

## ВІДГУК

офіційного опонента

на дисертаційну роботу Тарас Олени Геннадіївни

### **“Алгебраїчні та топологічні структури спектрів алгебр аналітичних функцій банахового простору”,**

представлену на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Теорія аналітичних функцій від нескінченної кількості змінних є новим напрямом нелінійного функціонального аналізу, який динамічно розвивається протягом останніх десятиліть. У витоках цієї теорії стояли такі математики як М. Фреше, Р. Гато, С. Банах, С. Мазур, В. Орліч, Л. Нахбін.

Останнім часом зріс інтерес до вивчення топологічних алгебр аналітичних функцій на банаховому просторі та, зокрема, спектру (множини характерів) таких алгебр. При вивченні спектру алгебри аналітичних функцій природно виникає питання про існування структури аналітичного многовиду цього спектру та про продовження лінійних операції і їх неперервність на спектр. Значні успіхи в цьому напрямку було досягнуто в роботах Р. Арона, Б. Коула, Т. Гамеліна, Дж. Мухіки, А. Давіє, П. Галіндо, М. Маестре, А. Загороднюка та інших. При цьому було розроблено методи, які узагальнюють продовження Гана-Банаха для нелінійних випадків. Зокрема, було використано так зване продовження Арона-Бернера, частковим випадком якого є продовження Аренса операції множення банахової алгебри  $A$  у  $A^{**}$ .

У дисертаційній роботі продовжено дослідження спектру алгебр аналітичних функцій обмеженого типу на банаховому просторі  $X$  та на банаховій алгебрі  $A$ . Наявність додаткової алгебраїчної структури (операція множення в  $A$ ) призвела до появи нової операції на спектрі, яка в дисертації названа “мультиплікативною” згорткою і є узагальненням продовження Аренса.

В роботі досліджено властивості цієї згортки, встановлено її неперервність та описано структуру аналітичного многовиду на множині

оборотних елементів спектру відносно “мультиплікативної” згортки, Таким чином, тема дисертації є актуальною, а дослідження лежать в руслі сучасних тенденцій розвитку теорії аналітичних функцій на банахових просторах. Крім того, в роботі досліджено алгебри блочно-діагональних аналітичних функцій.

Основними результатами дисертаційної роботи є такі:

– введено поняття алгебр блочно-діагональних аналітичних функцій на банахових просторах, показано їх місце в загальній теорії алгебр аналітичних функцій;

– для конкретних часткових випадків алгебр блочно-діагональних аналітичних функцій на банахових просторах  $l_1$ ,  $l_2$  описано спектри таких алгебр;

– побудовано “мультиплікативну” згортку на просторі, спряженому до алгебри аналітичних функцій обмеженого типу, яка є узагальненням відомого продовження Аренса, показано, що введена операція є неперервною, для елементів спектру алгебри аналітичних функцій обмеженого типу, досліджено властивості такого продовження;

– показано, що множина оборотних елементів спектру алгебри аналітичних функцій обмеженого типу є аналітичним многовидом відносно “мультиплікативної” згортки;

– досліджено умови нерегулярності за Аренсом  $n$ -го симетричного проективного тензорного степеня банахової алгебри, умови нерегулярності передспряженого простору до алгебри аналітичних функцій обмеженого типу;

– досліджено умови нерегулярності скінченної суми симетричних проективних степенів банахового простору, зокрема для банахового простору  $l_{2n}$ ;

– досліджено неперервність алгебраїчних операції (додавання і покоординатного множення) на комплексифікації дійсного банахового простору (алгебри  $l_{2n}$ ), а також на  $c_0$  у відповідній топології Гельфанда, яка породжена алгеброю аналітичних функцій обмеженого типу;

У дисертації використовуються відоме продовження Арона-Бернера, опис елементів спектру, запропонований А. Загороднюком, а також методи нескінченновимірної комплексного аналізу, комбінаторики, теорії

банахових алгебр і алгебр Фреше, теорії поліноміальних відображень, тензорних добутків, розділяючих поліномів та інше.

Усі результати дисертації є новими, твердження і теореми, які представлені у роботі, є чітко сформульованими і викладені разом з повними та обґрунтованими доведеннями. Сукупність цих результатів можна кваліфікувати як завершену наукову працю.

Дисертація написана грамотною українською мовою.

Результати дисертації своєчасно опубліковані у 18 роботах, серед яких 6 статей у наукових фахових виданнях та 12 матеріалів тез міжнародних та всеукраїнських наукових математичних конференцій.

Автореферат відповідає змісту дисертації і адекватно відображає її основні положення. У дисертації і авторефераті чітко визначено особистий внесок дисертанта. Основні результати дисертації апробовані на наукових семінарах та конференціях.

Проте, до дисертаційної роботи варто висловити певні зауваження:

1. В роботі доведено, що група оборотних відносно “мультиплікативної” згортки елементів є аналітичним многовидом відносно деякої природної топології. Було б добре навести приклад елемента цієї групи, який відрізняється від функціонала значення функції в точці.
2. У підрозділі 3.2 зроблено опис спектрів деяких часткових випадків алгебр блочно-діагональних аналітичних функцій для банахових просторів  $l_1, l_2$ . Чи можливо поширити цей результат для випадку  $l_p, p > 2$ ?
3. У теоремах 4.2.4, 4.2.5, 4.2.9 описано правило “мультиплікативної” згортки характерів певного вигляду. Залишається відкритим питання щодо “мультиплікативної” згортки характерів довільного вигляду.

Висловлені зауваження не мають принципового значення і не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації.

Зважаючи на вищезазначене, вважаю, що за актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень, новизною і науковою цінністю одержаних результатів дисертаційна робота О. Г. Тарас “Алгебраїчні та топологічні структури спектрів алгебр аналітичних функцій банахового простору”

відповідає вимогам пункту 11 "Порядку присудження наукових ступенів" (затвердженого постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 р.), які ставляться до робіт, що подані на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук, а її автор Тарас Олена Геннадіївна заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Професор кафедри економічної  
кібернетики та інформатики  
Тернопільського національного  
економічного університету, доктор  
фізико-математичних наук, професор

Д. І. Боднар

Підпис:	<i>Д. І. Боднар</i>
Завірюю:	<i>Тарас Олена Геннадіївна</i>
Зав. загальною адмін. частини:	<i>Тарас Олена Геннадіївна</i>

СТЕПЕНЬ КАНДИДАТА НАУК  
№ 03.02.11/344  
22 09 16