 0 і 1. Осцилограми цих сигналів наведені на рис. 9.5 (зверху цифровий сигнал модуляції, знизу – несуча після модуляції).

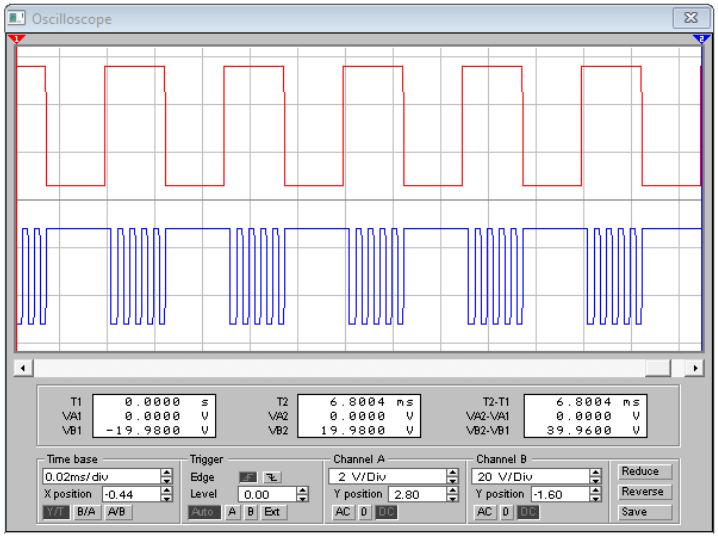


Рис. 9.5. Спектри сигналу при амплітудній модуляції цифрових повідомлень.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Змініть в схемі на рис. 9.2 амплітуду і частоту сигналів модуляції і несучої та встановіть їх вплив на осцилограми на рис. 9.3.
2. Змініть в схемі на рис. 9.4 амплітуду і частоту сигналів модуляції і несучої та встановіть їх вплив на осцилограми на рис. 9.5.

3. Частотна і фазова модуляції

Оскільки миттєва частота $\omega(t)$ з фазою $\theta(t)$ сигналу пов'язана з співвідношенням:

$$\theta(t) = \int_0^t \omega(t)dt\,, \tag{9.8}$$

то частотна і фазова модуляція взаємозалежні, їх об'єднують навіть одною назвою – кутова модуляція.

При частотній модуляції (ЧМ) миттєва частота сигналу змінюється за законом модульованого сигналу, при фазовій (ФМ) – фаза. Тому при модуляції тестовим синусоїдальним сигналом частотою Ω:

$$u_м(t) = U_м \sin \Omega t\,, \tag{9.9}$$

при ЧМ і ФМ, відповідно отримаємо:

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega_д \cos \Omega t\,, \tag{9.10}$$

де $\Delta\omega_д = kU_м$ – девіація частоти,

$$\theta(t) = \omega_0 t + \Delta\varphi_д \cos \Omega t + \theta_0\,, \tag{9.11}$$

де $\Delta\varphi_д = kU_м$ – девіація фази.

Високочастотне несуче коливання матиме вигляд:

$$u(t) = U_0 \cos\theta(t) = U_0 \cos\int_0^t \omega(t)dt\,, \tag{9.12}$$

При частотній модуляції тональним сигналом (9.9) несуче коливання (9.12) прийме вигляд:

$$u(t) = U_0 \cos\left(\omega_0 t + k\int_0^t U_м \cos\Omega t dt\right) = U_0 \cos\left(\omega_0 t + m_ч \sin\Omega t\right), \tag{9.13}$$

де $m_ч = \dfrac{\Delta\omega_д}{\Omega}$ – індекс частотної модуляції.

Графіки модуюючого сигналу (9.9), несучих коливань (9.12) та коливання з частотною модуляцією (9.13) приведені на рис. 9.6.

При фазовій модуляції тональним сигналом (9.9) з урахуванням (9.11) несуче коливання (9.12) прийме вигляд:

$$u(t) = U_0 \cos\left(\omega_0 t + \Delta\varphi_д \cos\Omega t + \theta_0\right), \tag{9.14}$$

де $\Delta\varphi_д$ – девіація фази, або індекс фазової модуляції.

З останніх двох формул стає зрозуміло, що при частоті модульованого сигналу $\Omega = \text{const}$ частотну модуляцію від фазової неможливо відрізнити. Їх відмінність можна знайти тільки при зміні частоти Ω. При ЧМ згідно (9.13) девіація частоти $\Delta\omega_д = \text{const}$ при зміні частоти Ω, а девіація фази сигналу змінюється за законом $\Delta\varphi_д = \dfrac{\Delta\omega_д}{\Omega}$.

При ФМ згідно (9.14) амплітуда коливань фази сигналу $\Delta\varphi_д = \text{const}$, а миттєва частота сигналу змінюється за законом:

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 - \Delta\varphi_д \Omega \sin\Omega t\,. \tag{9.15}$$

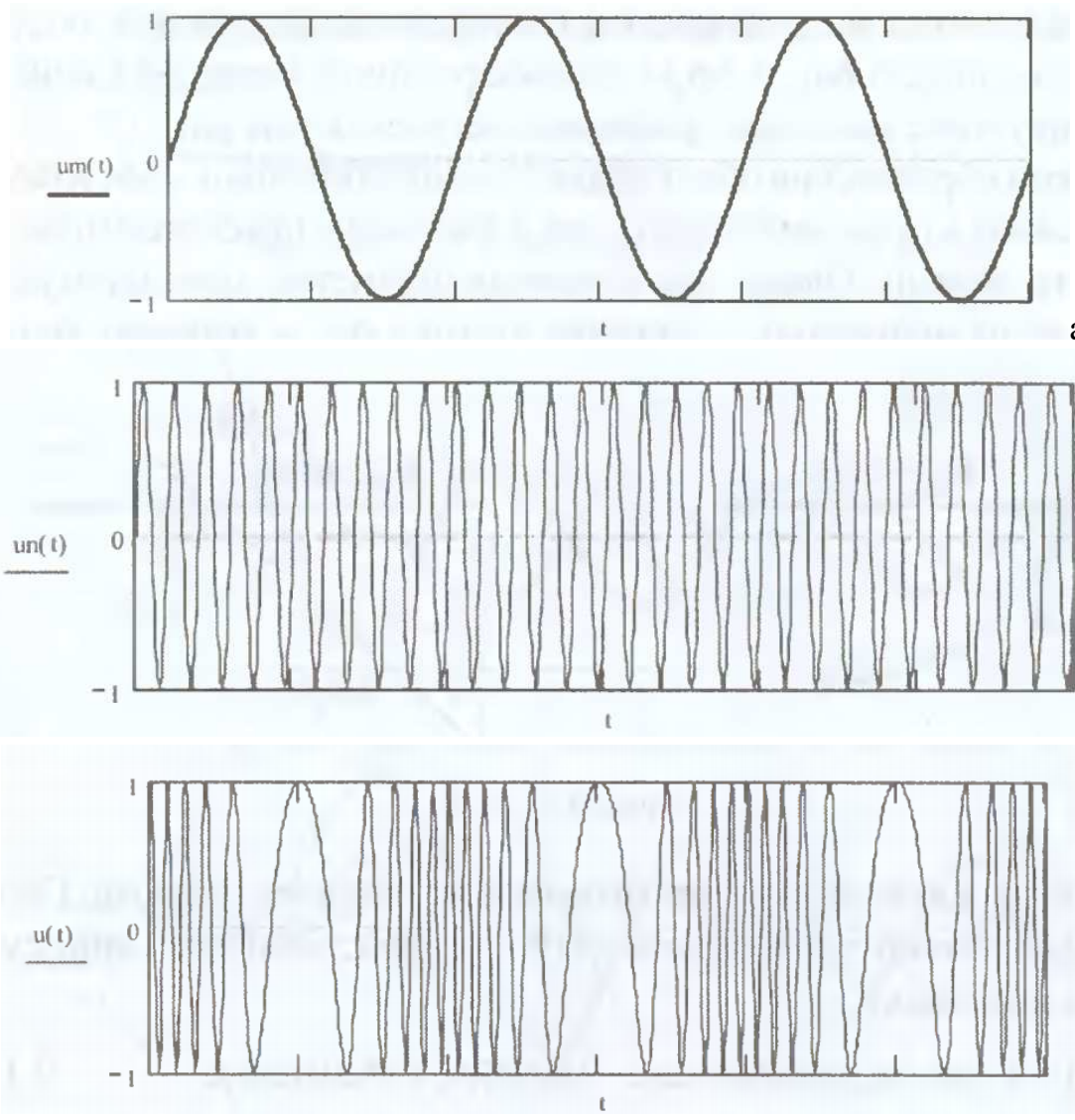


Рис. 9.6. Графіки модулюючого (а), несучого (б) та промодульованого (в) сигналів при частотній модуляції.

Таким чином, девіація частоти пропорційна частоті модульованого сигналу $\Delta\omega_д = \Delta\varphi_д\Omega$. Дана відмінність між ЧМ і ФМ демонструється за допомогою графіків на рис. 9.7.

