

В І Д Г У К

офіційного опонента на дисертацію Стойки Мирослава Вікторовича «Матричні зображення груп та схрещених групових кілець над локальними комутативними кільцями», представленій на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра і теорія чисел

У дисертаційній роботі вивчаються матричні зображення груп та схрещених групових кілець над комутативними кільцями. Теорія зображень груп вивчається з початку двадцятого століття. Спочатку вивчались зображення у випадку, коли характеристика поля взаємно проста з порядком групи (так званий немодулярний випадок). Виявилось, що в такому випадку усі класифікаційні задачі пошуку зображень є задачами скінченного типу, тобто існує скінченна кількість класів еквівалентності нерозкладних зображень і має місце теорема про єдиність розкладу довільного зображення в пряму суму нерозкладних. Ці факти встановив відомий німецький математик, учень Фробеніуса, Исай Шур. Подальше вивчення зображень продовжувалось у модулярному випадку, тобто у випадку, коли характеристика базового поля ділить порядок групи. Спочатку були описані групи скінченного типу, далі вивчались групи нескінченного типу (В. А. Башев, С. А. Кругляк, Ш. Бреннер, В. М. Бондаренко) і врешті решт, у 1977 році В. М. Бондаренко та Ю. А. Дрозд отримали критерій ручності скінченної групи над довільним полем у модулярному випадку.

Також розглядаються зображення груп над комутативними кільцями. Одним з найпопулярніших напрямків є пошук зображень над кільцем цілих p -адичних чисел. У цьому напрямку працювали такі відомі математики, як Ф. Дідеріксен, Н. Цасенхаус, Р. Брауер, А. В. Ройтер, Л. О. Назарова, С. Д. Берман, П. М. Гудивок, А. Хеллер, І. Райнер, О. Г. Завадський, В. В. Кириченко.

Також ще Шуром на початку двадцятого століття була започаткована теорія проєктивних зображень груп. Починаючи з другої половини двадцятого століття розпочинається інтенсивне вивчення проєктивних зображень над довільним полем. Якщо параметри, які задають проєктивне зображення, зафіксувати, то таке зображення можна розглядати як зображення схрещеного групового кільця. Схрещені групові кільця скінченної групи і вказаного кільця, що мають скінченний тип, описані П. М. Гудивком і Л. Ф. Баранник.

У дисертаційній роботі Стойкою Мирославом Вікторовичем отримано зв'язок між дикістю скінченної 2-групи над нетеровим локальним факторіальним кільцем характеристики нуль з полем лишків характеристики 2 та наявністю фактор-кільця, що не є областю головних ідеалів. Отримано зв'язок між дикістю задачі про опис матриць над областю цілісності відносно еквівалентності за модулем максимального ідеалу і властивостями множини простих елементів даної області. Описано ручні схрещені групові кільця циклічної 2-групи і кільця цілих 2-адичних чисел з довільною системою факторів. Доведено дикість схрещеного групового кільця абелевої групи типу $(4, 4)$ і $(2, 2, 2)$ та кільця цілих 2-адичних чисел з довільною системою факторів. Описано ручні схрещені групові кільця абелевої 2-групи і кільця цілих 2-адичних чисел з (\pm) одиничною системою факторів. Отримано критерій ручності скінченних p -груп відносно проєктивних зображень над кільцем цілих p -адичних чисел.

Дисертаційна робота пов'язана з науковими дослідженнями, які проводя-

ться на кафедрі алгебри Ужгородського національного університету, зокрема з бюджетною темою «Зображення скінченних груп над комутативними кільцями та їх застосування» (тема затверджена на засіданні вченої ради математичного факультету, протокол №5 від 11 грудня 2014 р.)

Дисертація складається із вступу, п'яти розділів, висновків та списку використаних джерел.

У вступі згадані наукові роботи, які мотивували дослідження. Також поставлена мета дослідження, виокремлені об'єкт дослідження, предмет дослідження та методи дослідження, сформульована наукова новизна.

