

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Бубняк Марії Миколаївни
**“Множини збіжності періодичних гіллястих ланцюгових
дробів спеціального вигляду”**,
поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних
наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Об'єктом дослідження у дисертаційній роботі є багатовимірні узагальнення періодичних неперервних дробів – періодичні гіллясті ланцюгові дроби.

Характерною особливістю неперервних та гіллястих ланцюгових дробів є стійкість до збурень, що є важливим фактором у застосуваннях. Тому цей математичний апарат ефективно застосовують в обчислювальній математиці, механіці, електротехніці, теоретичній фізиці тощо. Це спонукало до розвитку аналітичної теорії неперервних та гіллястих ланцюгових дробів, яка включає встановлення ознак збіжності та стійкості до збурень, оцінок похибок апроксимації підхідними дробами, побудову розв'язень функцій у такі дроби. Дослідження в області неперервних дробів підсумовані у монографіях Г. І. Стільця, О. Перрона, Г. Уолла, У. Джоунса і В. Трона, Л. Лоренсен і Х. Воделанда, О. М. Хованського, А. Коут. Результати, які стосуються теорії гіллястих ланцюгових дробів, викладені у монографіях П. І. Боднарчука і В. Я. Скоробогатька, В. Я. Скоробогатька, Д. І. Боднара, Х. Й. Кучмінської, М. С. Сявавка, М. О. Недашковського.

Багато ознак збіжності неперервних дробів формулюються на мові множин збіжності. Техніка побудови множин елементів та множин значень була запропонована в 1940 році В. Скоттом та Г. Уоллом. Хоча перша кругова область збіжності для неперервного дробу $D_{n=1}^{\infty}(a_n/1)$ була доведена ще Ю. Ворпінським в 1865 році. Для неперервних дробів досліджувалися також кругові, кутові, параболічні, овальні та інші множини збіжності. Цей підхід розвинуто й удосконалено у роботах В. Трона, У. Джоунса, Л. Лоренсен, Х. Воделанда.

Особливе місце в теорії неперервних дробів займають періодичні дроби. Їх застосовують для встановлення найкращих областей збіжності. Такі дроби досліджували Д. Бернуллі, Л. Ейлера, Е. Галуа, Т. Тіле, Г. Уолл, О. Перрон та інші. Узагальненням періодичних дробів є гранично-періодичні неперервні дроби. Багато елементарних та спеціальних функцій розвиваються у такі дроби. При дослідженні гранично-періодичних неперервних дробів та прискоренні їх швидкості збіжності також використовують періодичні неперервні дроби. Як самостійний об'єкт при цих дослідженнях виникають зворотні неперервні дроби.

Отже, актуальною є задача побудови багатовимірних узагальнень періодичних неперервних дробів, дослідження їх властивостей та множин збіжності.

У процесі розвитку аналітичної теорії гіллястих ланцюгових дробів (ГЛД) з N гілками розгалуження, які запропонував В. Я. Скоробогатько, сформувалися окремі класи таких дробів: двовимірні неперервні дроби, гіллясті ланцюгові дроби з нерівнозначними змінними, які при фіксованих значеннях змінних прийнято називати гіллястими ланцюговими дробами спеціального вигляду. Найприродніше періодичні гіллясті ланцюгові дроби можна побудувати саме у класі ГЛД спеціального вигляду.

Для гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними встановлено багато аналогів класичних ознак збіжності неперервних дробів. Найважливішими серед них є: багатовимірні аналоги теорем Ворпійського, Слешинського-Прінгсгейма, Ван Флека, параболічної теореми та теореми про спарені області. Ці результати належать Д. І. Боднару, Х. Й. Кучмінській, Т. М. Антоновій, Р. І. Дмитришину, О. С. Баран та іншим.

У дисертації М. М. Бубняк визначено періодичні гіллясті ланцюгові дроби спеціального вигляду, встановлено деякі елементарні властивості, досліджено питання збіжності. При цьому суттєво використано результати, які стосуються теорії періодичних та гранично-періодичних неперервних дробів. Деякі з цих результатів дисертантці довелося доводити самостійно: леми 3.1, 3.4 та 4.1.

Враховуючи специфіку періодичного гіллястого ланцюгового дробу, М. М. Бубняк розглянула два види збіжності: поточкову та рівномірну. У розділі 3 представлено результати, які стосуються поточної збіжності. У теоремах 3.1, 3.2, 3.4 та 3.5 елемент 1-ої гілки належить комплексній площині з розрізом $(-\infty; -\frac{1}{4})$, тобто майже збережена область збіжності 1-періодичного неперервного дробу (за виключенням точки $-\frac{1}{4}$). Цей елемент фіксується і будується наступна область для вибору елемента 2-ої гілки. Вибирається елемент c_2 із цієї області і т.д. Отже, кожний наступний елемент гілки вибирається з області, параметри якої залежать від попередніх елементів. Саме таким чином визначено поточкову збіжність. Крім цього, в багатьох теоремах встановлені похибки апроксимації підхідними дробу.