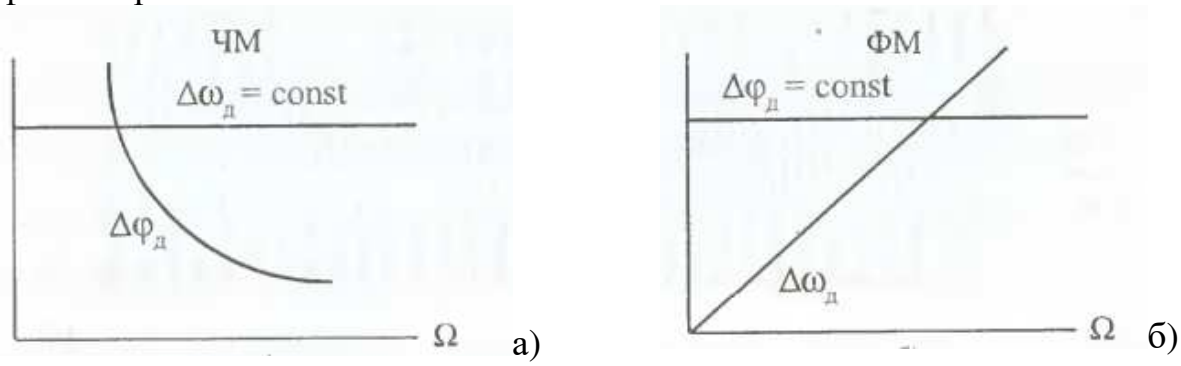


Рис. 9.7. Графіки при ЧМ (а) і ФМ (б).

Таким чином, при обох видах кутової модуляції – ЧМ і ФМ – міняється як миттєва частота, так і фаза модульованого високочастотного сигналу. Проте два основних параметри, які характеризують ці види модуляції, – девіація частоти $\Delta\omega_д$ та девіація фази $\Delta\varphi_д$ – по різному залежать від частоти модульованого сигналу Ω.

Спектр сигналу при ЧМ та ФМ. Представимо вираз (9.13) для ЧМ-сигналу у вигляді суми двох доданків:

$$u(t) = U_0 \cos\left(m_ч \sin \Omega t\right)\cos \omega_0 t - U_0 \sin\left(m_ч \sin \Omega t\right)\sin \omega_0 t\,, \qquad (9.16)$$

Розклавши періодичні функції в ряд Фур'є, отримаємо:

$$\begin{aligned} u(t) = {} & U_0 J_0(m_ч)\cos \omega_0 t + U_0 J_1(m_ч)\left[\cos\left(\omega_0 + \Omega\right)t - \cos\left(\omega_0 - \Omega\right)t\right] + \\ & + U_0 J_2(m_ч)\left[\cos\left(\omega_0 + 2\Omega\right)t - \cos\left(\omega_0 - 2\Omega\right)t\right] + \\ & + U_0 J_3(m_ч)\left[\cos\left(\omega_0 + 3\Omega\right)t - \cos\left(\omega_0 - 3\Omega\right)t\right] + \ldots\,, \end{aligned} \qquad (9.17)$$

де $J_n(m_ч)$ –функція Бесселя 1-го роду n-го порядку від аргумента $m_ч$, n – ціле число.

Пакет програм Mathcad дає змогу обчислити значення функції Бесселя при будь-якому значенні аргументу $m_ч$. Така програма з побудовою відповідних графіків подана на рис. 9.8.

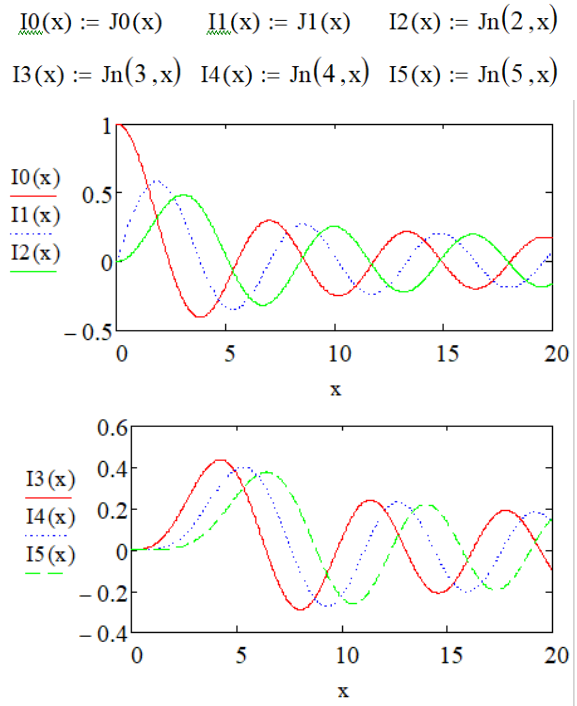


Рис. 9.8. Програма для обчислення значень функції Бесселя.

Згідно (9.17) при ЧМ спектр високочастотного сигналу при тональному модульованому сигналі частотою Ω має нескінченне число спектральних складових, розташованих симетрично відносно несучої частоти через інтервали, рівні Ω. Частоти цих спектральних складових рівні $\omega_0 \pm n\Omega$, а амплітуди $U_0 J_n(m_ч)$. Аналогічний результат отримується і при фазовій модуляції при заміні параметра $m_ч$ на $\Delta\varphi_д$.

За допомогою програми (рис. 9.8) можна обчислити значення функції Бесселя і побудувати спектр ЧМ і ФМ сигналу при заданому значенні аргументу $m_ч = x$ або $\Delta\varphi_д = x$. Як приклад, такі спектрограми при $m_ч = 5$ і $m_ч = 2{,}4$ побудовані на рис. 9.9.

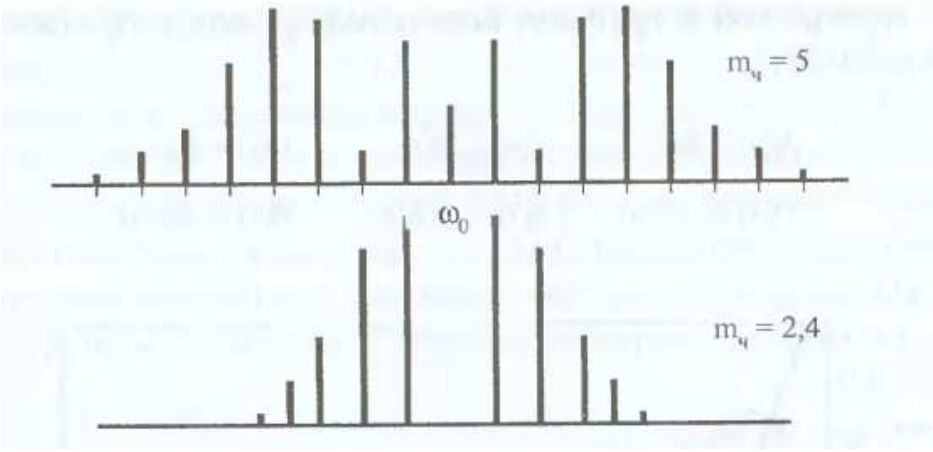


Рис. 9.9. Спектри ЧМ при різних значеннях аргументу $m_ч$.

Слід відмітити, що спектральна складова з частотою ω_0 і несуча з частотою ω_0 мають різні поняття. Наприклад, при $m_ч = 2{,}4$ спектральна складова с частотою ω_0 рівна 0, проте це не означає відсутність несучої в сигналі.

Теоретично спектр ЧМ сигналу нескінченний. Проте, як показує аналіз, більша частина енергії ЧМ сигналу зосереджена в межах

$$\Delta f_{сп} = 2\left(1 + m_ч + \sqrt{m_ч}\right)F\,, \qquad (9.18)$$

де F – найвища частота в спектрі модулюючого сигналу.

Саме на цю величину потрібно розраховувати смуги пропускання високочастотних трактів радіопередавачів і радіоприймачів. При $m_ч << 1$, ширина спектру ЧМ сигналу $\Delta f_{сп} = 2F$.

Частотна модуляція з індексом $m_ч < 1$ є вузькосмуговою, з індексом $m_ч > 2\ldots3$ – широкосмуговою. Переваги частотної модуляції в повній мірі реалізуються при $m_ч > 1$.

Частотна і фазова модуляція цифрових повідомлень. При передачі цифрової кодованої інформації – комбінації двійкових сигналів, яка складається із логічних 0 і 1, модуляцію також називають маніпуляцією сигналу, а пристрій, який реалізує даний процес як модулятором, так і маніпулятором. Крім цього, процес маніпуляції називають також телеграфним режимом роботи, відповідно замінюючи назви АМ на АТ, ЧМ на ЧТ, ФМ на ФТ.

Оскільки метод амплітудної маніпуляції (АМ) по завадостійкості значно поступається двом іншим, то в сучасних системах радіозв'язку використовують, в основному, тільки два методи маніпуляції: частотний (ЧМ) і фазовий (ФМ). Причому в якості ФМ зазвичай використовують її різновид – відносну фазову модуляцію, яка також називається фазорізницевою. При ВФМ при передаванні логічної 1 фаза несучого коливання стрибком змінюється на

$\Delta\varphi_\partial$, наприклад, на π, відносно до фази попереднього біту, а при передачі логічного 0 – фаза залишається такою ж, як і у попереднього біту.

Спільним для обох видів маніпуляції (ЧМ і ФМ) є швидкість передачі повідомлення V, яка рівна кількості елементарних посилань (бітів), що передаються за секунду, або тривалість елементарного посилання $\tau = 1/V$ (рис. 9.10, а). Крім того, ЧМ характеризує дискрет частоти $\Delta F = F_1 - F_2$ (рис. 9.10, б), а ФМ – девіація чи дискрет фази $\Delta\varphi$ (рис. 9.10, в), яка дає можливість відрізнити логічні 0 і 1.

