

**Б.К.Остафійчук, В.Д.Федорів, І.М.Гасюк, В.І.Мандзюк**

## **Лабораторні роботи**

## **МЕХАНІКА**

## Лабораторна робота №1

### Вимірювання об'ємів тіл правильної форми

**Мета роботи.** Освоїти метод лінійного ноніуса та метод мікрометричного гвинта на прикладі визначення об'ємів тіл. Освоїти методику обробки результатів експерименту при непрямим вимірюваннях.

**Прилади та матеріали:** штангенциркуль, мікрометр, деталі для вимірювання (куля, циліндр).

#### Короткі теоретичні відомості.

При визначенні об'ємів тіл та їх густин необхідно вимірювати їх лінійні розміри. Для підвищення точності вимірів користуються вимірювальним приладом, який побудований за принципом методу збігів.

**Ноніус** – невелика додаткова шкала до основної шкали вимірювального приладу, яка дає можливість підвищити точність вимірювання. Ця шкала коває вздовж основного масштабу (рис. 1.1)

Поділки на основній шкалі та шкалі ноніуса наносять так, що  $(n - 1)$  поділка основної співпадає з поділкою ноніуса. Якщо  $\Delta\alpha_n$  і  $\Delta\alpha_m$  відповідно ціни поділок ноніуса і основної шкали, то

$$n \cdot \Delta\alpha_n = (n - 1)\Delta\alpha_m \quad (1)$$

звідки точність ноніуса, тобто різницю ціни поділок ноніуса та основної шкали можна визначити так

$$n \cdot \Delta\alpha_n = n \cdot \Delta\alpha_m - \Delta\alpha_m. \quad (2)$$

Розділимо рівність на  $n$ :

$$\Delta\alpha_n = \Delta\alpha_m - \Delta\alpha_m / n,$$

звідки

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_m - \Delta\alpha_n = \Delta\alpha_m / n. \quad (3)$$

Точність ноніуса рівна відношенню ціни найменшої поділки основної шкали до числа поділок ноніуса.

Ноніус для вимірювання з точністю до 0,1 мм – це шкала довжиною 9 мм, поділена на десять рівних частин. Ноніус для вимірювання з точністю до 0,05 мм має 20 поділок на довжині 19 мм.

**Штангенциркуль** – прилад для вимірювання лінійних розмірів з

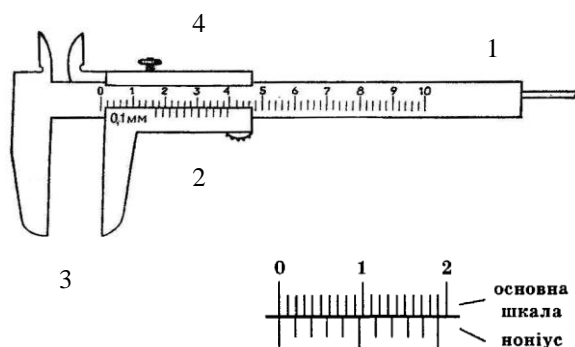


Рис. 1.1

- 1 – стальна лінійка з міліметровими поділками
- 2 – рамка з ноніусом
- 3 – ніжки
- 4 – гвинт

точністю від 0,1 до 0,02 мм. Будова зображена на рис. 1.1.

**Мікрометр** – прилад для вимірювання лінійних розмірів з точністю до 0,01 мм. Будова зображена на рис. 1.2.

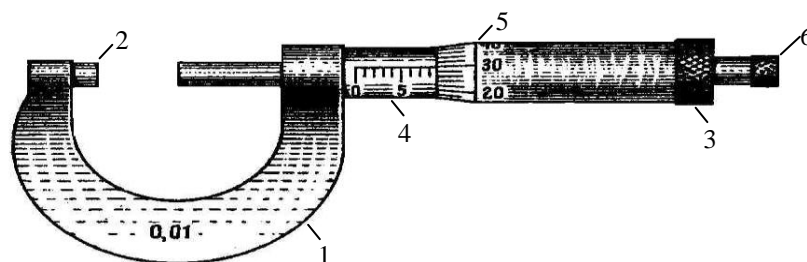


Рис. 1.2

- 1 – стальна скоба
- 2 – нерухома опорна п'ята
- 3 – мікрометричний гвинт
- 4 – стебло із основною шкалою
- 5 – обід барабана із поділками
- 6 – тріскачка

Дія мікрометра ґрунтується на властивості гвинта здійснювати при повороті його поступальне переміщення, яке пропорційне куту повороту. Деталь затискається лише п'ятою та мікрометричним гвинтом.

По шкалі стебла визначають ціле число (нижня шкала) і половини (верхня шкала) міліметрів. Відлік сотих часток міліметра здійснюють за поділками на барабані.

### Порядок виконання роботи.

#### I. Визначення об'єму кулі.

Об'єм кулі визначаємо за формулою:

$$V_k = \frac{\pi D^3}{6} \quad (4)$$

де  $D$  - діаметр кулі.

1. Мікрометром провести ряд вимірів діаметра кулі. Визначити середнє значення діаметра  $\bar{D}$  і абсолютну похибку  $\Delta D$ . У випадку незмінних значень вимірів діаметра кулі абсолютна похибка рівна похибці мікрометра. Отримані дані записати в табл. 1.

2. За формулою

$$\bar{V}_k = \frac{\pi \bar{D}^3}{6} \quad (5)$$

визначити середнє значення об'єму кулі.