У цьому ж розділі доведено необхідну умову збіжності 1-періодичного ГЛД з дійсними елементами. Проблема встановлення необхідних ознак збіжності для ГЛД є дуже актуальною. Т. М. Антоною встановлені кутові області збіжності ГЛД з нерівнозначними змінними. У теоремі 3.6 цей результат узагальнено на випадок 1-періодичного ГЛД. Т. М. Антонова та О. С. Баран довели ряд теорем, які є багатовимірними аналогами параболічної теореми для неперервних дробів. У теоремі 3.4, використовуючи техніку множин елементів та множин значень, доведено збіжність 1-періодичного ГЛД в об'єднанні параболічних областей. Більше того, встановлено область значень цього дробу та оцінку похибки апроксимації.

Розділ 4 присвячений множинам рівномірної збіжності періодичних ГЛД спеціального вигляду. З точки зору збіжності ці дробу розглядалися як функція від скінченного числа комплексних змінних – елементів цього дробу. Використовуючи багатовимірний аналог теореми Спітцесса-Віталі, доведена рівномірна збіжність 1-періодичних ГЛД в кругових областях (теорема 4.1), параболічних областях (теорема 4.4), об'єднанні параболічних областей (теорема 4.3). На особливу увагу заслуговують багатовимірні аналогі овалльної теореми для

неперервних дробів, які доведено у теоремах 4.5 та 4.6. Тут вперше досліджуються овальні області збіжності для гіллястих ланцюгових дробів.

Зауваження та побажання:

1) У формулюванні теореми 1.11 у знаменнику оцінки $|f - f_m|$ неправильно

поставлені дужки. Потрібно так $(1 - t) \left[(1 - t)^{m+1} - t^{m+1} \right]$.

2) У дисертації допущені окремі граматичні та орфографічні описки. Зокрема, на стор. 108 слово “функції” замість “функції”, на стор. 114 замість “оцінка швидкості збіжності цього дробу має вигляд” доречніше було би написати “справджується оцінка швидкості збіжності цього дробу”, на стор. 127 зайве слово “відповідно”, на стор. 131 замість “якого” повинно бути “яких”.

3) В огляді літератури доцільно було би для порівняння сформулювати параболічні та кутові теореми для гіллястих ланцюгових дробів з перівнозначними змінними, встановлені Г. М. Антоновою та О. Є. Баран.

4) У роботі допущено певні неточності в оформленні списку використаних джерел.

5) При записі ініціалів та прізвищ допущено описки: Г. Уолл, О.М. Хованський та інші.

6) В якості побажання, бажано було би досліджувати періодичні ГЛД з частинними чисельниками рівними 1.

7) Варто було би розглянути теорему про спарені області збіжні для 2-періодичного ГЛД.

Висловлені зауваження не мають принципового значення і не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації.

Дисертація оформлена відповідного до існуючих правил. Результати опубліковані у 9 статтях (2 без співавторів), 6 з них у фахових журналах, в тому числі 1 стаття перекладена і опублікована у науковому фаховому виданні, яке включене до міжнародної науково метричної бази даних “Scopus”, а також висвітлено в 11 тезах. Автореферат відображає зміст дисертації.

Усі результати дисертації є новими і викладені разом з повними і чітко обґрунтованими доведеннями. Сукупність цих результатів можна кваліфікувати

як завершену наукову працю, яка може бути використана в подальших дослідженнях в аналітичній теорії гіллястих ланцюгових дробів та теорії наближеннях функцій багатьох змінних, які проводяться в Інституті математики НАН України, Інституті прикладних проблем механіки і математики імені Я.С. Підстригача, Національному університеті "Львівська політехніка", Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника.

За актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень, новизною і науковою цінністю одержаних результатів дисертаційна робота Бубняк Марії Миколаївни "Множини збіжності періодичних гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду" відповідає вимогам Постанови Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 "Про порядок присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника" та вимогам МОН України щодо дисертацій на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз, а її автор – Бубняк Марія Миколаївна заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Доцент кафедри
прикладної математики
Національного університету
"Львівська політехніка",
кандидат фізико-математичних наук

Н. Р. Іваницька



Прикарпатський національний
університет ім. Василя Стефаника
Ж.ИДОР № 0202-212/6
16. 06. 2016.