

ВІДГУК
офіційного опонента
на дисертаційну роботу Тарас Олени Геннадіївни
**“Алгебраїчні та топологічні структури спектрів алгебр аналітичних
функцій банахового простору”**
представлену на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Дисертаційна робота присвячена дослідженню певних класів алгебр аналітичних функцій на банахових просторах та банахових алгебр, зокрема, алгебр аналітичних функцій обмеженого типу.

Вивчення поліноміальних та аналітичних відображень на просторах нескінченної розмірності почалося ще у роботах М. Фреше, В. Вольтера, Р. Гато, Р. С. Мартіна, М. Цорна, С. Мазура, В. Орліча та інших. Алгебри аналітичних функцій від нескінченної кількості змінних та спектри таких алгебр першими почали досліджувати Р. Арон, Т. Гамелін, Б. Коул, П. Галіндо, М. Масстре, Х. Мухіка, Д. Гарсія, Л. Мораес, А. В. Загороднюк та інші. Вже перші спроби застосувати результати лінійного аналізу та узагальнити їх на випадки поліноміальних і аналітичних відображень виявили нетривіальність таких задач. Наприклад, ключовим питанням у вивченні спектрів алгебр аналітичних функцій є продовжуваність функціоналів з підпростору на ширший простір. Але навіть скалярозначні поліноміальні і полілінійні відображення (тобто найпростіші нелінійні відображення) не мають, взагалі кажучи, природних продовжень.

У 1951 році Р. Аренс знайшов спосіб продовження операції множення банахової алгебри A у другий спряжений простір A^{**} так, що A^{**} також стає банаховою алгеброю. Це продовження отримало назву «продовження Аренса». У 1978 році Р. Арон і П. Бернер запропонували спосіб продовження будь-якого n -однорідного неперервного полінома із банахового простору X у другий спряжений простір X^{**} зі збереженням норми. Якщо X – банахова алгебра, продовження Аренса є частинним випадком продовження Арона-Бернера. Пізніше А. Давіс і Т. Гамелін узагальнили продовження Арона-Бернера на випадок так званих аналітичних функцій обмеженого типу на банаховому просторі X . У 1991 році Р. Арон, Б. Коулом і Т. Гамеліном встановлено, що X^{**} можна природним чином ототожнити з підмножиною спектра алгебри

аналітичних функцій обмеженого типу на X . У 2006 році А.В. Загороднюк зробив остаточний опис спектра цієї алгебри. Хочу зауважити, що у відомій теорії Гельфанда спектр банахової алгебри (а також алгебри Фреше) використовується як область визначення неперервних функцій, які природно ототожнюються з елементами алгебри. Вже хоча б через це опис спектра конкретної алгебри є важливим етапом у її дослідженні.

Одним із основних результатів дисертаційної роботи є побудова та дослідження так званої мультиплікативної згортки на просторі $H_b(A)^*$ всіх лінійних неперервних функціоналів на алгебрі аналітичних функцій обмеженого типу (який містить спектр цієї алгебри). Зокрема, встановлені правила, за якими можна множити елементи спектру за допомогою мультиплікативної згортки. Особливо цінним є те, що мультиплікативна згортка є узагальненням продовження Аренса операції множення банахової алгебри A , на якій визначені згадані аналітичні функції (як вже говорилося, другий спряжений до A простір A^{**} вкладається в $H_b(A)^*$, точніше, A^{**} можна ототожнити з певною підмножиною $H_b(A)^*$). Для отримання описаного результату в роботі використано теорію поліноміальних відображень на банаховій алгебрі, а також теорію симетричних проективних тензорних степенів банахової алгебри.

Таким чином, дисертаційна робота Тарас О.Г. містить результати, які відносяться до сучасного нескінченновимірного нелінійного аналізу.