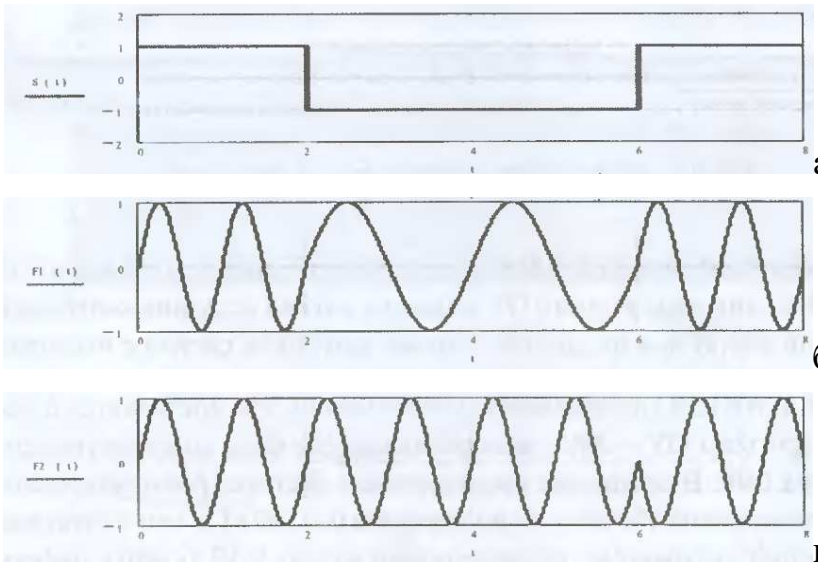


Рис. 9.10. Параметри ЧМ і ФМ.

Проведемо аналіз ЧМ і ФМ модуляції з допомогою пакету програм Electronics Workbench (або Multisim).

Частотна модуляція в схемі здійснюється з допомогою двох електронних ключів, в якості яких використовуються операційні підсилювачі AR1 і AR2 (рис. 9.11).

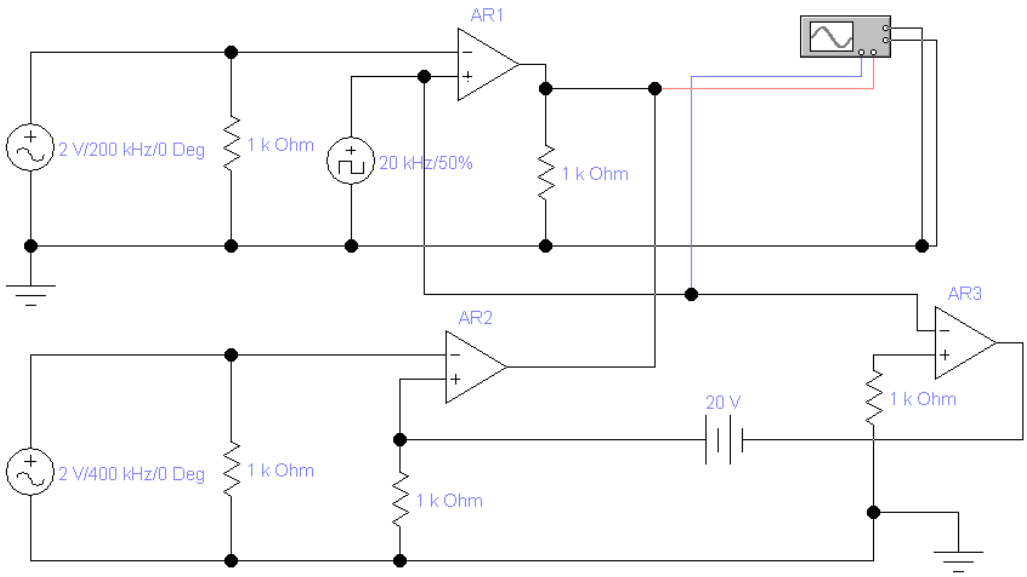


Рис. 9.11. Частотний модулятор цифрових сигналів.

На вхід першого підсилювача подається сигнал несучих коливань з частотою 200 кГц, а на інший вхід – цифрових сигнал з частотою 20 кГц. На один вхід другого підсилювача подається сигнал несучих коливань з частотою 400 кГц, а на інший вхід – той же цифровий сигнал з частотою 20 кГц. Ключі відкриваються поперемінно, що досягається з допомогою третього підсилювача AR3, який повертає фазу модулюючого сигналу на 180°. У результаті при передачі логічної 1 частота промодульованого сигналу рівна 400 кГц, а при передачі логічного 0 – 200 кГц, що підтверджується осцилограмами, наведеними на рис. 9.12 (зверху цифровий сигнал модуляції, знизу – несуча після частотної модуляції).

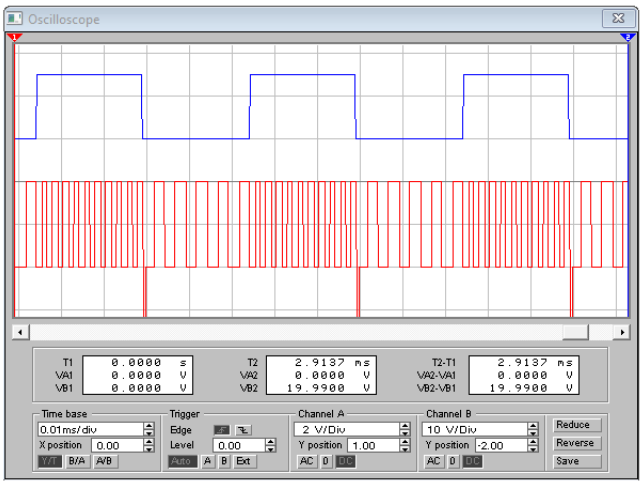


Рис. 9.12. Осцилограми сигналів при частотній модуляції.

Для реалізації фазової модуляції можна використати фазовий модулятор, схема якого подана на рис. 9.13.

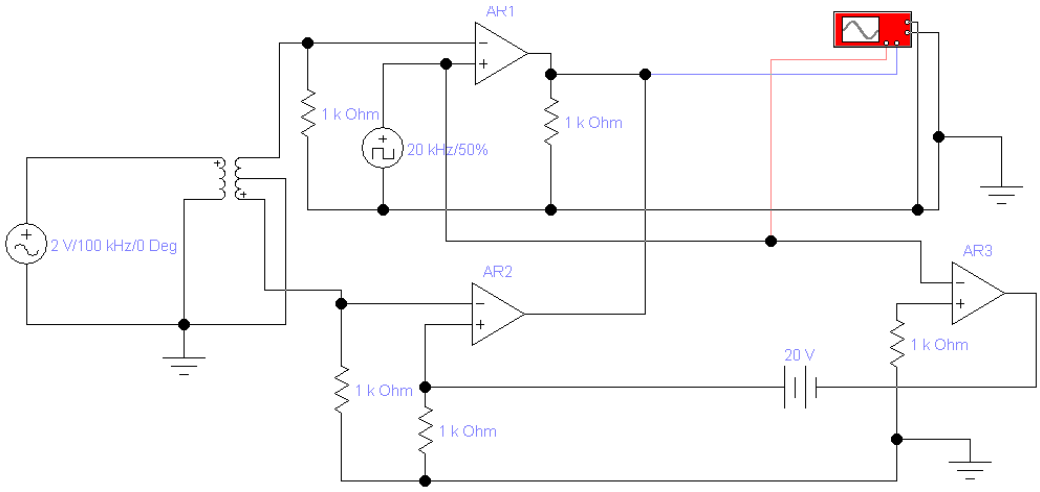


Рис. 9.13. Фазовий модулятор цифрових сигналів.

Як і в попередньому випадку, модуляція здійснюється двома електронними ключами – операційними підсилювачами AR1 і AR2. На перший вхід обох підсилювачів подається сигнал несучих коливань з однаковою частотою 100 кГц, але з різними початковими фазами, зсунутими на 180°, що досягається

з допомогою ВЧ-трансформатора. На другий вхід обох підсилювачів подається цифровий модульований сигнал з частотою 20 кГц. Ключі поперемінно відкриваються, що досягається з допомогою третього підсилювача AR3, який повертає фазу модулюючого сигналу на 180°. У результаті при переході від логічної 1 до логічного 0 і навпаки відбувається стрибок фази модульованого сигналу на 180°, що підтверджується осцилограмами, наведеними на рис. 9.14 (зверху цифровий сигнал модуляції, знизу – несуча після фазової модуляції).

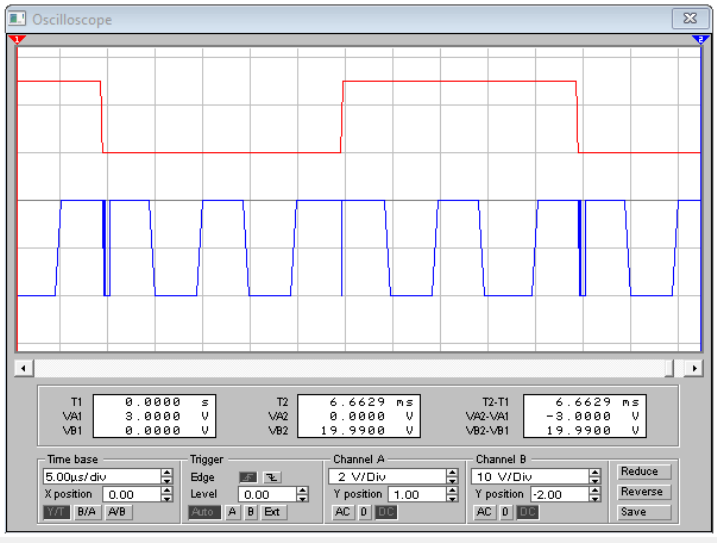


Рис. 9.14. Осцилограми сигналів при фазовій модуляції.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Згідно програми на рис. 9.8 розрахуйте значення функції Бесселя при $m_ч$ = 1 і 10 та аналогічно до рис. 9.9 побудуйте спектри ЧМ-сигналу.

