

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію

Лукашенко Марії Петрівни

„Диференціювання в кільцях та напівпервинність“,

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел

Важливий напрям в теорії кілець складають дослідження впливу властивостей диференціювань кілець на властивості і будову самого кільця. Ця тематика, яка пов'язана з іменами таких відомих алгебраїстів як Н.Джекобсон, І.Капланський, І.Херстейн, Ч.Ланскі та багатьох інших виникла в 40-х роках минулого століття. Теореми Е.Познера про диференціювання первинних кілець (перша теорема Познера про композицію диференціювань та друга теорема про комутативність кільця з умовою належності до центру кільця елементів вигляду $xd(x)-d(x)x$) призвели до появи великої кількості теорем комутативності. Ці результати також пов'язані з класичною диференціальною алгеброю, яка вивчає диференціальні розширення кілець, зокрема, кілець функцій дійсної змінної і вказує на неможливість розв'язання деяких класів диференціальних рівнянь в квадратурах (теорія Пікара-Вессію). Велика кількість результатів отримана для кілець з обмеженнями на диференціювання (Д.Берген, Ч.Ланскі, А.Джамбруно, О.Д.Артемович та інші), наприклад, кільця з диференціюванням, всі ненульові значення якого оборотні та кільця, диференціювання яких мають нільпотентні значення. Саме з дослідженнями в цих напрямках і пов'язана дисертаційна робота М.П.Лукашенко. Це свідчить про актуальність тематики дисертації, яка відноситься до напрямку в теорії кілець, який активно розвивається в останні десятиліття, зокрема в роботах українських математиків.

Охарактеризуємо коротко зміст дисертаційної роботи. Вона складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел. У першому розділі дано огляд відомих результатів, що стосуються тематики дисертації, наведено перелік основних позначень, наведено відомі поняття та означення, які використовуються у дисертаційній роботі, викладено допоміжні твердження загального характеру. В цьому розділі доведено також теореми 1.1. та 1.2, в яких досліджуються d -напівпервинні кільця, на яких диференціювання діє як гомоморфізм або антигомоморфізм. Основні результати містяться у наступних трьох розділах.

У другому розділі досліджуються жорсткі диференціювання кілець (нагадаємо, що диференціювання d кільця R називається жорстким, якщо

для будь-якого елемента a із R виконується або $d(a) = 0$ або $ad(a) \neq 0$). Поняття жорсткості диференціювань з різних точок зору досліджувалося в роботах багатьох алгебраїстів (П.Вольпенка, Ф.Пултр, Г.Бергман, В.Длаб, Л.Мексен, О.Д.Артемович та інші). Автор встановила деякі властивості жорстких диференціювань, які використовуються в подальших доведеннях, охарактеризувала локальні кільця з диференціюванням, яке є нульовим на радикалі Джекобсона. В основному результаті цього розділу – теоремі 2.2 охарактеризовано артинові комутативні кільця з нежорсткими диференціюваннями: доведено, що це якраз кільця, які розкладаються в пряму теоретико-кільцеву суму кілець, кожне з яких або поле, або є диференційно тривіальним v -кільцем.

Розділ 3 присвячено диференціюванням кілець з регулярними значеннями в кільці. Встановлено основні властивості таких диференціювань, дано характеристизацію комутативних кілець, що мають ненульові диференціювання з регулярними значеннями (теорема 3.1). Досліджено також кільця, що мають ϕ -диференціювання з регулярними значеннями, описано праві кільця Голді, що мають неединичний автоморфізм ϕ такий, що ϕ -диференціювання $1-\phi$ має регулярні значення (теорема 3.2).

В четвертому розділі вивчаються структури Лі та Жордана на диференційно напіпервинних кільцях. Встановлено взаємозв'язки між диференційною простотою (відповідно, диференційною первинністю та диференційною напіпервинністю) асоціативного кільця R , його приєднаного кільця Лі R^L та приєднаного кільця Жордана R^J . Для цього автор довела ряд допоміжних результатів для Δ -ідеалів кілець, пов'язаних з комутаторними співвідношеннями в кільці і центром кільця і вказала узагальнення однієї із теорем Херстейна для таких ідеалів (теорема 4.1). В теоремі 4.2 встановлено зв'язки між Δ -простотою (Δ -первинністю і Δ -напіпервинністю) кільця R і його приєднаного кільця Жордана R^J . аналогічні твердження для приєднаних кілець Лі вказані в теоремі 4.3.

Результати дисертаційної роботи є новими, науково обгрунтованими і отримані її автором самостійно.

З усього сказаного вище випливає, що дисертаційна робота Лукашенко М.П. є завершеним науковим дослідженням, яке є суттєвим внеском до актуального наукового напрямку в сучасній алгебрі. Результати роботи можна рекомендувати до використання фахівцями з теорії кілець, які працюють в Інституті математики НАН України, Львівському, Київському, Дніпропетровському, та Ужгородському університетах.

Результати дисертації опубліковано в 5 наукових статтях (з них 3 статті без співавторів) у виданнях, що входять до Переліку наукових фахових видань України. Із результатів статей, написаних у співавторстві в дисертаційну роботу ввійшли результати, отримані автором особисто.

Основні результати дисертаційної роботи доповідались на чотирьох Міжнародних математичних конференціях і на трьох Всеукраїнських конференціях, а також на семінарі кафедри алгебри і геометрії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Дисертація написана на належному науковому рівні, автореферат правильно відображає зміст дисертаційної роботи.

Відзначимо також деякі недоліки дисертації, які відносяться до її оформлення:

замість слів «К.Мексон заявив про проблему дослідження» краще писати просто «К.Мексон сформулював проблему» (див. с.16, р.2 знизу);

замість «нілпотетними» повинно бути «нілпотентними» (с.36, р.1 згори);

Замість «розширимо теорему» краще писати «узагальнимо теорему» (с.93, р.2 згори);

Замість слів «з'ясована вірність» краще писати «встановлено справедливність» (с.104 р.1 згори)

Замість слів «виконуються наступні властивості» краще писати «мають місце наступні твердження» (с.101 р.2 знизу)

Робота також містить невелику кількість друкарських помилок.

Зауважимо, що зазначені недоліки ніяк не впливають на загальний високий рівень дисертаційної роботи.

Робота має теоретичний характер. Її результати є перспективними в плані можливих застосувань у галузях математики, близьких до диференціальної алгебри, а також у багатьох прикладних задачах.

На основі сказаного вище вважаю, що дисертаційна робота «Диференціювання в кільцях та напівпервинність» відповідає всім вимогам Постанови Кабінету Міністрів від 24 липня 2013 року № 567 до кандидатських дисертацій, а її автор, Лукашенко Марія Петрівна, заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.

Офіційний опонент –

доктор фізико-математичних наук,
професор, завідувач кафедри алгебри
та математичної логіки Київського
національного університету імені
Тараса Шевченка



ПІДПИС ЗАСВІДОЧУ
ВЧЕНИЙ СЕКРЕТАР
КАРАУЛЬНА Н.В.
04.03.2016