3. Абсолютну похибку визначення об'єму кулі знаходимо за формулою

$$\Delta V_k = \frac{3\pi \bar{D}^2}{6} \Delta D \quad (6)$$

4. Відносну похибку вимірювання об'єму кулі проводять згідно формули

$$\varepsilon = \frac{\Delta V_k}{\bar{V}} \cdot 100\% \quad (7)$$

## II. Визначення об'єму циліндра.

Середнє значення об'єму циліндра

$$\bar{V}_y = \frac{\pi \bar{D}^2 \bar{H}}{4} \quad (8)$$

де  $\bar{H}$  – середнє значення висоти циліндра

$\bar{D}$  – середнє значення його діаметра.

Абсолютну похибку  $\Delta V_y$  знаходимо за формулою

$$\Delta V_y = \frac{\pi \bar{H} \bar{D} \Delta D}{2} + \frac{\pi \bar{D}^2 \Delta H}{4} \quad (9)$$

де  $\Delta D$  – абсолютна похибка вимірювання діаметра циліндра,

$\Delta H$  – абсолютна похибка вимірювання висоти циліндра.

1. З допомогою штангенциркуля провести ряд повторних вимірювань діаметра  $D$  та висоти  $H$  циліндра. Знайти їх середнє значення та відповідно абсолютні похибки. Результати записати в табл. 2.

2. За формулою (8) визначити середнє значення об'єму циліндра.

3. За формулою (9) визначити абсолютну похибку визначення об'єму.

4. Оцінити відносну похибку виміру об'єму за формулою (10)

$$\varepsilon = \frac{\Delta \bar{V}_y}{\bar{V}_y} \cdot 100\% \quad (10)$$

**Табл.1**

№п/п	$D_i$ (мм)	$\Delta D_i$ (мм)	$V_k$ (мм <sup>3</sup> )	$\Delta V_k$ (мм <sup>3</sup> )	$\varepsilon$ (%)
1					
2					
3					
	$\bar{D}_i =$	$\Delta \bar{D}_i =$	$\bar{V}_k =$	$\Delta \bar{V}_k =$	$\varepsilon =$

**Табл.2.**

№п/п	$D_i$ (мм)	$\Delta D_i$ (мм)	$H_i$ (мм)	$\Delta H_i$ (мм)	$V_y$ (мм <sup>3</sup> )	$\Delta V_y$ (мм <sup>3</sup> )	$\varepsilon$ (%)
1							
2							
3							
	$\bar{D}_i =$	$\Delta \bar{D}_i =$	$\bar{H}_i =$	$\Delta \bar{H}_i =$	$\bar{V}_y =$	$\Delta \bar{V}_y =$	$\varepsilon =$

## Контрольні питання.

1. Будова ноніуса. Як визначити похибку ноніуса?
2. Як побудувати ноніус для підвищення точності вимірювання за даним масштабом в  $n$  разів?

3. Яка будова і правила користування штангенциркулем та мікрометром?
4. Похибки вимірювань. Випадкові, систематичні похибки та промахи.
5. Обробка результатів при прямих вимірюваннях фізичної величини.
6. Обробка результатів при непрямих вимірюваннях фізичної величини.

### Література.

1. Кучерук І.М. Загальна фізика. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1993.
2. Остафійчук Б.К., Федорів В.Д., Гасюк І.М., Мандзюк В.І. Фізичний лабораторний практикум. Механіка. - Ів.-Франківськ.: «Лік», 2006.
3. Пойда, В. П. Загальна фізика : Механіка: конспект лекцій / В. П. Пойда. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.
4. Лисенко, О. В. Фізика : конспект лекцій / О. В. Лисенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2017. – Ч. 1. – 174 с.
5. Зачек, І. Р. Курс фізики : навч. підручник / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. – Львів: Бескид-Біт, 2002. – 376 с.
6. Бушок, Г. Ф. Курс фізики : навч. посібник: у 2 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – 2-ге вид. К.: Либідь, 2001. – 448 с.
7. І.М.Гасюк, Л.С.Кайкан. [Статистичні методи обробки результатів фізичного експерименту: курс лекцій: \[навчальний посібник\]. – Івано-Франківськ: Видавництво Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, 2011.- 159 с.](#)

## Лабораторна робота №2

### Зважування тіл на аналітичних терезах



**Мета роботи.** Оволодіти методикою зважування тіл на аналітичних терезах.

**Прилади та матеріали:** аналітичні терези, важки густиною  $\rho_1 = 2,7 \text{ г/см}^3$ , тіла для зважування (свинцеві дробинки густиною  $\rho_2 = 11,4 \text{ г/см}^3$ ).

#### Короткі теоретичні відомості.

##### Будова аналітичних терезів.

Основою аналітичних терезів є коромисло, в середині якого закріплена агатова призма. Агатова призма опирається на плоску агатову подушку, яка кріпиться на вершні колони. На кінцях коромисла на однаковій відстані від середньої розміщені ще дві призми, на які підвішені чашки.

Ваги забезпечені аретиром, який дозволяє коромисло і чашки підняти вгору і вивести призми із дотику з відповідними подушками. Аретир приводиться в дію за допомогою гвинта, розміщеного під плитою.