2. Змініть в схемі на рис. 9.11 амплітуду і частоту сигналів модуляції і несучої та встановіть їх вплив на осцилограму ЧМ-сигналу (рис. 9.12).

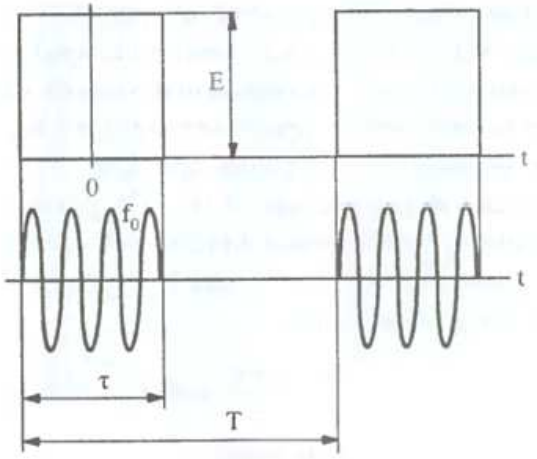
3. Змініть в схемі на рис. 9.13 амплітуду і частоту сигналів модуляції і несучої та встановіть їх вплив на осцилограму ФМ-сигналу (рис. 9.14).

4. Імпульсна модуляція

Параметри і спектр сигналу при імпульсній модуляції. Імпульсна модуляція широко використовується в радіолокації, при передачі телеметричної інформації та інших випадках. Випромінюваний радіопередавачем сигнал, промодульований послідовністю прямокутних імпульсів (рис. 9.15, а) має вигляд, представлений на рис. 9.15, б. Оскільки спектр радіосигналу при імпульсній модуляції досить широкий, то її використовують, в основному, в радіопередавачах НВЧ діапазону.

Сигнал при імпульсній модуляції визначають наступні параметри:

τ – тривалість імпульсу, T – період повторення імпульсів, $q = (T\text{-}\tau)/\tau$– шпаруватість, f_0 – частота несучої, P_i – потужність сигналу в імпульсі, $P_{сер} = P_i\,(\tau/T)$ – середня потужність сигналу, $\Delta f_{сп}$ – ширина спектру випромінюваного сигналу.



а)

б)

Рис. 9.15. Спектри сигналу при імпульсній модуляції.

Спектр сигналу при імпульсній модуляції визначається в два етапи. На першому етапі визначають спектр періодичної послідовності імпульсів, які модулюють несучу; на другому етапі – спектр промодульованої імпульсами несучої. При періодичній послідовності прямокутних імпульсів (рис. 9.15, а) спектр можна отримати, розклавши функцію в ряд Фур'є. Спектральні складові слідують через інтервали $\Omega = 2\pi/T$ або $F = 1/T$, їх амплітуди визначаються виразом:

$$A_k = \frac{2E}{\pi k}\left|\sin\left(\pi k \frac{\tau}{T}\right)\right| = \frac{2E}{\pi k}\left|\sin\left(0{,}5k\tau\Omega\right)\right|, \qquad (9.19)$$

де E – амплітуда імпульсу, k – ціле додатне число.

Програма для розрахунку спектру згідно (9.19) наведена на рис. 9.16.

$\alpha := 0.1 \quad N := 20 \quad AM := 1 \quad k := 1..N$

$A_k := \left(2 \cdot \frac{AM}{\pi k}\right) \cdot |\sin(\pi \cdot k \cdot \alpha)| \qquad AD_k := 20 \cdot \log\left(\frac{|A_k|}{A_1}\right)$

A =

	0
0	0
1	0.197
2	0.187
3	0.172
4	0.151
5	0.127
6	0.101
7	0.074
8	0.047
9	0.022
10	0
11	0.018
12	0.031
13	0.04
14	0.043
15	...

AD =

	0
0	0
1	0
2	-0.436
3	-1.183
4	-2.277
5	-3.779
6	-5.799
7	-8.542
8	-12.477
9	-19.085
10	-328.04
11	-20.828
12	-15.999
13	-13.919
14	-13.158
15	...

Рис. 9.16. Програма для розрахунку спектру при імпульсній модуляції.

У програмі прийнято: AM = E, α = τ/T, N = кількість розглядуваних спектральних складових, A_k – амплітуда k-ої гармоніки, AD_k – значення гармоніки, виражене в дБ, відносно першої гармоніки сигналу. За результатами розрахунку на рис. 9.17 побудований лінійчатий спектр.

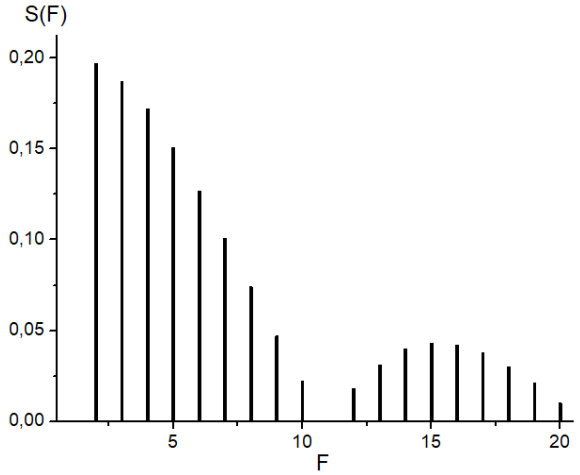


Рис. 9.17. Розрахунковий спектр при імпульсній модуляції.

Із (9.19) і розглянутого прикладу слідує, що $k = n/\alpha$, де n – ціле число, гармоніки з кутовою частотою:

$$\Omega_k = k\Omega = k\frac{2\pi}{T} = \frac{n}{\alpha}\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi n}{\tau} \text{ або частотою } F_k = \frac{n}{\tau}$$

мають значення амплітуди $A_k = 0$.

Спектр періодичної послідовності радіоімпульсів (рис. 9.15, б) схожий на спектр на рис. 9.17, але є симетричним і зміщеним відносно початку координат на частоту несучої f_0. Приклад центральної частини такого спектра зображений на рис. 9.18.

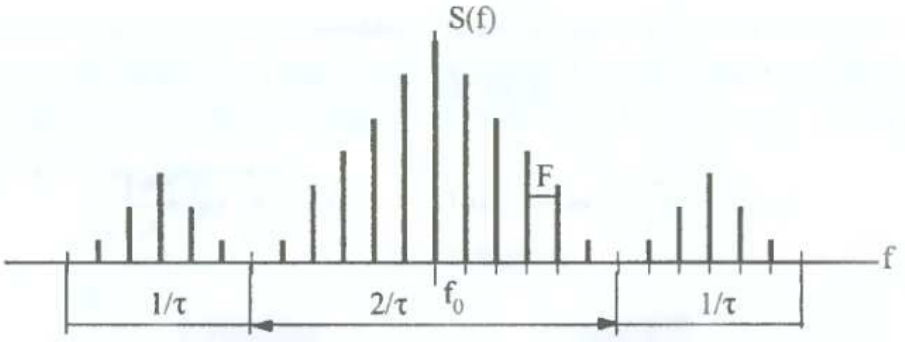


Рис. 9.18. Центральна частина спектру.

Імпульсний модулятор жорсткого типу з ємнісним накопичувальним елементом. Радіопередавачі в імпульсі можуть випромінювати дуже велику потужність – в десятки і навіть сотні МВт. Проте, оскільки ці імпульси випромінюються з великою шпаруватістю q, то використовуючи принцип накопичення енергії в паузі між імпульсами, потужність первинного джерела можна знизити в те ж число q-разів. Структурна схема такого модулятора приведена на рис. 9.19.

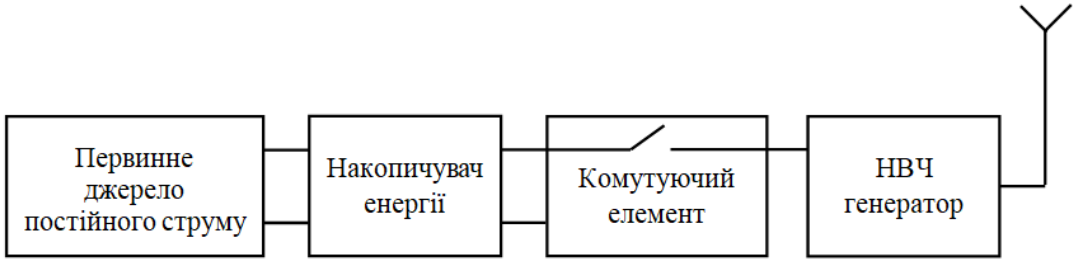


Рис. 9.19. Структурна схема імпульсного модулятора.

Імпульсні модулятори класифікують за двома ознаками:

– типу накопичувального елементу;

– виду комутуючого пристрою.

