

## ВІДГУК

офіційного опонента про дисертаційну роботу *Стефлюк Світлани Дмитрівної* “**Многочлени розбиттів та їх застосування**”, подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел

Дисертаційна робота С.Д. Стефлюк присвячена вивченню многочленів розбиттів. Такі многочлени виникають у багатьох задачах різних розділів математики: алгебрі, теорії чисел, комбінаторному аналізі, алгебраїчній геометрії, тощо. Поняття многочлена розбиття ввів Белл у 1927 році. Многочлен розбиття – це однорідний многочлен від багатьох змінних, де підсумовування проводиться за всіма невпорядкованими розбиттями натурального числа на цілі невід’ємні доданки. Звідси і назва таких многочленів. Певні многочлени розбиттів досліджували Варінг, Аброгас, Фаа ді Бруно, Мак-Магон, Белл, Якобі, Шур, Тушар та більш сучасні математики Макдональд, Платонов, Кузьмін, Kachi, Tzermias. Многочлени розбиттів тісно пов’язані із симетричними многочленами, теорією зображень симетричних груп та матрицями Хессенберга. В останній час досліджуються властивості не окремих многочленів розбиттів, а певні їх класи: многочлени Белла, Тушара, тощо.

Ефективним апаратом для подальших узагальнень многочленів розбиттів є теорія трикутних матриць, розроблена науковим керівником Р.А. Заторським. Зауважимо, що тут під трикутною матрицею розуміється трикутна таблиця з елементами, в той час, як класична трикутна матриця – це прямокутна таблиця, в якій під головною діагоналлю або над нею елементи дорівнюють нулю. З’ясувалося, що довільний многочлен розбиттів може бути однозначно виражений через одну з парафункцій (парадетермінант, параперманет) трикутних матриць спеціального вигляду. Це дало можливість виділити класи многочленів розбиттів до яких належать як відомі так і нові многочлени розбиттів.

Подана до захисту дисертаційна робота належить до цього напрямку досліджень. Автором роботи при допомозі методів числення трикутних матриць досліджуються властивості нових класів многочленів розбиттів та вказані їх застосування у алгебрі та теорії чисел. Із наведеного огляду можна зробити висновок, що тема дисертації, проведені в ній дослідження та одержані результати є *важливими та актуальними*.

Дослідження дисертаційної роботи виконані на кафедрі алгебри та геометрії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника і є складовою частиною досліджень цієї кафедри за науковими напрямками університету.

Відзначимо найбільш суттєві *нові наукові* результати, одержані автором і викладені у дисертації.

На основі теорії трикутних матриць, зокрема їх парафункцій у роботі запропоновано загальний метод дослідження многочленів розбиттів.

Розглянуто певні класи взаємно обернених многочленів розбиттів. Ці многочлени розбиттів виражені через парадетермінанти та параперманенти трикутних матриць похилої структури. Встановлено рекурентні співвідношення між такими многочленами розбиттів, які можна використати для їх обчислення. Подібним чином наведено вирази многочленів розбиттів через парафункції трикутних матриць похилої структури з одним першим або двома першими довільними стовпцями. Це нові, до цього невідомі класи многочленів розбиттів. Записано для цих многочленів розбиттів рекурентні співвідношення. Побудовані відповідні обернені многочлени розбиттів. На завершення описуються многочлени розбиттів парафункціями трикутних матриць в загальному випадку.

Наведені вище результати щодо многочленів розбиттів використані у наступному третьому розділі при вивченні  $m$ -арних чисел ( $m$ -арних функцій натурального аргументу). Зокрема, через многочлени розбиттів встановлено зв'язки між числом  $m$ -арних розбиттів натурального числа  $n$  на степені числа  $m$  та сумою всіх дільників натурального числа  $n$ , що є степенями числа  $m$ . Вказано і інші застосування многочленів розбиттів.

У роботі є й інші не менш важливі не наведені тут результати.