Для зважування тіл на аналітичних терезах використовують набір гир масою від 100 г до 10 мг. Зважування з більшою точністю забезпечується застосуванням рейтера - дротинка гиря, яку розміщують зверху на одне із плеч коромисла. Якщо він розміщений на першій поділці коромисла, то ним створюється момент сили, еквівалентний навантаженню в 1 мг, який знаходиться в чашці. Переміщення рейтера виконується спеціальним стержнем, який керується відповідною ручкою. Аналітичні ваги дозволяють зважування тіл не більше певної граничної маси, вказаної в паспорті терезів.

Більшість терезів для збільшення згасання коливань стрілки забезпечені демпферним пристроєм.

Стрілки терезів рухаються над шкалою з відрахунком від 0 до 10 мг в обидві сторони. В деяких терезах шкала розміщена на кінці стріли й проектується на екран за допомогою підсвічування оптичним пристроєм, який зветь вейтографом.

#### Коротка теорія зважування тіл на аналітичних терезах.

Зважування тіл на аналітичних терезах ґрунтується на рівності нулю моментів сил, які діють на коромисло. Нехай на одне плече коромисла підвішений вантаж невідомої маси  $m_1$ , а на іншому – еталон мас  $m_2$ . Тоді умова рівноваги коромисла виразиться формулою

$$(P_1 - F_{A1})l_1 - (P_2 - F_{A2})l_2 = 0 \quad (1)$$

де  $P_1$  – вага тіла,

$P_2$  – вага рівноваг,

$F_{A1}$  і  $F_{A2}$  – сили Архімеда, які діють відповідно на вантаж і рівноваги,  
 $l_1$  і  $l_2$  – плечі коромисла.

З рівняння (1) знаходимо масу зважуваного тіла

$$(m_1 g - F_{A1}) l_1 = (m_2 g - F_{A2}) l_2$$

Звідки:

$$m_1 = m_2 \frac{l_2}{l_1} + \frac{F_{A1} l_1 - F_{A2} l_2}{g l_1} \quad (2)$$

Враховуючи рівноплечистість аналітичних терезів, вираз (2) прийме вигляд:

$$m_1 = m_2 + \frac{\Delta P_A}{g}$$

$$\text{де } \Delta P_A = F_{A1} - F_{A2}.$$

Оскільки ідеально рівноплечих терезів не існує, то в результаті зважування вноситься деяка похибка, яку можна усунути застосуванням спеціальних способів зважування.

### Визначення поправки на дію сили Архімеда.

Для рівноплечих терезів, коли густина речовин зважування тіла і рівноваг відрізняються, умова рівноваги коромисла настає не при рівності мас тіла і гирьки, а при умові рівності ваги тіла і сили Архімеда:

$$P_1 - V_1 \rho_n g = P_2 - V_2 \rho_n g \quad (3)$$

де  $P_1$  – вага тіла у вакуумі,

$P_2$  – вага гирьки у вакуумі,

$V_1$  – об'єм тіла,

$V_2$  – об'єм гирьки,

$\rho_n$  – густина повітря,

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}, \quad V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} \quad (4)$$

де  $m_1$  і  $\rho_1$  – відповідно маса і густина зважуваного тіла,

$m_2$  і  $\rho_2$  – відповідно маса і густина гирьки.

Підставивши (4) у (3) отримаємо:

$$m_1 g - \frac{m_1}{\rho_1} \rho_n g = m_2 g - \frac{m_2}{\rho_2} \rho_n g,$$

або

$$m_1 \left( 1 - \frac{\rho_n}{\rho_1} \right) = m_2 \left( 1 - \frac{\rho_n}{\rho_2} \right)$$

Звідки

$$m_1 = m_2 \frac{1 - \frac{\rho_n}{\rho_2}}{1 - \frac{\rho_n}{\rho_1}} \quad (5)$$

За малістю величин  $\frac{\rho_n}{\rho_1}$  і  $\frac{\rho_n}{\rho_2}$  можна записати

$$m_1 = m_2 \left( 1 - \frac{\rho_n}{\rho_2} \right) \left( 1 + \frac{\rho_n}{\rho_1} \right) \quad (6)$$

або, перемноживши, дістанемо

$$m_1 = m_2 \left( 1 - \frac{\rho_n}{\rho_2} + \frac{\rho_n}{\rho_1} - \frac{\rho_n^2}{\rho_1 \rho_2} \right) \quad (7)$$

Оскільки  $\frac{\rho_n^2}{\rho_1 \rho_2}$  дуже мала величина і нею можна знехтувати, то

$$m_1 = m_2 \left( 1 + \left( \frac{\rho_n}{\rho_1} - \frac{\rho_n}{\rho_2} \right) \right) \quad (8)$$

Величина  $\Delta m = m_2 \left( \frac{\rho_n}{\rho_1} - \frac{\rho_n}{\rho_2} \right)$  поправка на дію Архімедової сили.

Враховуючи що густина повітря при кімнатній температурі  $\rho_n = 0,0012 \text{ г/см}^3$ , маса тіла визначиться формулою:

$$m_1 = m_2 + m_2 \cdot 0,0012 \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \quad (9)$$

### **Правила зважування на аналітичних терезах:**

1. Розміщуємо зважуване тіло і гирьки тільки на аретированих терезах.
2. Гирьки брати і розміщувати на чашки терезів пінцетом.
3. Зважуване тіло і рівноваги розміщують так, щоб їх центри ваги по можливості співпадали із центрами чашок.
4. Тіло кладуть на ліву, а гирьки на праву чашки.
5. Не потрібно повністю звільняти коромисла аретиром, поки чашки ще мало врівноважені.
6. Звільняти і аретировати коромисла необхідно завжди повільно і плавно.
7. Зупиняти коливання чашок терезів необхідно досить обережно, краще за все листком паперу.
8. Після закінчення зважування терези обов'язково потрібно аретировати, зняти навантаження і закрити футляр.