Перший розділ дисертації присвячений огляду літератури за даною тематикою. Другий розділ містить допоміжні твердження з теорії матричних зображень груп та схрещених групових кілець

Основні результати дисертації викладено в розділах 3 – 5.

У розділі 3 вивчаються матриці над комутативними кільцями з точністю до еквівалентності за модулем ідеалів. Спочатку вводиться поняття еквівалентності матриць за модулем ідеалу. Доведено декілька теорем про дикість задач опису матриць з точністю до еквівалентності за модулем ідеалу. Зокрема, встановлені дикості описаної задачі для певних класів ідеалів. У формулюванні цих тверджень активно використовується поняття простоти та взаємної простоти елементів кільця.

У розділі 4 вивчаються матричні зображення 2-груп над локальним факторіальним кільцем K характеристики 0 з полем лишків характеристики 2 . Зокрема, доведено теорему про те, що довільна скінченна 2-група над нетеровим локальним факторіальним кільцем характеристики нуль з полем лишків характеристики два буде дикою у випадку, коли 2 є добутком двох різних простих елементів кільця. Далі формулюється результат для випадку, коли

2 є простим елементом (задача також буде дикою).

У розділі 5 вивчаються матричні зображення схрещених групових кілець над p -адичними числами. Встановлені критерії ручності у випадку $p = 2$. А також критерій ручності у випадку довільного p для проєктивних зображень. Доведена теорема про те, що задача опису проєктивних зображень групи G над \mathbb{Z}_p є ручною тоді і лише тоді, коли її силівська p -підгрупа є циклічною порядку p або p^2 . Також описані випадки, в яких схрещене групове кільце дике над \mathbb{Z}_2 .

Слід відзначити, що результати, отримані в дисертації, пов'язані з різними галузями математики такими як теорія комутативних кілець, теорія p -адичних чисел, теорія зображень груп, схрещених групових кілець отже, варто сподіватись суттєвих застосувань отриманих результатів.

Таким чином, дисертація Стойки Мирослава Вікторовича «Матричні зображення груп та схрещених групових кілець над локальними комутативними кільцями» є завершеною працею. Усі викладені в дисертації результати є новими, а їх доведення – правильними і повними. Доведення в багатьох випадках технічно досить складні, що вимагає від дисертанта великих зусиль і майстерного володіння відповідними методами.

Дисертація дуже добре оформлена, хоча і є деякі граматичні неточності чи друкарські помилки. Наприклад, на с. 113 у першому абзаці вислів «задача ізоморфізму» варто замінити висловом «задача існування ізоморфізму». На с. 103 у десятому рядку написано «з рівностей (2) - (14)», хоча треба було написати «з рівностей (5.2) - (5.14)». На с. 91 у першому абзаці зайвим є слово «її». На с. 81 в самому кінці сторінки варто додати слово «так». На с. 76 у другому абзаці замість слова «позначатимемо» краще вжити слово «позначимо». Зрозуміло, що подібні неточності не можуть суттєво вплинути

на загальну оцінку дисертації.

Викладені в дисертації результати опубліковані у п'яти наукових статтях у фахових видавництвах, вони доповідались на трьох міжнародних конференціях. Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Отримані в дисертації результати можуть бути корисні аспірантам і співробітникам Інституту математики НАН України, Київського, Ужгородського і Львівського національних університетів, Національного університету "Кієво-Могилянська Академія" а також інших навчальних закладів України, дослідження яких пов'язані з теорією матричних задач та зображеннями алгебр.

Таким чином, дисертація Стойки Мирослава Вікторовича «Матричні зображення груп та схрещених групових кілець над локальними комутативними кільцями», є завершеною науковою працею, в якій отримано нові важливі і актуальні результати. Вона задовольняє всім вимогам «Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вчених звань», які ставляться до кандидатських дисертацій. Вважаю, що Стойка Мирослав Вікторович заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра і теорія чисел.

Офіційний опонент

кандидат фізико-математичних наук,

старший викладач кафедри математики

Національного університету

"Кієво-Могилянська Академія"

С. М. Дяченко

С. М. Дяченко

2 жовтня 2015р.