Можливі три типи накопичувальних елементів: ємнісний, індуктивний та змішаного виду. Комутуючі пристрої поділяють на: жорсткого типу (електровакуумні лампи і високовольтні транзистори) та м'якого типу (тиратрони і тиристори – кремнієві керовані вентилі).

В імпульсних модуляторах жорсткого типу тривалість сформованого імпульсу визначається тривалістю вхідного імпульсу. В імпульсних модуляторах м'якого типу вхідний імпульс визначає тільки початок імпульсу, який формують, тривалість якого визначається параметрами накопичувального елементу.

Дослідимо схему імпульсного модулятора жорсткого типу з ємнісним накопичувальним елементом (рис. 9.20) за допомогою пакету програм Electronics Workbench (чи Multisim).

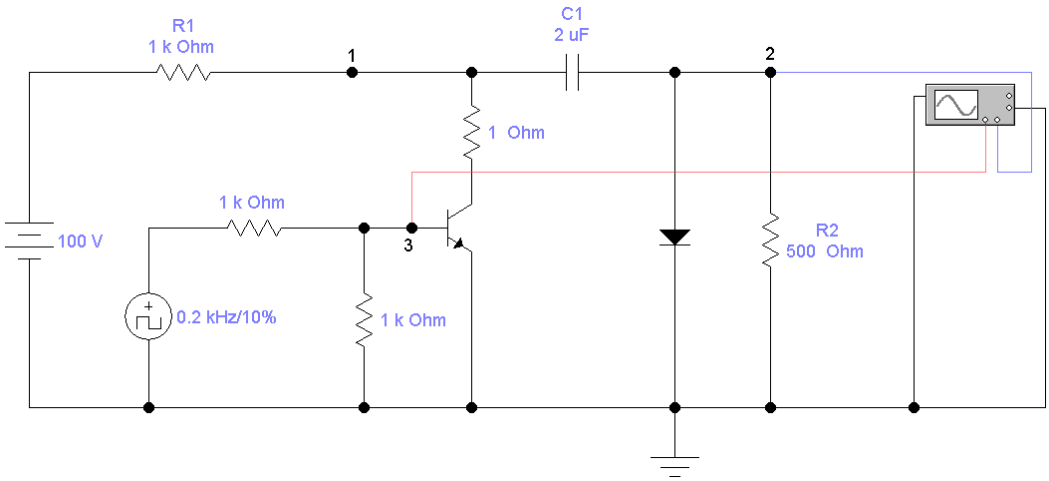


Рис. 9.20. Структурна схема імпульсного модулятора.

Як електронний ключ в схемі використовується високовольтний транзистор, а як накопичувальний елемент – ємність С1. Постійна часу кола заряду в схемі рівна:

$$T_з = R1 \cdot C1 = 2\,\text{мс},$$

де $R1$ – опір в Ом, $C1$ – ємність в Ф.

Постійна часу кола розряду в схемі:

$$T_р = R2 \cdot C1 = 1\,\text{мс},$$

де $R2$ – еквівалентний опір навантаження, який замінює опір за постійним струмом НВЧ-генератора.

Модулюючий сигнал моделює в схемі генератор прямокутних імпульсів додатної полярності (верхня осцилограма на рис. 9.21) з періодом повторення $T = 5$ мс і тривалістю імпульсу 500 мкс.

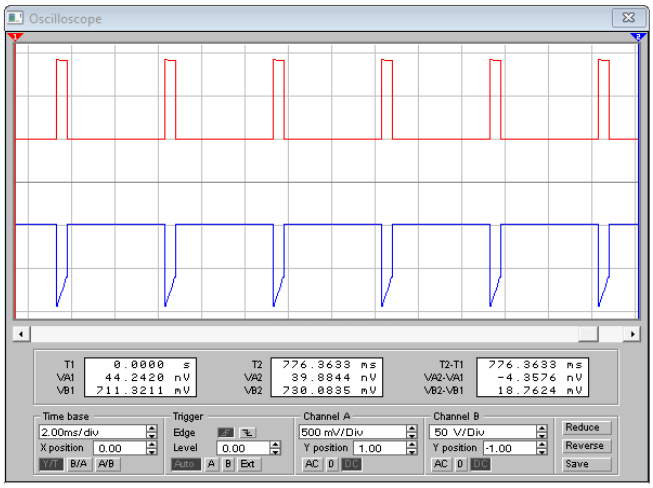


Рис. 9.21. Осцилограми роботи імпульсного модулятора.

У паузі між імпульсами конденсатор C1 заряджається до напруги джерела колекторного живлення (в розглянутому випадку до 100 В). Прямокутний імпульс додатної полярності, який приходить на базу, відкриває транзисторний ключ, після чого починається розряд конденсатора C1 на навантаження R2 (нижня осцилограма на рис. 9.21). Осцилограми напруги на конденсаторі (вхід осцилографа потрібно підключити до точки 1) і на навантаженні (вихід осцилографа підключено до точки 2) наведені на рис. 9.22. Напруга на конденсаторі – додатної полярності (верхня осцилограма на рис. 9.22); імпульс напруги, прикладений до навантаження, – від'ємної полярності (нижня осцилограма на рис. 9.21 і 9.22). Тривалість цього сформованого в схемі імпульсу рівна тривалості вхідного імпульсу (в даному випадку 500 мкс), який відкриває електронний ключ, що видно на верхній осцилограмі на рис. 9.21.

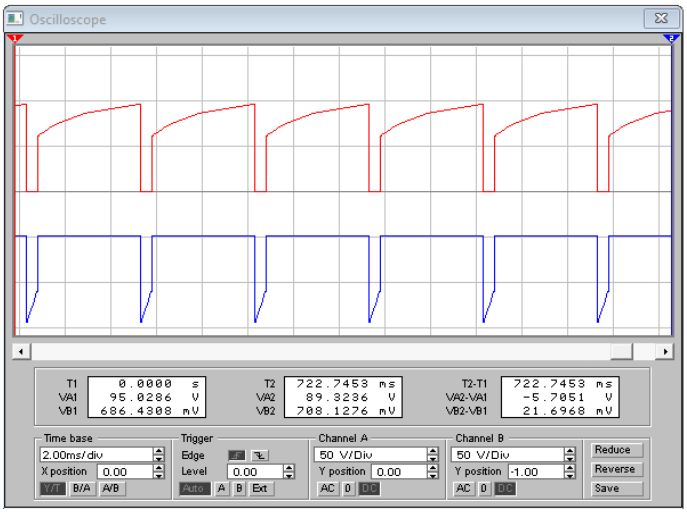


Рис. 9.22. Осцилограми роботи імпульсного модулятора.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Згідно програми на рис. 9.16 розрахуйте спектральні складові при інших значеннях тривалості імпульсу та періоду їх повторення. За результатами розрахунку аналогічно до з рис. 9.17 і 9.18 побудуйте спектри модулюючого сигналу і послідовності радіоімпульсів.

2. Змініть в схемі на рис. 9.20 параметри модулюючого сигналу, який формується генератором прямокутних імпульсів. Визначте, як при цьому міняються осцилограми на рис. 9.22.

3. Розрахуйте і підберіть нові значення елементів в колі заряду і розряду (елементи R1, C1 і R2), при яких сформований схемою імпульс буде близький до прямокутної форми (нижня осцилограма на рис. 9.21 і 9.22). Визначте отримані при цьому значення постійної часу кола заряду і розряду. Порівняйте їх з тривалістю імпульсу і періодом їх повторення.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення процесу модуляції. За якими ознаками класифікується процес модуляції?

2. За допомогою яких методів здійснюється опис модульованих сигналів?

3. Якими параметрами характеризується модульований високочастотний сигнал?

4. Яким рівністю задається база сигналу при передачі аналогових і цифрових коливань?

5. Яким чином здійснюється амплітудна, частотна, фазова та імпульсна модуляції сигналів? Який вигляд мають спектри сигналів при вказаних видах модуляції?

Лабораторна робота №10

Дослідження процесів демодуляції сигналів

Мета роботи:

1. Дослідити процеси демодуляції в середовищі Mathcad.
2. Вивчити роботу радіотехнічних кіл для демодуляції сигналів з допомогою пакету програм Electronics Workbench або Multisim.

Теоретичні відомості

1. Основні визначення

Демодуляція є процесом вилучення повідомлень з прийнятого радіосигналу. Демодуляція, в деякому сенсі, є процесом, який протилежний модуляції. Демодуляцію виконують за допомогою кола, яке називають демодулятором. Демодулятор є складовою частиною радіоприймального пристрою, структурна схема якого наведена на рис. 10.1.

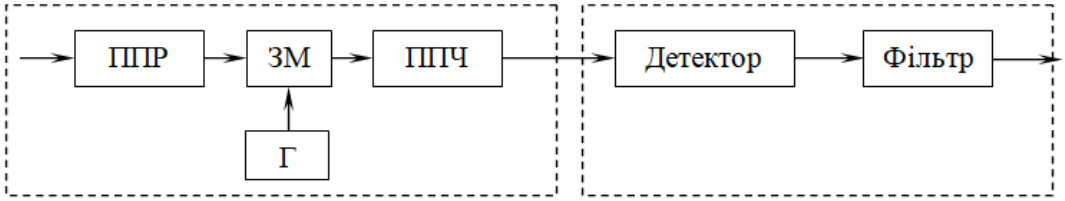


Рис. 10.1. Структурна схема демодулятора.