### **Порядок зважування тіл на аналітичних терезах:**

1. Визначити нульову точку терезів.
2. Провести зважування тіла.
3. Визначити чутливість навантажених ваг.

#### **I. Визначення нульової точки.**

Для визначення нульової точки необхідно взяти три максимальні значення відхилення стрілки вліво і два - вправо. Тоді розміщення нульової точки знаходять так:

$$a_{0i} = \frac{-\frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} + \frac{a_2 + a_4}{2}}{2},$$

а середнє значення знаходять із трьох вимірів

$$a_0 = \frac{a_{01} + a_{02} + a_{03}}{3}.$$

Результати виміру заносять в табл. 1.

**Табл. 1**

№п/п	Відхилення стрілки		Нульове положення
	Ліворуч	Праворуч	
1	$a_1 =$ $a_3 =$ $a_5 =$	$a_2 =$ $a_4 =$	$a_{01} =$
2	$a_1 =$ $a_3 =$ $a_5 =$	$a_2 =$ $a_4 =$	$a_{02} =$
3	$a_1 =$ $a_3 =$ $a_5 =$	$a_2 =$ $a_4 =$	$a_{03} =$

**II. Зважити тіло з точністю до міліграма.** Знайти середнє значення точки рівноваги при навантаженні терезів. Середнє значення точки рівноваги визначають із трьох вимірів.

Середнє значення  $a' = \frac{a'_1 + a'_2 + a'_3}{3}$ .

**III. Визначити чутливість навантажених терезів.**

1. На праву чашку (або використовуючи рейтер) додатково навантажити терези масою в 1 мг.

2. Методом коливань знайти положення точки рівноваги.

Результати виміру заносять в табл. 3.

**Табл. 2**

№п/п	Відхилення стрілки		Положення точки рівноваги при навантаженні терезів	Маса важків
	Ліворуч	Праворуч		
1	$a_1 =$	$a_2 =$	$a'_1 =$	
	$a_3 =$	$a_4 =$		
	$a_5 =$			
2	$a_1 =$	$a_2 =$	$a'_2 =$	
	$a_3 =$	$a_4 =$		
	$a_5 =$			
3	$a_1 =$	$a_2 =$	$a'_3 =$	
	$a_3 =$	$a_4 =$		

	$a_5 =$			
--	---------	--	--	--

Табл. 3

№п/п	Відхилення стрілки		Положення точки рівноваги при донавантаженні терезів масою 1 мг
	Ліворуч	Праворуч	
1	$a_1 =$	$a_2 =$	$a_1'' =$
	$a_3 =$	$a_4 =$	
	$a_5 =$		
2	$a_1 =$	$a_2 =$	$a_2'' =$
	$a_3 =$	$a_4 =$	
	$a_5 =$		
3	$a_1 =$	$a_2 =$	$a_3'' =$
	$a_3 =$	$a_4 =$	
	$a_5 =$		

Середнє значення точки рівноваги терезів знаходимо за формулою:

$$a'' = \frac{a_1'' + a_2'' + a_3''}{3}$$

3. Визначити чутливість навантажених терезів:

$$\omega = \frac{a' - a''}{1\text{мг}} = (a' - a'')(\text{мг}^{-1})$$

Чутливість вказує на скільки поділок переміщує стрілку маса в 1 мг.

4. Знайти ціну однієї поділки на шкалі

$$\nu = \frac{1}{a' - a''}(\text{мг})$$

**IV. Знайти поправку на недовантаження при зважування тіла, яке обумовлено відхиленням стрілки при рівновазі навантажених терезах від нульової точки не навантажених терезах.**

$$\Delta m = (a' - a_0) \cdot \nu = \frac{a' - a_0}{a' - a''}$$

**V. Знайти масу зважуваного тіла:**

$$M = m + \Delta m$$

де  $m$  – маса важків при зважуванні тіла.

**VI. Знайти масу тіла врахувавши дію виштовхувальної сили повітря**

$$M' = M + M \cdot 0,0012 \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right)$$

де  $\rho_1$  і  $\rho_2$  відповідно густини зважуваного тіла і гирьки.

### Контрольні запитання.

1. Будова аналітичних терезів і теорія зважування тіл на них.

2. Чутливість терезів.

3. Методика точного зважування тіл за допомогою аналітичних терезів:

- а) метод двійного зважування (метод Гауса);
- б) метод тарування (метод Борда);
- в) метод постійного навантаження (метод Менделєєва).