Усі наукові положення роботи *обтрунтовані* строгими математичними доведеннями, *апробовані* на конференціях та семінарах, тому їх *достовірність* не викликає сумнівів. Наукові результати дисертації *повністю опубліковано* у 5 статтях у фахових виданнях, з яких 2 – без співавторів, 2 – у фахових виданнях, які включені до наукометричної бази даних “Scopus” і в матеріалах та тезах наукових конференцій.

Дисертаційна робота є теоретичним дослідженням. Отримані у ній результати можуть знайти застосування у теорії чисел, комбінаториці, лінійній алгебрі та в інших розділах математики. Розроблені методи та одержані результати дисертації можна пропонувати використовувати у дослідженнях з відповідних галузей математики, які проводяться у Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника, Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львівському національному університеті імені Івана Франка, Київському національному університеті імені Тараса Шевченка, Інституті математики НАН України та в інших наукових установах і навчальних закладах України.

Робота виконана на належному науковому рівні. Дисертація та автореферат дисертації оформлені згідно чинних вимог. За своїми *науковими напрямками досліджень* дисертація С.Д. Стефлюк відповідає спеціальності 01.01.06 – алгебра та теорія чисел. Зміст *автореферату* дисертації повністю відображає основні її положення.

До *змісту дисертації зауважень* немає. Є *зауваження* до оформлення та тексту роботи:

- 1) Список використаних джерел прийнято складати в порядку цитувань або в алфавітному порядку. У дисертації список наведений у хаотичному порядку, що затрудняє пошук необхідних джерел.

- 2) Вживаються слова в неналежному сенсі, наприклад, на стор. 13 “... функції виду ...”, на стор. 21 “... многочлени виду ...”, хоч на цій же сторінці далі вжито “... матриці похилого вигляду ...”. Звичайно, всюди слід писати “... вигляду ...”. У тексті вживається термін “... справедливі рівності...”, стор. 45, тощо. На мою думку краще писати “... правильні рівності...”.
- 3) Є у тексті неточності, описки, тощо:
- а) на стор. 89 у формулі (2.72) коефіцієнт  $(k-3)!$  записаний перед третім доданком, а має бути перед четвертим;
- б) на стор. 112, та стор. 15 автореферату написано “... натуральне число  $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_r^{k_r} \dots$ ”, має бути добуток “... натуральне число  $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_r^{k_r} \dots$ ” та ін.

Наведені недоліки є переважно технічного характеру і не впливають на результати і загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Таким чином, на основі наведеного аналізу роботи можна зробити такий *загальний висновок*. Дисертаційна робота є завершеною науковою працею, що виконана на актуальну тему і містить нові науково обґрунтовані теоретичні результати. У дисертації при допомозі апарату числення трикутних матриць, виділено та вивчено нові класи многочленів розбиттів. Розв'язано загальну задачу про зображення многочленів розбиттів парафункціями трикутних матриць. Ці результати в сукупності є суттєвим вкладом у теорію чисел, комбінаторний аналіз, лінійну алгебру.

Усі викладені в дисертації результати повністю і вчасно опубліковані автором у фахових виданнях і пройшли належну апробацію. Отже, дисертаційна робота “**Многочлени розбиттів та їх застосування**” задовольняє всім вимогам Постанови Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року “Про порядок присудження наукових ступенів”, а її автор – *Стефлюк Світлана Дмитрівна* – заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук, професор,  
завідувач відділу алгебри Інституту  
прикладних проблем механіки і математики  
ім. Я.С. Підстригача НАН України

*В.М. Петричківч*

В.М. Петричківч



Підпис: *Петричківч В.М.*  
засвідчую  
Ст. інсп. ВР *[підпис]*  
" 20 " 09 2016

Прикарпатський національний  
університет ім. Василя Стефаника  
ВР. ПЛОР № *03.02-11/342*  
*22* 09 2016