Згідно рис. 10.1 схема радіоприймача складається з двох основних частин: лінійного високочастотного (ВЧ) тракту та демодулятора. У склад лінійного ВЧ тракту входять: підсилювач прийнятого радіосигналу (ППР), змішувач (ЗМ), гетеродин (Г) та підсилювач проміжної частоти (ППЧ). У лінійному тракті відбувається підсилення прийнятого ВЧ-сигналу до потрібного значення потужності. У склад демодулятора, який вилучає повідомлення з сигналу, входять детектор і фільтр нижніх частот.

Залежно від способу модуляції ВЧ-сигналу застосовують відповідний тип демодулятора. У зв’язку з чим розрізняють амплітудний, частотний та фазовий демодулятори. Крім того, демодулятори розрізняють залежно від форми повідомлення. За даною ознакою демодулятори поділяють на аналогові і цифрові.

2. Амплітудний аналоговий детектор

При прийомі радіосигналів з амплітудною модуляцією демодулятор складається з амплітудного детектора – нелінійного елементу – і фільтру нижніх частот (ФНЧ), смуга пропускання якого встановлюється рівною $F_{ФНЧ} = F_в$, де $F_в$ – верхня частота в спектрі модульованого сигналу (рис. 10.2, а).

Проста схема демодулятора з напівпровідниковим діодом та *RC*-фільтром нижніх частот наведена на рис. 10.2, б.

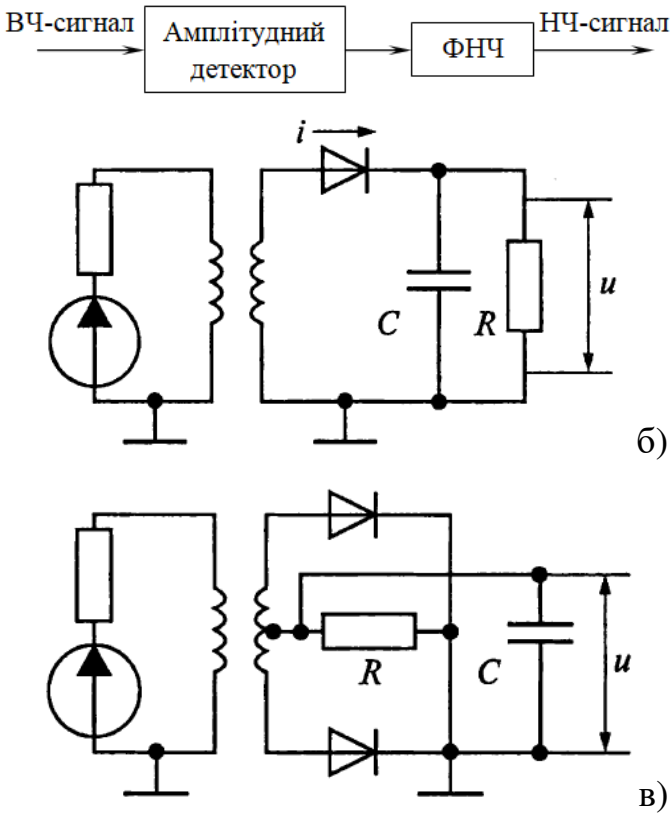


Рис. 10.2. До принципу роботи амплітудного детектора.

Найкращі результати по детектуванню АМ-сигналу можна отримати за допомогою двохтактного амплітудного детектора, схема якого приведена на рис. 10.2, в. Як амплітудний детектор, крім діода, може використовуватись і транзистор.

Діод, маючи малий опір в прямому напрямку і великий – в зворотному, пропускає тільки сигнал з напругою додатної полярності і обрізає сигнал при від'ємній полярності напруги.

Проведемо аналіз роботи одно- та двохтактного амплітудного демодулятора за допомогою програми Electronics Workbench (чи Multisim).

Схема першого з них наведена на рис. 10.3, а осцилограма на виході та вході цього демодулятора – на рис. 10.4 (верхня осцилограма – продетектований низькочастотний сигнал, нижня – вхідний АМ-сигнал).

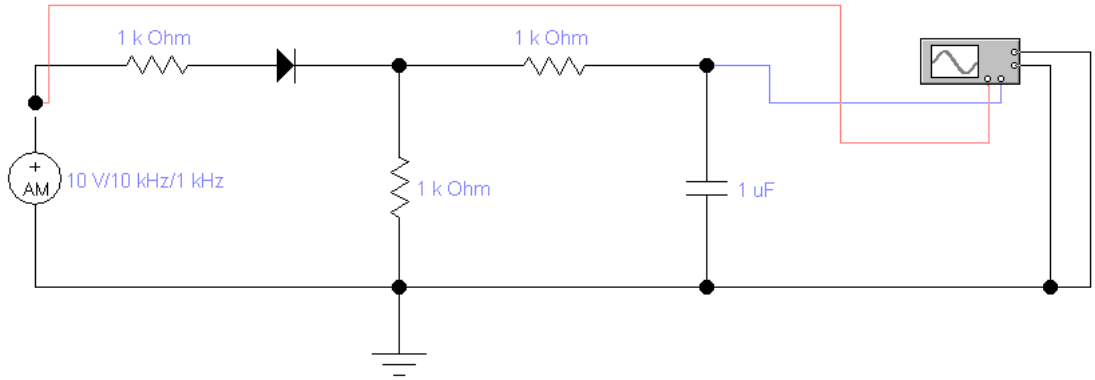


Рис. 10.3. Схема однотактного амплітудного демодулятора.

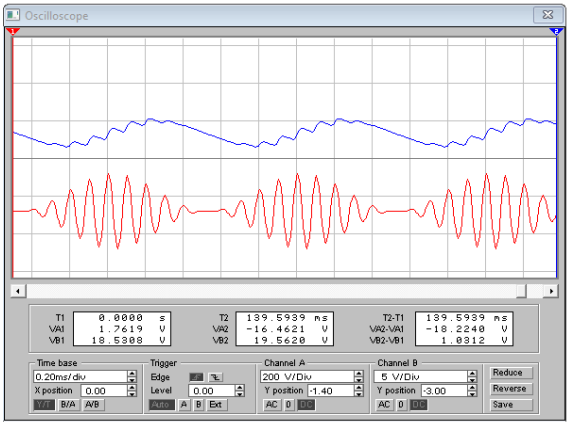


Рис. 10.4. Осцилограми однотактного амплітудного демодулятора.

Схема двохтактного демодулятора наведена на рис. 10.5, а осцилограми на вході і виході демодулятора – на рис. 10.6 (верхня осцилограма – продетектований низькочастотний сигнал, нижня – вхідний АМ-сигнал). Шляхом правильного підбору постійної часу фільтра $T = RC$ можна добитись найменшого спотворення продетектованого сигналу в обох схемах.

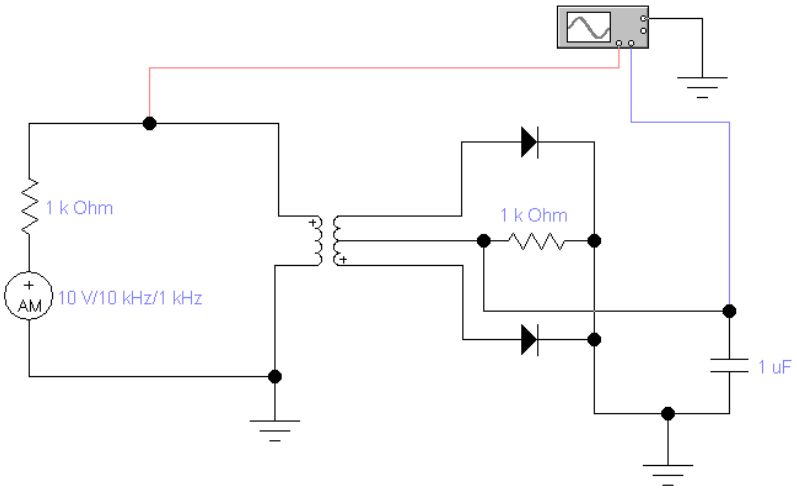


Рис. 10.5. Схема двохтактного амплітудного демодулятора.

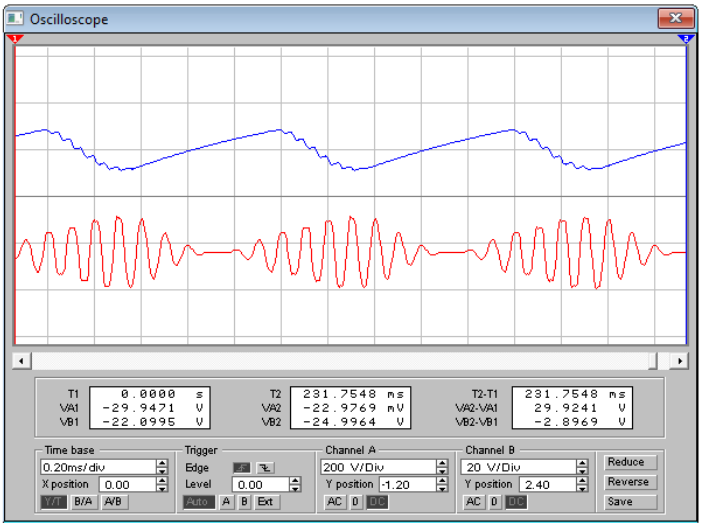


Рис. 10.6. Осцилограми двохтактного амплітудного демодулятора.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Змініть в схемі однотактного амплітудного демодулятора (рис. 10.3) амплітуду і частоту сигналів несучої і модуляції та встановіть їх вплив на продетектований сигнал (рис. 10.4). Підберіть нові параметри *RC*-фільтра.