4. Вивести робочу формулу для визначення маси зважуваного тіла.

$$M' = M + M \cdot 0,0012 \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right)$$

### Література.

1. Кучерук І.М. Загальна фізика. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1993.
2. Остафійчук Б.К., Федорів В.Д., Гасюк І.М., Мандзюк В.І. Фізичний лабораторний практикум. Механіка. - Ів.-Франківськ.: «Лік», 2006.
3. Пойда, В. П. Загальна фізика : Механіка: конспект лекцій / В. П. Пойда. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.
4. Лисенко, О. В. Фізика : конспект лекцій / О. В. Лисенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2017. – Ч. 1. – 174 с.
5. Зачек, І. Р. Курс фізики : навч. підручник / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. – Львів: Бескид-Біт, 2002. – 376 с.
6. Бушок, Г. Ф. Курс фізики : навч. посібник: у 2 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – 2-ге вид. К.: Либідь, 2001. – 448 с.
7. Гасюк І.М., Кайкан Л.С. [Статистичні методи обробки результатів фізичного експерименту: курс лекцій: \[навчальний посібник\]. – Івано-Франківськ: Видавництво Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, 2011.- 159 с.](#)

## Лабораторна робота №3

### Вивчення законів кінематики і динаміки поступального руху на машині Атвуда



**Мета роботи.** Перевірити закони рівноприскореного руху та другий закон динаміки.

**Прилади та матеріали:** машина Атвуда ФМ 11, секундомір.

#### Короткі теоретичні відомості.

Машина Атвуда дає змогу забезпечити рівномірний та рівноприскорені рухи тягарців, а також виміряти проміжки часу, протягом яких тягарці проходять задані відстані при рухах. Будова машина Атвуда зображена на рис. 3.1.

- 1 – вертикальний стояк
- 2 – легкий алюмінієвий блок
- 3 – “невагома” нитка
- 4 – вантажі однакової маси
- 5 – додаткові вантажі
- 6 – суцільна підставка

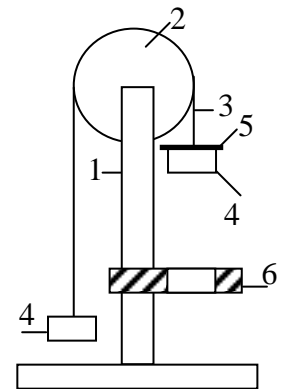


Рис.3.1.

В комплекті установки є додаткові тягарці, якими користуються для приведення системи в рівноприскорений рух.

Розглянемо рух системи, яка складається з двох вантажів (рис. 3.1), маса кожної з яких  $M$ , і блока, який будемо вважати невагомим. Якщо на один із них покладемо тягарець масою  $m$  і система пройде відстань  $x$ , то згідно закону збереження і перетворення механічної енергії, нехтуючи силами тертя, отримаємо:

$$(F_n - Mg)S + [(M + m)g - F_n]S = \left(\frac{2M + m}{2}\right)v^2 \quad (1)$$

$$mgS = \frac{2M + m}{2}v^2 \quad (2)$$

Прийнявши до уваги, що  $v^2 = 2aS$ , з (2) отримаємо формулу (3) для прискорення системи

$$a = \frac{m}{2M + m}g = \frac{1}{\frac{2M}{m} + 1}g \quad (3)$$

З формули (3) випливає, що збільшення маси додаткового тягарця, приводить до збільшення прискорення системи.

### Порядок виконання роботи:

#### I. Перевірка закону шляху

$$S = \frac{at^2}{2}.$$

1. Ввімкнути струм в колі електромагніту, що забезпечить утримування вантажів. На правий вантаж покласти тягарець масою  $m$ .

2. Підставку 6 встановити на певній відстані  $S_i$  від правого вантажу. Розімкнути коло електромагніту, в результаті чого одночасно запускається секундомір, який і вимірює час проходження відстані  $S_i$ . Результати вимірів заносимо в табл. 1.

Табл. 1

№п/п	$S$ (м)	$t_{11}$ (с)	$t_{21}$ (с)	$t_{31}$ (с)	$t_c$ (с)	$a$ (м/с <sup>2</sup> )	$g$ (м/с <sup>2</sup> )	$\varepsilon$ %
1								
2								
3								
4								
5								

3. Для фіксованих  $S_i$ , при однаковій масі тягарця виміряти  $t_i$ , як середнє із трьох вимірювань. Прискорення системи в усіх трьох випадках буде однаковим. Перевірити виконання співвідношення

$$a = \frac{2S_1}{t_1^2} \approx \frac{2S_2}{t_2^2} \approx \dots \approx \frac{2S_n}{t_n^2} \quad (4)$$

4. Знайти середнє значення  $\bar{a}$  і визначити прискорення вільного падіння за формулою:

$$g_c = \bar{a}(2M + m)/m \quad (5)$$

5. Порівняти теоретичне і експериментальне значення прискорення вільного падіння, визначити відносну похибку за формулою:

$$\varepsilon = [(g_e - g_T) / g_T] \cdot 100\% \quad (6)$$

#### II. Перевірка другого закону Ньютона $F = ma$ .

1. Якщо маса  $m$  додаткового вантажу складається із кількох тягарців, то перекладаючи тягарці з правої сторони на ліву ми цим самим забезпечимо рух системи незмінної маси  $M'$  з різним прискоренням.

Можна показати, що система масою  $M'$  рухатиметься під дією сили

$$F = (m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a = M'a \quad (7)$$

де  $m_1$  – маса правого тягарця,  $m_2$  – маса лівого тягарця.

Якщо із зміною мас змінювати відстань, яку проходить система, то в цьому випадку будемо мати

$$F_1 = M'a_1, \quad F_2 = M'a_2, \quad (8)$$

та

$$S_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \text{ і } S_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \quad (9)$$

Поділивши рівняння (8) і (9), матимемо

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2} \text{ і } \frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1 t_1^2}{a_2 t_2^2}. \quad (10)$$

Звідки

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1 t_2^2}{S_2 t_1^2}.$$

Вірність цього співвідношення необхідно перевірити.

