

Відгук
офіційного опонента на дисертаційну роботу
Бубняк Марії Миколаївни
“Множини збіжності періодичних гіллястих ланцюгових дробів
спеціального вигляду”,
поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-
математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Дисертаційна робота присвячена питанням дослідження збіжності періодичних гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду.

Ланцюгові (або ж неперервні) дроби – один з давніх та красивих розділів математики. Основи теорії неперервних дробів були закладені у роботах видатних математиків XVII – XIX ст. Л. Ейлера, Ф. С. Гаусса, Ж. Л. Лагранжа, Д. Бернуллі, Т. І. Стілтєса та інших. Сучасний стан аналітичної теорії неперервних дробів відображений у монографіях Г. С. Уолла, О. Перрона, У. Джоунса і В. Трона, Л. Лорентцен і Х. Воделанда, А. Коут.

Важливими підкласами неперервних дробів є періодичні та гранично-періодичні неперервні дроби. Багато елементарних та спеціальних функцій розвиваються саме у гранично-періодичні S -дроби. Дослідженню таких дробів присвячені роботи О. Штольца, Д. Бернуллі, Л. Ейлера, Е. Галуа, Р. Лейна, Е. Ван Флека, Г. С. Уолла, О. Перрона, В. Трона, Х. Воделанда, Л. Лорентцен та інших.

Теорема Ж. Л. Лагранжа про представлення квадратичної ірраціональності правильним періодичним неперервним дробом спонукала до появи різних багатовимірних узагальнень періодичних неперервних дробів, зокрема, для представлення алгебраїчних ірраціональностей вищих порядків. Такі узагальнення запропонували К. Г. Якобі, Е. Фюрстенау, Г. Мінковський, Г. Ф. Вороний, В. Брун, Г. Жекерес, Л. М. Мілн-Томсон, В. І. Арнольд та інші.

У 1966 році Віталій Якович Скоробогатько винайшов апарат гіллястих ланцюгових дробів (ГЛД), який мав слугувати аналогом неперервних дробів у випадку наближення функцій багатьох змінних. Основи аналітичної теорії ГЛД з N вітками розгалуження були закладені у монографіях П. І. Боднарчука і В. Я. Скоробогатька, В. Я. Скоробогатька, Д. І. Боднара.

Проте виявилось, що задача побудови відповідного функціонального S -дробу до подвійного степеневого ряду однозначного розв'язку у класі загальних гіллястих ланцюгових дробів не має. Для вирішення цієї проблеми

Х. Й. Кучмінською, М. О'Доногое та Дж. Мерфі, В. Семашко, А. Коут були запропоновані двовимірні неперервні дроби.

Аналогічна задача для N -кратних степеневих рядів була розв'язана за допомогою гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними. У випадку фіксованих значень змінних такі дроби називають гіллястими ланцюговими дробами спеціального вигляду. Досліджували питання збіжності ГЛД з нерівнозначними змінними Д. І. Боднар, Х. Й. Кучмінська, Т. М. Антонова, Р. І. Дмитришин, О. Є. Баран та інші.

З огляду на це актуальною є задача визначення, дослідження та застосування періодичних і гранично-періодичних дробів у класі ГЛД спеціального вигляду.

У дисертації М. М. Бубняк визначено періодичні гіллясті ланцюгові дроби спеціального вигляду, досліджено питання збіжності 1-періодичних, $(2,1,\dots,1)$ -періодичних та \vec{p} -періодичних гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду.

У розділі 2 визначено періодичні гіллясті ланцюгові дроби спеціального вигляду, досліджено деякі властивості таких дробів, встановлено нові формули різниці між двома підхідними дробами для \vec{p} -періодичних ГЛД, оцінку різниці двох підхідних дробів 1-періодичних ГЛД спеціального вигляду.

Розділ 3 присвячено поточковій збіжності періодичних гіллястих ланцюгових дробів. У теоремах 3.1 та 3.2 доведено збіжність 1-періодичних ГЛД. Характерною особливістю порівняно із встановленими раніше ознаками збіжності ГЛД з нерівнозначними змінними є дуже слабкі обмеження для вибору елемента першої вітки (він належить площині з розрізом). Теореми 3.3 та 3.4 присвячені збіжності 1-періодичних ГЛД у параболічних областях та у об'єднаннях параболічних областей. Більше того, встановлено множини значень цих дробів та оцінки відповідних апроксимацій за додаткових умов на їх елементи. Використовуючи теорему про збіжність зворотних неперервних дробів, досліджено умови поточної збіжності 1-періодичних ГЛД у площинах з розрізами (теорема 3.5). У теоремі 3.6 доведено збіжність та встановлено оцінки швидкості збіжності у кутових областях 1-періодичних ГЛД спеціального вигляду.

У підрозділі 3.4 досліджено множини збіжності $(2,1,\dots,1)$ -періодичних гіллястих ланцюгових дробів. При цьому М. М. Бубняк довелося додатково встановити швидкість збіжності 2-періодичних неперервних дробів (лема 3.4). У цьому ж розділі доведена необхідна умова збіжності 1-періодичних ГЛД з дійсними елементами (теорема 3.8).