2. Змініть в схемі двохтактного амплітудного демодулятора (рис. 10.5) амплітуду і частоту сигналів несучої і модуляції та встановіть їх вплив на продетектований сигнал (рис. 10.6). Підберіть нові параметри *RC*-фільтра.

3. Порівняйте при однакових параметрах двох схем осцилограми продетектованих ними сигналів.

3. Частотний аналоговий детектор

Частотна модуляція (ЧМ) домінує в сучасних системах передачі інформації НВЧ-діапазону, а саме супутнико-космічних системах радіозв'язку та телебачення. При ЧМ забезпечується висока завадостійкість та висока якість передавання інформації, допускається можливість одночасної роботи в загальному каналі зв'язку великої кількості кореспондентів і реалізується більш повне використання за енергетичними показниками радіопередавача в силу постійності амплітуди сигналу порівняно з АМ.

Типова схема частотного демодулятора наведена на рис. 10.7.

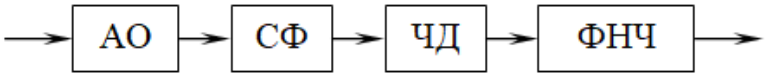


Рис. 10.7. Структурна схема частотного демодулятора.

На схемі 10.7 прийняті наступні позначення: АО – амплітудний обмежувач; СФ – смугопропускний фільтр по відношенню до першої гармоніки сигналу проміжної частоти; ЧД — частотний детектор; ФНЧ – фільтр нижніх частот.

Смуга пропускання ФНЧ встановлюється рівною верхній частоті модульованого сигналу $F_в$. Смуга пропускання ППЧ обирається в залежності від ширини спектру ЧМ-сигналу, який приймається. Нехтуючи крайніми) спектральними складовими, цю смугу звужують до величини $\Delta f_{сп} = 2\left(\Delta f_д + F_в\right)$.

Статична характеристика частотного детектора має вигляд, показаний на рис. 10.8, а, АЧХ за вихідним сигналом демодулятора – на рис 10.8, б. Залежно від характеру повідомлення, яке передають, в АЧХ відбувається підйом або завал певних ділянок, наприклад, як показано на рис. 10.8, в.

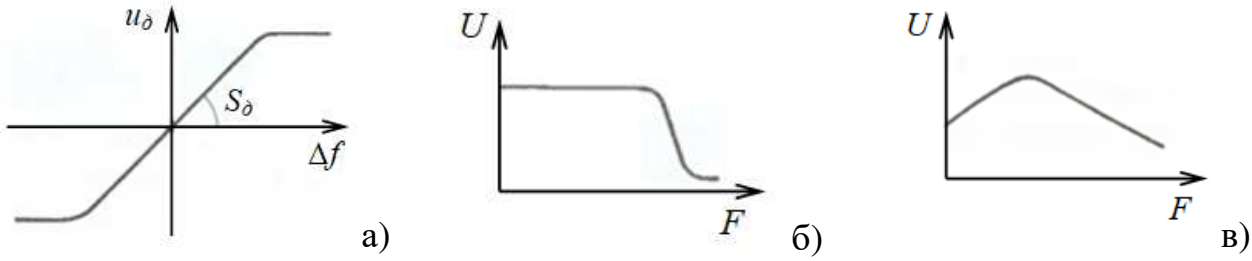


Рис. 10.8. Характеристики частотного детектора.

Одна з можливих схем частотного детектора, яку називають схемою на розналаштованих контурах, наведена на рис. 10.9.

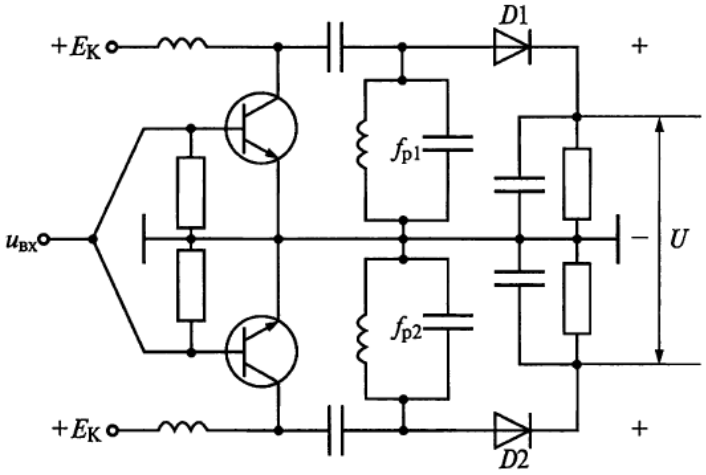


Рис. 10.9. Схема частотного детектора на розналаштованих контурах.

Схема, яка представляє собою комбінацію двох амплітудних детекторів, працює наступним чином. Резонансна частота першого контуру $f_{p1} > f_0$, другого $f_{p2} < f_0$, де f_0 – центральна частота, при якій вихідна напруга детектора $U = 0$. Напруга на виході амплітудних детекторів $U_{\partial 1}$ та $U_{\partial 2}$ визначається резонансною характеристикою кожного з контурів. Вихідна напруга частотного детектора є різницею між напругами $U_{\partial 1}$ та $U_{\partial 2}$:

$$U = U_{\partial 1} - U_{\partial 2} = U_0 \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(x - x_p\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(x + x_p\right)^2}} \right], \qquad (10.1)$$

де $x_p = 2Q\dfrac{\Delta f_p}{f_0}$, $x = 2Q\dfrac{\Delta f}{f_0}$, Q – добротність контуру, Δf_p – розналаштування резонансної частоти кожного з контурів відносно центральної частоти f_0.

Програма у пакеті Mathcad для розрахунку за формулою (10.1) статичної характеристики частотного детектора $U = \Phi(\alpha)$, де $\alpha = \dfrac{\Delta f}{f_0}$ – відносна зміна частоти, наведена на рис. 10.10. Приклад розрахунку за програмою при добротності $Q = 30$, центральній частоті $f_0 = 1000$ МГц і розналаштуванні за частотою $\Delta f_p = 4$ МГц наведена на тому ж рисунку. Отримана статична характеристика частотного детектора на розналаштуваних контурах відповідає загальній характеристиці, представленій на рис. 10.8, а. Із побудованого на рис. 10.10 графіку випливає, що крутизна лінійної ділянки характеристики рівна:

$$S_\partial = \frac{U_{макс}}{\Delta f_0} = \frac{U_{макс}}{x_0 f_0} = \frac{8}{0{,}04 \cdot 100} = 2 \text{ В/МГц}.$$

Змінюючи значення добротності Q і розналаштування Δf_p, можна регулювати крутизну і протяжність лінійної ділянки цієї характеристики.

$U0 := 10 \quad Q := 30 \quad f0 := 100 \quad \Delta fp := 4$

$xp := 2 \cdot Q \cdot \left(\frac{\Delta fp}{f0}\right) \quad xp = 2.4 \quad s := \frac{\Delta fp}{f0} \quad s = 0.04$

$$UD1(\alpha) := \frac{U0}{\sqrt{1 + (2 \cdot Q \cdot \alpha - xp)^2}} \qquad UD2(\alpha) := \frac{U0}{\sqrt{1 + (2 \cdot Q \cdot \alpha + xp)^2}}$$

$$U(\alpha) := UD1(\alpha) - UD2(\alpha)$$

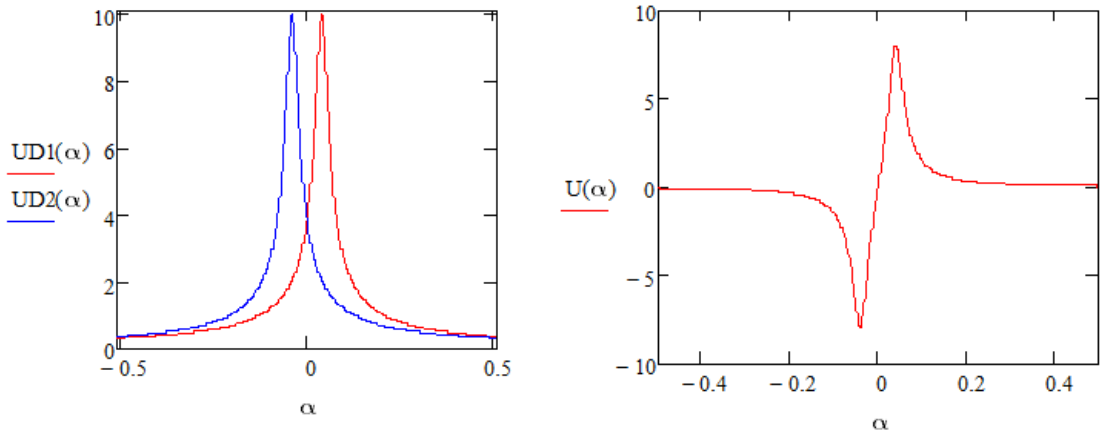


Рис. 10.10. Програма для розрахунку статичної характеристики частотного детектора.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Згідно програми на рис. 10.10 розрахуйте і побудуйте графік статичної характеристики частотного детектора при інших значеннях добротності і частотного розналаштування контурів. Визначте за графіком крутизну статичної характеристики частотного детектора.