2. Замкнемо коло електромагніту. Покладемо на правий вантаж систему тягарців масою  $m$ , забезпечивши цим самим масу системи величиною  $M'$ . На певній відстані  $S_i$  від правого вантажу закріпимо суцільну підставку.

3. Розімкнувши коло електромагніта, вимірюємо час проходження системою відстані  $S_i$  як середнє із трьох вимірювань.

**Табл. 2**

$M' = m_1 - m_2$ (кг)	$F = M'g$ (Н)	$S$ (м)	$t$ (с)	$\frac{F_1}{F_2}$	$\frac{S_1 t_{2c}^2}{S_2 t_{1c}^2}$
	$F_1 =$	$S_1 =$	$t_1 =$		
			$t_2 =$		
			$t_3 =$		
			$t_{1c} = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3} =$		
	$F_2 =$	$S_2 =$	$t'_1 =$		
			$t'_2 =$		
			$t'_3 =$		
			$t_{2c} = \frac{t'_1 + t'_2 + t'_3}{3}$		

4. Змінюючи масу вантажів, перекладаючи тягарці з правої на ліву сторону машини Атвуда, залишаючи незмінною масу системи, проводимо вимірювання часу проходження відстані  $S_i$ , яку також змінюємо при  $i$ -му досліді. Результати вимірів заносимо в табл. 2.

5. Перевіряємо наближене виконання співвідношення

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1 t_2^2}{S_2 t_1^2}$$

**Контрольні питання.**

1. Кінематичні величини, які характеризують поступальний рух тіла (вектор переміщення, вектор швидкості, вектор прискорення).
2. Прямолінійний рівномірний та рівноприскорений рухи. Рівняння руху у векторній та скалярній формах.
3. Закони динаміки матеріальної точки.

### Література.

8. Кучерук І.М. Загальна фізика. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1993.
9. Остафійчук Б.К., Федорів В.Д., Гасюк І.М., Мандзюк В.І. Фізичний лабораторний практикум. Механіка. - Ів.-Франківськ.: «Лік», 2006.
10. Пойда, В. П. Загальна фізика : Механіка: конспект лекцій / В. П. Пойда. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.
11. Лисенко, О. В. Фізика : конспект лекцій / О. В. Лисенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2017. – Ч. 1. – 174 с.
12. Зачек, І. Р. Курс фізики : навч. підручник / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. – Львів: Бескид-Біт, 2002. – 376 с.
13. Бушок, Г. Ф. Курс фізики : навч. посібник: у 2 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – 2-ге вид. К.: Либідь, 2001. – 448 с.
14. Гасюк І.М., Кайкан Л.С. [Статистичні методи обробки результатів фізичного експерименту: курс лекцій: \[навчальний посібник\]](#). – Івано-Франківськ: Видавництво Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, 2011.- 159 с.

## Лабораторна робота №4

### Визначення модуля Юнга за допомогою деформації розтягу



**Мета роботи.** Дослідити пружні властивості тіла і визначити фізичні величини, що характеризують ці властивості.

**Прилади та матеріали:** сталевий дріт, набір тягарців, оптичний мікрометр, штангельциркуль.

#### Короткі теоретичні відомості.

Зміну розмірів і форми тіла під дією зовнішніх сил називають деформацією. Якщо після припинення дії зовнішньої сили тіло повертається у вихідний стан, то таку деформацію називають пружною.

Всі види деформації можуть бути зведені до одночасно протікаючих деформацій стиску (розтягу) і зсуву.

Однією із характеристик деформації розтягу є нормальна напружка  $\sigma_n$ , яка чисельно рівна пружній силі, яка припадає на одиницю площі  $\Delta S$  перерізу тіла нормального до дії сили:

$$\sigma_n = \frac{\Delta F_n}{\Delta S} \quad (1)$$

Згідно закону Гука відносна деформація

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha \sigma, \quad (2)$$

де  $\Delta l$  – абсолютне видовження, яке рівне  $l - l_0$

$\alpha$  – коефіцієнт пружності,

$l_0$  – початкова довжина дротину.

Величину, обернену коефіцієнту пружності  $E = \frac{1}{\alpha}$ , називають модулем пружності, або модулем Юнга. Якщо відносну деформацію позначити  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ , то закон Гука для деформації розтягу можна записати так:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{\Delta F_n}{\Delta S} = \frac{\sigma_n}{E}, \text{ або } \sigma_n = E \varepsilon. \quad (3)$$

З формули видно, що модуль Юнга дорівнює напрузі, при якій абсолютне видовження тіла рівне його початковій довжині ( $\Delta l = l$ ).

У випадку, коли тіло має форму циліндра діаметром  $d$ , то його площа поперечного перерізу

$$S = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Тоді:



	$\bar{d} =$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\bar{E} =$	$\Delta E =$	$\varepsilon =$
--	-------------	----------	----------	----------	----------	-------------	--------------	-----------------

### Контрольні питання.

1. Пружна деформація розтягу та її характеристики.
2. Закон Гука для деформації розтягу.
3. Довести, що при деформації розтягу (стиску) об'єм тіла змінюється.
4. Проаналізувати діаграму розтягу.

