Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Приймак Галини Миколаївни на тему

"Структура множини гомоморфізмів та функціонального числення в алгебрах аналітичних функцій на банахових просторах"

подану на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

Дослідження аналітичних відображень на нескінченновимірних банахових просторах та, більш загально, топологічних векторних просторах має багату історію і своїми витоками сягає початку двадцятого століття. З розвитком теорії комутативних банахових алгебр та алгебр Фреше постало питання про опис спектру (множини комплексних гомоморфізмів) алгебри $H_b(X)$ цілих аналітичних функцій, які є обмеженими на всіх обмежених підмножинах простору X. Ця алгебра є проективною границею банахових алгебр рівномірно неперервних аналітичних функцій на кулях B_r з центром в нулі, радіуса r при $r \to \infty$. Дослідження спектру цієї алгебри розпочалося з праці Р. Арона, Б. Коула та Т. Гамеліна (1991 р.) та було продовжено багатьма авторами. В результаті були напрацьовані методи (продовження Арона-Бернера, застосування симетричних тензорних добутків), які дозволили у багатьох випадках, отримати задовільний опис спектру алгебри $H_b(X)$ та її підалгебр (див. роботи М. Маестре, Д. Гарсія, П. Галіндо, Х. Мухіка, А. Загороднюка та ін.) Інтерес до алгебри $H_b(X)$ підсилюється тим фактом, встановленим Х. Мухікою, що $H_b(X)$ є так званою тест-алгеброю по відношенню до відомої гіпотези Е. Майкла 1952 року про автоматичну неперервність комплексних гомоморфізмів довільної алгебри Фреше. Тобто, якщо всі комплексні гомоморфізми

$H_b(X)$ є неперервними, для деякого нескінченновимірного банахового простору X, то всі комплексні гомоморфізми алгебри Фреше є неперервними.

Основними об'єктами дослідження у дисертаційній роботі є гомоморфізми алгебри $H_b(X)$, які приймають значення в деякій абстрактній комутативній алгебрі A. Таким чином проблеми, які розглядаються у дисертації дозволяють природним чином використати підходи про які було згадано вище та узагальнити відомі результати на випадок A-значних гомоморфізмів. З іншого боку, саме така постановка задачі є новою. Тому тематика дисертації є актуальною, а результати є новими і оригінальними.

У дисертаційній роботі зроблено досить детальний огляд відомих результатів, які стосуються вказаного напрямку досліджень та сформульовано необхідні попередні відомості та означення, які дозволяють читати дисертацію без залучення додаткової літератури.

Серед отриманих результатів слід відзначити теорему 5.4.2 яка дозволяє кожен гомоморфізм алгебри $H_b(X)$, який задовольняє певні умови (належить класу Ω) подати у вигляді послідовності гомоморфізмів, які є продовженнями Арона-Бернера гомоморфізмів функціонального числення на деяких спеціальних просторах. Для отримання цього результату в дисертації описано клас Ω A-значних гомоморфізмів, які допускають наближення гомоморфізмами функціонального числення у слабко поліноміальнії̆й топології. Так, у третьому розділі дисертації показано що клас Ω є достатньо широким, а також, побудовано приклад скінченновимірної алгебри A, яка не є напівпростою, і гомоморфізму $\Phi : H_b(X) \to A$ який не може бути наближений гомоморфізмами функціонального числення у слабко поліноміальній топології. Також, у третьому розділі доведено існування розривного гомоморфізму з алгебри $H_b(X)$ в алгебру A за умови, що A містить нільпотентний елемент.

У четвертому розділі дисертації розглянуто властивості продовження Арона-Бернера для гомоморфізмів функціонального числення. Показано, що в загальному випадку такі продовження не є гомоморфізмами, але, якщо алгебра A така, що A'' є напівпростою і к омутативною алгеброю, то продовження Арона-Бернера будуть гомоморфізмами.

У п'ятому розділі, крім структурної теореми 5.4.2, про яку вже було згадано в цьому відгуку, досліджено властивості оператора зсуву алгебри $H_b((A \bigotimes_{\pi} X), A)$, властивості згортки A-значних гомоморфізмів, застосування до A-значних диференціювань алгебри $H_b(X)$. Слід відзначити, що в роботі використано досить складну техніку функціонального числення в алгебрах функцій від нескінченної кількості змінних в поєднанні з топологічними тензорними добутками.

Результати дисертаційного дослідження є новими і опублікованими у фахових українських та міжнародних виданнях відповідно до вимог, що висуваються МОН України щодо захисту кандидатських дисертацій. Автореферат дисертації правильно відображає зміст дисертації. Всі положення , які виносяться на захист є строго обгрунтованими та доведеними. Дисертація написана сучасною українською мовою. Проте мають місце певні огріхи і неточності:

1. Вважаю, що означення класу Ω слід було ввести в розділі 3, оскільки саме в цьому розділі досліджувалися умови за яких гомоморфізм належить до цього класу.

2. Було б цікаво встановити чи умова напівпростоти алгебри A є достатньою для того, щоб кожен A-значний гомоморфізм алгебри $H_b(X)$ належав до Ω.

3. В дисертації трапляються граматичні помилки та описки: на ст. 83 посилання на формулу 3.1.1 не містить дужок; на ст. 109 у виключній формулі після коми пропущено додатковий відступ.

Вказані зауваження мають рекомендаційний характер і не впливають на загальне позитивне враження від дисертації.

Підсумовуючи, вважаю, що дисертаційна робота "Структура множини гомоморфізмів та функціонального числення в алгебрах аналітичних функцій на банахових просторах" відповідає всім вимогам "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету Міністрів України No 567 від 24. 07. 2013) щодо кандидатських дисертацій, а її автор Приймак Галина Миколаївна, заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Доктор фізико-математичних наук, професор
проректор з наукової роботи
Національного педагогічного університету
імені М. П. Драгоманова

Торбін Г. М.

Підпис
ЗАВІРЯЮ: зав.канцелярією
НПУ ім. М.П.Драгоманова
Підпис
« 11 » 12 20 19 р.

Прикарпатський національний університет ім. Василя Стефаника
03021б/449
03 12 20 19