2. Порівняйте між собою графіки, побудовані при різних вихідних даних. Визначте, як добротність і розналаштування за частотою впливають на крутизну статичної характеристики частотного детектора.

4. Синхронний детектор

Розглянемо випадок взаємодії двох сигналів з однаковими частотами, але різними початковими фазами. У результаті перемноження таких сигналів отримаємо:

$$u_1(t) \cdot u_2(t) = U_1 \sin \omega t \cdot U_2 \sin(\omega t - \varphi_0) = \frac{1}{2} U_1 U_2 \left[\cos \varphi_0 - \cos(2\omega t + \varphi_0)\right].$$

Відфільтрувавши в отриманому вихідному сигналі складову з частотою 2ω, маємо на виході кола постійну напругу, яка визначається різницею фаз двох сигналів φ_0.

Ускладнимо розглядувану задачу, припустивши, що перший сигнал є амплітудно-модульованим. У результаті отримаємо новий вираз:

$$u_1(t)\cdot u_2(t)=U_1\left(1+m\sin\Omega t\right)\sin\omega t\cdot U_2\sin\left(\omega t-\varphi_0\right)=$$

$$=\frac{1}{2}U_1U_2\left(1+m\sin\Omega t\right)\left[\cos\varphi_0-\cos\left(2\omega t+\varphi_0\right)\right].$$

Знову відфільтрувавши в отриманому вихідному сигналі складову з частотою 2ω, маємо на виході кола огинаючу амплітудно-модульованого коливання. Таким чином, шляхом перемноження двох коливань з рівними частотами вдається виділити огинаючу одного з сигналів, тобто провести детектування. Такий вид детектування, який потребує рівності частот двох коливань, називається синхронним. Отже, синхронний детектор повинен містити перемножувач двох коливань і фільтр нижніх частот, який пропускає тільки сигнал з частотою модульованого сигналу.

Одна з можливих схем синхронного детектора представлена на рис. 10.11. Як перемножувач двох коливань в схемі використовують операційний підсилювач, на один з входів якого подається синусоїдальний сигнал, а на другий – сигнал з амплітудною модуляцією. Як фільтр нижніх частот використовують П-подібний фільтр, який містить одну індуктивність та дві ємності. У розглянутому випадку фільтр розрахований на частоту модульованого сигналу в 1 кГц.

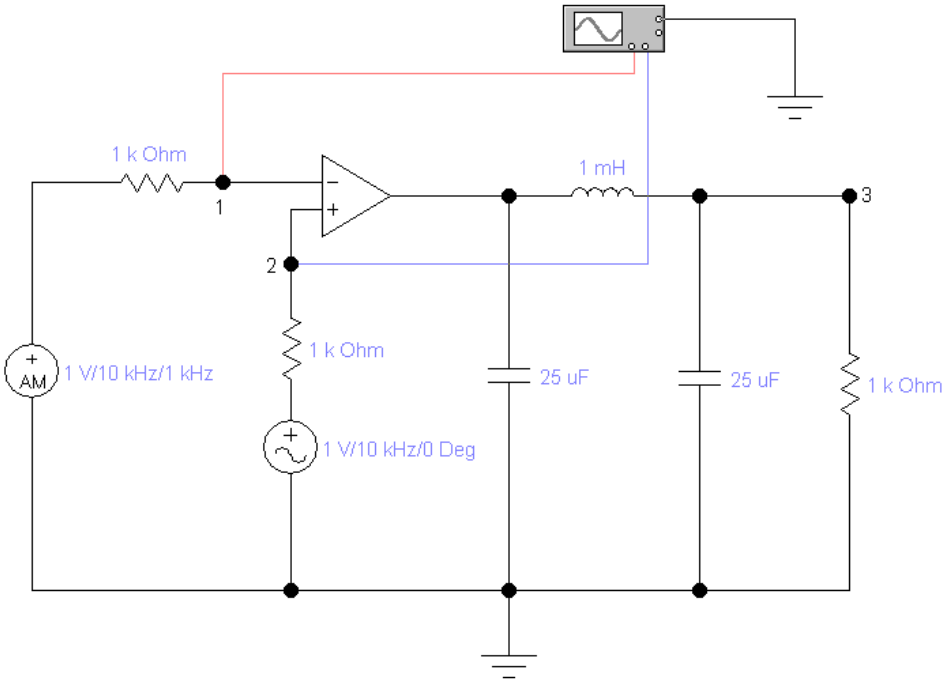
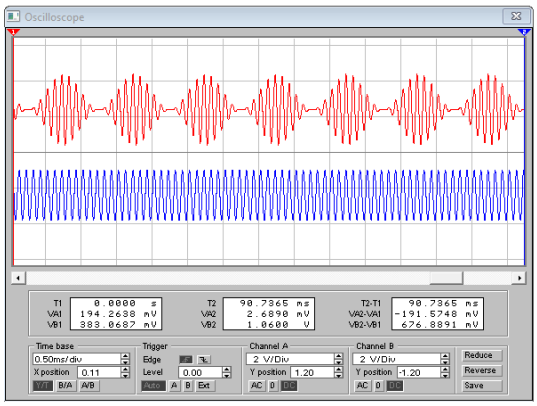


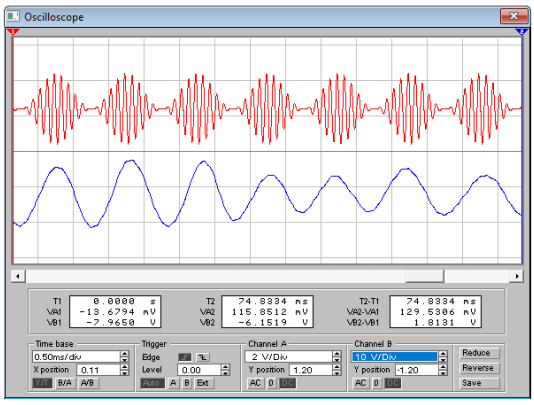
Рис. 10.11. Схема синхронного детектора.

Осцилограми на вході синхронного детектора приведені на рис. 10.12, а, а на одному з входів та виході на рис. 10.12, б (для отримання осцилограми на виході потрібно вихід осцилографа підключити до точки 3 на схемі).

Із представлених осцилограм видно, що за допомогою схеми синхронного детектора вдається виділити модульований сигнал, тобто провести амплітудне детектування.



а)



б)

Рис. 10.12. Осцилограми роботи синхронного детектора.

Завдання на виконання лабораторної роботи

1. Встановіть частоту несучих коливань 50 кГц, а частоту модулюючого сигналу 5 кГц.
2. Змініть параметри фільтра в схемі на рис. 10.11, виходячи із частоти 5 кГц.
3. Побудуйте осцилограми на вході і виході синхронного детектора із врахуванням проведених змін в параметрах сигналів.

Контрольні запитання

1. У чому полягає процес демодуляції сигналів?
2. Які складові містить структурна схема демодулятора?
3. Назвіть види демодуляторів залежно від способу модуляції та форми повідомлення.
4. Зарисуйте схему амплітудного аналогового детектора та поясніть принцип його роботи.
5. Які елементи містить структурна схема частотного детектора та які функції виконує кожен елемент?
6. Назвіть основні характеристики частотного детектора.
7. Які схеми використовуються для частотного детектування сигналів?

ЛІТЕРАТУРА

1. О.В. Осадчук, О.С. Звягін. Теорія електричних кіл і сигналів: навчальний посібник. – Вінниця: ВНТУ, 2015.
2. В.П. Бабак, А.Я. Білецький, А.М. Гуржій. Сигнали і спектри: навчальний посібник. – К.: НАУ, 2005.
3. Ю.І. Волощук. Сигнали та процеси у радіотехніці: Підручник: У 4-х т. – Харків: СМІТ, 2003.
4. М.Б. Гумен. Основи теорії електричних кіл: у 3-х кн. – Сигнали та процеси у радіотехніці: Підручник. – К.: СМІТ, 2003.
5. М.М. Сумик, І.Н. Прудиус. Теорія сигналів: підручник. – Львів: Бескид Біт, 2008.
6. О.А. Стеценко. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 2007.
7. С.И. Баскаков. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 2000.
8. В.И. Каганов. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Академия, 2003.
9. В.Д. Сташук. Теорія і комп’ютерне моделювання радіоелектронних кіл: навч. посібник. – К.: Університет “Україна”, 2011.
10. В.М. Ткачук, С.М. Цирульник, Т.А. Петренко. Радіопередавальні пристрої: навчальний посібник. – Вінниця: Т.П. Барановська, 2015.
11. О.М. Кобяков, І.Є. Бражник. Теорія електричних кіл та сигналів. Теорія сигналів. Конспект лекцій. – Суми: Сумський державний університет, 2017.

УДК 621.37
М-23

Володимир Ігорович Мандзюк

Радіотехнічні кола і сигнали: лабораторний практикум. – Івано-Франківськ, ТзОВ «ВГЦ» Просвіта», 2022. – 86 с.

Підписано до друку 17.03.2022 р.
Формат 60×84/8. Гарнітура New Roman.
Папір офсетний. Умовн. друк. арк. 10
Зам. №19. Наклад 100 примірників

ТзОВ «ВГЦ» Просвіта»
76018 м. Івано-Франківськ, вул. Грушевського, 18