До основних результатів дисертаційної роботи можна віднести такі:

– введені та досліджені алгебри блочно-діагональних аналітичних функцій на банаховому просторі, зокрема, для конкретних часткових випадків таких алгебр на банахових просторах l_1, l_2 описано спектри;

– побудовано та досліджено мультиплікативну згортку на просторі, спряженому до алгебри аналітичних функцій обмеженого типу на банаховій алгебрі A , ця згортка є узагальненням продовження Аренса операції множення A ;

– показано, що множина оборотних елементів спектру алгебри аналітичних функцій обмеженого типу є аналітичним многовидом відносно операції, яка є узагальненням продовження Аренса;

– досліджено умови нерегулярності за Аренсом n -го симетричного проективного тензорного степеня банахової алгебри; умови нерегулярності передспряженого простору до алгебри аналітичних функцій обмеженого типу;

умови нерегулярності скінченої суми симетричних проективних степенів банахового простору;

– досліджено неперервність операції додавання на комплексифікації дійсного банахового простору у топології Гельфанда, яка породжена алгеброю аналітичних функцій обмеженого типу; також досліджено неперервність операцій додавання та покоординатного множення на банаховій алгебрі c_0 у топології Гельфанда.

У дисертації використовуються підходи та методи нескінченновимірної комплексного аналізу, комбінаторики, теорій банахових алгебр, алгебр Фреше, поліноміальних відображень, тензорних добутків, розділяючих поліномів, та ін. Результати дисертації є новими, представлені в дисертаційній роботі положення чітко сформульовані, для них наведені повні доведення, що забезпечує достовірність основних положень та висновків дисертації. Робота є завершеною науковою працею.

Результати дисертації повністю і своєчасно опубліковані у 18 роботах, серед яких 6 статей у наукових фахових виданнях та 12 тез міжнародних та всеукраїнських наукових математичних конференцій.

До недоліків дисертаційної роботи можна віднести наступні:

– прийняті у роботі позначення не завжди узгоджуються із загальноприйнятими;

– зустрічаються занадто довгі й важкі для сприйняття речення;

– зустрічаються дрібні неточності. Наприклад, на стор. 26 при посиланні на формулу (2.2.1) згадка про одиничну кулю недоречна; на стор. 36 нечітко визначено банахову алгебру; на стор. 39, 40 виникла плутанина при визначенні збіжної напрямленості та описі властивостей таких напрямленостей; на стор. 49 при описі продовження n -лінійного відображення не вказано, що йдеться лише про неперервні відображення; на стор. 86 ізоморфізм позначено знаком рівності; на стор. 93 у доведенні Твердження 4.3.1 замість «існує f » сказано «для довільного f »; на стор. 105 та 107 замість «у просторі» сказано «у топології простору»; на стор. 105 простори послідовностей вводяться з нумерацією від 1 до нескінченності, а використовуються з нумерацією від мінус нескінченності до нескінченності; на стор. 106 у Твердженні 5.1.6 сказано, що індекси усіх напрямленостей належать певній множині, хоч насправді у цій роботі кожна напрямленість має свою множину індексів; у Теоремі 5.1.13 на стор. 114 треба писати не «для довільного P », а «існує P »; на стор. 119 замість «будь-який поліном» слід казати «будь-який неперервний поліном»;

не завжди чітко вказано, що є що. Так, наприклад, на стор. 34 не вказано, якому простору належить функціонал φ ; на стор. 41 топологічний простір X названо множиною; на стор. 101 без пояснень використано термін «симетрично регулярний простір» (відповідні визначення наведено лише наприкінці стор. 102); у доведенні Твердження 5.1.6 на стор. 107 не вказано, що собою являє простір A ;

у Твердженні 4.2.4 та його доведенні на стор. 86, 87 уведено зайві позначення, які погіршують сприйняття;

параграф 5.2 викладений занадто конспективно;

має місце незначна кількість друкарських помилок.

Втім, висловлені вище зауваження не є суттєвими і не применшують загального позитивного враження від дисертаційної роботи.

Дисертація написана доброю українською мовою. Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Зважаючи на вищезазначене, вважаю, що дисертаційна робота "Алгебраїчні та топологічні структури спектрів алгебр аналітичних функцій банахового простору" відповідає вимогам пункту 11 "Порядку присудження наукових ступенів" (затвердженого постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 р.), які ставляться до робіт, що подані на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук, а її автор, Тарас Олена Геннадіївна, заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Провідний науковий співробітник
відділу функціонального аналізу
Інституту математики НАН України,
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник

Качановський М. О.

