

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Величко Тетяни Володимирівни

„Дослідження будови груп, насичених переставними підгрупами”,

подану на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел

Однією з найпоширеніших та важливих задач сучасної теорії груп (як скінченних, так і нескінченних) є вивчення впливу різних природних систем підгруп на будову всієї групи.

Будова групи значною мірою залежить від наявності системи підгруп з певними властивостями, розмірами цієї системи, та взаємодії підгруп, що належать до цієї системи, з іншими підгрупами. Ситуації, що тут виникають, можуть бути досить різноманітними. Іноді наявність лише однієї підгрупи з заданими властивостями може дуже вплинути на структуру групи, тоді як в інших випадках вплив великої кількості підгруп з відповідними властивостями є незначним.

У багатьох роботах розглядався вплив на будову групи систем її нормальних та узагальнено нормальних підгруп (субнормальних, зростаючих, майже нормальних, наближено нормальних, переставних та ін.). Між тим, досить істотний вплив на будову групи чинять підгрупи, які в тому чи іншому сенсі є антиподами нормальних та узагальнено нормальних підгруп. В теорії скінченних груп вивчення впливу таких підгруп проходить досить давно та успішно (роботи Р. Дедекінда, Ф. Холла, О.Ю. Шмідта, Г. Міллера та Х. Морено, Р. Бера, А. Фаттахі, П. Леговіні, Р. Картера та ін.).

В нескінченних групах ситуація значно складніша і для отримання досить повного опису груп необхідно вводити певні обмеження. Про це свідчить ціла серія прикладів, які побудував О.Ю. Ольшанський у своїх роботах.

В дисертаційній роботі Т.В. Величко особлива увага приділяється переставним та пронормальним підгрупам. Переставні підгрупи є природним узагальненням нормальних підгруп. Дослідження властивостей переставних підгруп було розпочато досить давно та отримано багато фундаментальних результатів (С. Стоунхевер, О. Оре та інші), але в основному в межах теорії скінченних груп. Після чого відзначився деякий спад, і тільки відносно недавно розпочався новий етап досліджень. Пронормальні підгрупи є узагальненням як нормальних, так і абнормальних підгруп, які є антиподом до нормальних. Введені вперше пронормальні підгрупи були Ф. Холлом. Вивчення пронормальних підгруп проводиться дуже активно, при цьому отримано багато нових результатів (Д. Робінсон, П. Леговіні, М.Ф. Кузенний та інші).

У дисертації був використаний досить відомий підхід, який полягає у дослідженні груп, всі підгрупи яких розбиті на два класи: підгрупи з заданою

властивістю та підгрупи, які в певному сенсі є антиподами до даних підгруп. Були вивчені групи, скінченно породжені підгрупи яких або пронормальні, або переставні. Оскільки, як відмічалось вище, ситуація у нескінченних групах набагато складніша, то дослідження проводилось з таким природним обмеженням на групи, як локальна скінченність. Також були розглянуті групи з даною властивістю у неперіодичному випадку (клас локально узагальнено радикальних груп).

Природним узагальненням нормальних підгруп є майже нормальні підгрупи. Вивчення будови груп за властивостями їх майже нормальних підгруп було розпочато досить давно та отримано досить багато результатів (Б. Нейман, І.І. Єршомін, Л.А. Курдаченко, М.Ф. Кузенний, С. Франціозі, Ф. де Джованні та ін.). Дослідження у цьому напрямку продовжуються дуже активно.

Отже, дослідження груп, всі підгрупи яких або майже нормальні, або контранормальні, а також груп, всі підгрупи яких або майже нормальні, або анормальні є актуальною задачею в теорії груп. Опису вказаних типів груп і присвячена дана дисертаційна робота.

Дисертаційна робота Т.В. Величко "Дослідження будови груп, насичених переставними підгрупами" складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел.

У вступі сформульовано мету та задачі дисертаційної роботи, викладено основні результати дослідження.

У розділі 1 наведено огляд літератури із тематики дисертації, наведено означення основних понять та формулювання відомих результатів, які використовуються в дисертаційній роботі.

Другий та третій розділи дисертаційної роботи присвячені будові груп, скінченно породжені підгрупи яких або переставні, або про нормальні. Отримано такі основні результати:

- опис локально скінченних груп, скінченно породжені підгрупи яких або переставні, або про нормальні (теорема 2.31);
- отримано опис неперіодичних локально узагальнено радикальних груп, скінченно породжені підгрупи яких або переставні, або про нормальні (теореми 3.13, 3.15).

У розділі 4 вивчаються групи, всі підгрупи яких або майже нормальні, або контранормальні а також групи, всі підгрупи яких або майже нормальні, або абнормальні. Це вивчення проводиться при деяких природних додаткових обмеженнях. Отримано такі основні результати:

- опис локально розв'язних груп, всі підгрупи яких або майже нормальні, або контранормальні (теорема 4.21);
- отримано опис локально розв'язних груп, всі підгрупи яких або майже нормальні, або анормальні (теорема 4.22).

Дисертаційна робота Т.В. Величко "Дослідження будови груп, насичених переставними підгрупами" є завершеною науково-дослідною роботою, яка виконана за актуальною тематикою. В роботі отримані нові, цікаві результати, які є достовірними та строго обґрунтованими. Результати

дисертації можуть бути використані в теоретико-групових дослідженнях, що проводяться в Інституті математики НАН України, Київському національному університеті імені Тараса Шевченка, Львівському національному університеті імені Івана Франка, Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника та Сумському державному педагогічному університеті імені А.С.Макаренка.

Робота виконана самостійно, її зміст повністю відображено в 5 наукових публікаціях у фахових виданнях та 4 тезах доповідей міжнародних конференцій.

Зміст автореферату правильно і повно висвітлює основні положення дисертації.

Основні недоліки стосуються не змісту дисертації, а її оформлення. Вкажемо на деякі з них.

1. Дуже бажано було б розпочати текст дисертації зі списку означень і позначень основних понять, що використовуються в дисертації.

2. Літературні джерела, на які є посилання в дисертації, бажано писати мовою оригіналу.

3. Мають місце певні мовні недоліки. Наприклад, на стор. 4 замість «виділити ...» треба писати «перелічити ...». Усюди слід писати «без скруту» замість «не має скруту».

4. В дисертації присутні також опечатки. Наприклад, на стор. 25 замість «антиподм до ...» треба писати «антиподом до ...».

Проте ці недоліки не впливають на науковий зміст дисертаційного дослідження і не знижують наукового рівня результатів автора, що винесені на захист.

Враховуючи вищезазначене вважаю, що дисертаційна робота Т.В. Величко **“Дослідження будови груп, насичених переставними підгрупами”** відповідає всім вимогам Постанови Кабінету Міністрів від 24 липня 2013 року № 567 до кандидатських дисертацій, а її автор, Величко Тетяна Володимирівна, заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра і теорія чисел.

Офіційний опонент –  
доктор фізико-математичних наук,  
професор, завідувач кафедри вищої  
математики Національного  
університету державної податкової  
служби України



М.М. Семко

*Семко М. М.*  
*109* *109* *15* *3*