### Література.

1. Кучерук І.М. Загальна фізика. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1993.
2. Остафійчук Б.К., Федорів В.Д., Гасюк І.М., Мандзюк В.І. Фізичний лабораторний практикум. Механіка. - Ів.-Франківськ.: «Лік», 2006.
3. Пойда, В. П. Загальна фізика : Механіка: конспект лекцій / В. П. Пойда. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.
4. Лисенко, О. В. Фізика : конспект лекцій / О. В. Лисенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2017. – Ч. 1. – 174 с.
5. Зачек, І. Р. Курс фізики : навч. підручник / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. – Львів: Бескид-Біт, 2002. – 376 с.
6. Бушок, Г. Ф. Курс фізики : навч. посібник: у 2 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – 2-ге вид. К.: Либідь, 2001. – 448 с.
7. Гасюк І.М., Кайкан Л.С. [Статистичні методи обробки результатів фізичного експерименту: курс лекцій: \[навчальний посібник\]. – Івано-Франківськ: Видавництво Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, 2011.- 159 с.](#)

## Лабораторна робота №5

### Визначення модуля зсуву методом коливань



**Мета роботи.** Освоїти методику визначення модуля зсуву методом коливань.

**Прилади та матеріали:** крутильний маятник, секундомір, лінійка, мікрометр.

#### Короткі теоретичні відомості.

Якщо дротину або стержень, закріплені з однієї сторони, закручувати, приклавши до другого кінця момент пари сил  $M$ , то кут закручування, згідно закону Гука, рівний

$$\varphi = kM \quad (1)$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності.

Величину, обернену до  $k$  називають модулем кручення:

$$G = \frac{1}{k}.$$

Тоді закон Гука для деформації кручення можна записати

$$M = G\varphi. \quad (2)$$

Закон Гука для деформацій зсуву має вигляд:

$$\gamma = \frac{\sigma_\tau}{N}, \quad (3)$$

де  $\gamma$  – відносний зсув (рис. 5.1),

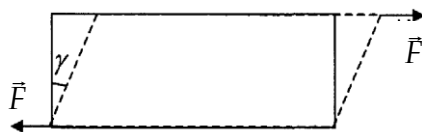


Рис. 5.1

$\sigma_\tau = \frac{F}{S}$  – дотична напруга;

$N$  – модуль зсуву,

$S$  – площа поперечного перерізу паралелепіпеда.

Зв'язок між модулем кручення  $G$  і модулем зсуву визначається формулою:

$$G = \frac{N\pi r^4}{2L} \quad (4)$$

де  $r$  – радіус дротини,  $L$  – її довжина.

Визначення модуля зсуву методом коливань ґрунтується на залежності періоду коливань маятника на дротині (рис. 5.2) від пружних властивостей матеріалу, з якої її виготовлено.

Маятник складається з циліндричної дротини 1, жорстко закріпленої в т.  $O$ . До нижнього кінця

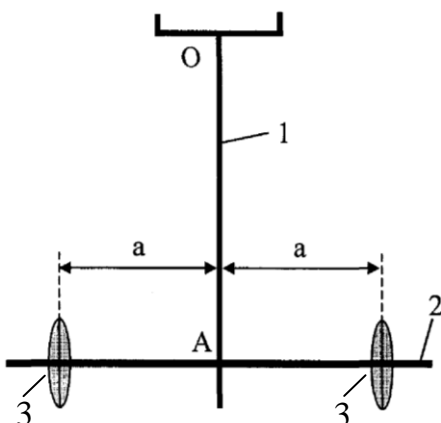


Рис. 5.2

дротини в т.  $A$  прикріплено горизонтальну рейку 2 з двома симетрично розміщеними тягарцями 3 масами  $m$ .

Період вільних коливань крутильного маятника виражається співвідношенням:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{G}}, \quad (5)$$

де  $I$  – момент інерції маятника відносно осі  $OA$ .

Момент інерції розглядуваної системи відносно осі  $OA$  рівний:

$$I = I_0 + 2ma^2, \quad (6)$$

де  $I_0$  – момент інерції горизонтальної рейки без тягарців і дротини;  $2ma^2$  – момент інерції тягарців відносно осі;  $a$  – відстань тягарців до осі обертання.

Для визначення модуля зсуву вимірюють період коливань крутильного маятника при двох різних розміщеннях тягарців на рейці:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + 2ma_1^2}{G}} \quad (7)$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + 2ma_2^2}{G}} \quad (8)$$

З формул (7) і (8) виключимо  $I_0$ . Отримаємо:

$$G(T_2^2 - T_1^2) = 8\pi^2 m(a_2^2 - a_1^2)$$

Звідки:

$$G = \frac{8\pi^2 m(a_2^2 - a_1^2)}{(T_2^2 - T_1^2)} \quad (9)$$

Підставивши (9) в (4), отримаємо робочу формулу для визначення модуля зсуву

$$\frac{8\pi^2 m(a_2^2 - a_1^2)}{(T_2^2 - T_1^2)} = \frac{N\pi r^4}{2L}, \text{ звідки}$$

$$N = \frac{16\pi Lm(a_2^2 - a_1^2)}{(T_2^2 - T_1^2)r^4} \quad (10)$$

### Порядок виконання роботи.

1. Виміряти лінійкою довжину дротини від верхнього затискача до рейки.
2. Мікрометром виміряти діаметр дротини в кількох місцях та знайти середнє значення діаметра  $i$ , відповідно, середнє значення радіуса.
3. Виставити тягарці на відстані  $a_1$  від дротини та знайти період повних коливань  $T_1$ . Для цього рейку повернути на кут  $10^\circ$  і відпустити, щоб вона вільно коливалась. Виміряти час п'яти повних коливань і визначити  $T_1$  як  $T_1 = \frac{t}{5}$ .
4. Виставити тягарці на відстані  $a_2$  від дротини та знайти період повних коливань  $T_2$ , аналогічно  $T_1$ .