У розділі 4 встановлено множини рівномірної збіжності періодичних ГЛД. У теоремі 4.1 доведено збіжність 1-періодичних ГЛД у кругових областях. Теорема 4.2 є багатовимірним аналогом теореми Ворпіцького для \vec{p} -періодичних ГЛД. Доведена рівномірна збіжність 1-періодичних ГЛД у об'єднаннях параболічних областей (теорема 4.3).

Суттєво новими є багатовимірні аналоги овальної теореми для \vec{p} -періодичних ГЛД спеціального вигляду. Для доведення теореми 4.5 були використані результати, які стосуються зворотних неперервних дробів, а доведення теореми 4.6 ґрунтується на застосуванні багатовимірного аналога теореми Стілтєса-Віталі.

Наведемо окремі зауваження, які суттєво не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи.

1) У формулюванні теореми 1.12 замість « $2m$ -мірним околom, m -мірного дійсного або m -мірного комплексного околу» потрібно писати « $2n$ -вимірним, n -вимірним дійсним, або n -вимірним уявним околom».

2) В дисертації для біноміальних коефіцієнтів $C_{N+s}^{N-1} = \binom{N+s}{N-1}$ вживається неправильне позначення $\binom{N-1}{N+s}$.

3) У роботі використовується термін «мініманта», який не визначено.

4) Є окремі математичні описки: на стор. 14 замість $-r^2$ повинно бути $-R^2$; на стор. 15 замість $c = 0$ повинно бути $c \neq 0$; на стор. 21 замість $(1-t)[(1-t)]^{m+1} - t^{m+1}$ повинно бути $(1-t)[(1-t)^{m+1} - t^{m+1}]$; на стор. 44 замість $1 \leq q \leq k$ повинно бути $1 \leq k \leq N-1$.

5) Допущено описки при записі ініціалів та прізвищ окремих дослідників, зокрема, на стор. 4 замість «Т. Я. Стілтєс» має бути «Т. І. Стілтєс», замість «О. Штолиц» має бути «О. Штолиць», замість «Х. С. Уолл» має бути «Г. С. Уолл», замість «А. Н. Хованського» має бути «О. М. Хованського»; на стор. 5 замість «Г. Ф. Вороной» має бути «Г. Ф. Вороний» і замість «Л. М. Мілне-Томсон» має бути «Л. М. Мілн-Томсон»; на стор. 10 замість «Ю. Слешинським» має бути «І. В. Слешинським».

6) Допущено граматичні та орфографічні помилки:

Стор.	Рядок	Написано	Має бути
6	8 зв.	1-періодичного гіллястого ланцюгового	1-періодичних гіллястих ланцюгових
12	6 зв.	запропоноване	запропонованого
12	11 зв.	інтерпритаціях фундаметнальних	інтерпретаціях фундаментальних

12	1 зв.	значення	значень
14	10 зн.	1-періодичний неперервний дріб	1-періодичні неперервні дроби
14	9 зн.	вивчати	вивчали
15	7 зв.	тоді, якщо	тоді, коли
16	5 зн.	неперервні	неперервні
17	9-10 зн.	при чому	причому
17	8 зн.	відображення (1.16) локсодромічного	відображення (1.16) є відображенням локсодромічного
17	1 зн.	є локсодромічного	локсодромічного
18	12 зв.	на випадок функції	на випадок функцій
18	13 зв.	гіллястий ланцюговий дріб	гіллястих ланцюгових дробів
19	4 зв.	із два вітками	із двома вітками
20	1 зв.	Для для	Для
23	1 зв.	оцінка швидкості збіжності характеризується нерівністю	оцінка швидкості збіжності є такою
25	3 зв.	1-періодичний	1-періодичним
37	5 зн.	скінчення границі	скінченні границі
37	6 зн.	відображення	відображення
41	4 зв.	індекс s залежать	індекс s залежить
45	1 зн.	громісткими	громіздкими
64	9 зн. і далі	стр.	стор.
64	6 зн.	1.	1).
76	13 зв.	Зашишки	Залишки
87	2 зв.	неперервний	неперервний
89	3 зн.	в залежності	в залежності від
104	2 зв.	немає	не має
121	11 зв.	переходить	переходять
128	5 зн.	періодичного	періодичний
131	8 зв.	якого	яких
132	12 зв.	побудова	побудови

7) Математичні оператори, такі як Re , Im , dist , tg не слід писати курсивом. Замість Re можна вживати \Re , замість Im можна вживати \Im , замість tg можна вживати \tan .

Дисертація оформлена у повній відповідності з існуючими правилами. Усі наукові результати отримані дисертантом самостійно і опубліковані у 9 статтях, 6 з яких в фахових виданнях, та 11 тезах. Автореферат повністю відображає зміст дисертаційної роботи.

Вважаю, що за актуальністю тематики, обсягом виконаної роботи, новизною і науковою цінністю отриманих результатів дисертаційна робота Бубняк Марії Миколаївни "Множини збіжності періодичних гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду" задовольняє всім вимогам Постанови Кабінету Міністрів України №567 від 24 липня 2013 року «Про порядок присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника» щодо дисертацій на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз, а її автор - Бубняк Марія Миколаївна заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

Провідний науковий співробітник
відділу обчислювальної математики
Інституту математики НАН України,
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник

А. П. Голуб

Підпис Голуба А.П. засвідчую
Вчений секретар
Інституту математики НАН України,
кандидат фізико-математичних наук



І.В.Соколенко