5. Результати вимірювань занести у звітну таблицю та обчислити модуль зсуву матеріалу дротини за формулою (10).
6. Оцінити похибки експерименту.

**Таблиця даних, результатів вимірювань та обчислень**

№п/п	$L, \text{ м}$	$\Delta L, \text{ м}$	$a_1, \text{ м}$	$\Delta a_1, \text{ м}$	$a_2, \text{ м}$	$\Delta a_2, \text{ м}$	$T_1, \text{ с}$
1							
2							
3							
сер. зн.							

№п/п	$\Delta T_1, \text{ с}$	$T_2, \text{ с}$	$\Delta T_2, \text{ с}$	$R, \text{ м}$	$\Delta R, \text{ м}$	$N, \text{ Па}$	$\Delta N, \text{ Па}$	$\varepsilon, \%$
1								
2								
3								
сер. зн.								

**Контрольні питання.**

1. Сформулювати закон Гука та вказати основні характеристики деформації зсуву.
2. Деформація кручення.
3. Який зв'язок між модулем зсуву та модулем кручення?
4. Вивести робочу формулу для розрахунку модуля кручення циліндричної дротини методом коливань.

**Література.**

8. Кучерук І.М. Загальна фізика. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1993.
9. Остафійчук Б.К., Федорів В.Д., Гасюк І.М., Мандзюк В.І. Фізичний лабораторний практикум. Механіка. - Ів.-Франківськ.: «Лік», 2006.
10. Пойда, В. П. Загальна фізика : Механіка: конспект лекцій / В. П. Пойда. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.
11. Лисенко, О. В. Фізика : конспект лекцій / О. В. Лисенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2017. – Ч. 1. – 174 с.
12. Зачек, І. Р. Курс фізики : навч. підручник / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. – Львів: Бескид-Біт, 2002. – 376 с.
13. Бушок, Г. Ф. Курс фізики : навч. посібник: у 2 кн. Кн.1. Фізичні основи

механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – 2-ге вид. К.: Либідь, 2001. – 448 с.

## Лабораторна робота №6

### Вивчення обертового руху твердого тіла



**Мета роботи.** Визначити момент інерції та перевірити основне рівняння обертового руху твердого тіла.

**Прилади та матеріали:** маятник Обербека, вантажі, лінійка, штангенциркуль.

#### Короткі теоретичні відомості.

В роботі необхідно перевірити рівняння обертового руху

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M} \quad (1)$$

де  $I$  – момент інерції тіла,  $\vec{\varepsilon}$  – кутове прискорення,  $\vec{M} = \sum \vec{M}$  – векторна сума моментів сил, прикладених до тіла.

Перевірку рівняння (1) здійснюють за допомогою маятника Обербека, який складається з чотирьох стержнів і двох шківів різного радіуса, закріплених на одній горизонтальній осі. На стержнях по одному на кожному переміщуються і закріплюються в необхідному положенні вантажі однакової маси. Маятник обертається під дією сили натягу нитки, яка намотана на шків і до кінця якої прикріплений вантаж (рис. 7.1).

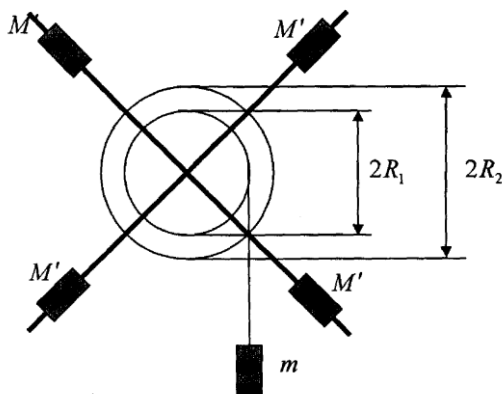


Рис. 7.1

Для маятника рівняння обертового руху, при умові рівності нулю моменту сил тертя, має вигляд

$$I\varepsilon = RF \quad (2)$$

Рівняння поступального руху вантажу на нитці

$$m\ddot{x} = mg - F_n \quad (3)$$

Рівняння, яке пов'язує прискорення тіла та кутове прискорення маятника

$$a = \varepsilon R \quad (4)$$

де  $R$  – радіус шківів,  $F_n$  – натяг нитки,  $a$  – прискорення вантажу на нитці,  $m$  – маса вантажу.

З (3) сила натягу нитки буде рівна

$$F_n = m(g - a), \quad (5)$$

а момент сили натягу, під дією якої маятник обертається,

$$M = mR(g - a) \quad (6)$$

Прискорення  $a$  визначають за відомим часом проходження тілом відстані  $h$ :

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (7)$$

Тоді

$$M = m \left( R - \frac{2h}{t^2} \right) \quad (8)$$

Якщо момент інерції маятника сталий, то при різних обертових моментах буде виконуватися співвідношення

$$\frac{M_1}{\varepsilon_1} \approx \frac{M_2}{\varepsilon_2} = \text{const} \quad (9)$$

Виконання умови (9) необхідно перевірити в роботі.

Моменти сили  $M$  знаходять за формулою (8), змінюючи величину маси  $m$ . Кутове прискорення обчислюють з формули  $a = \varepsilon R$ , звідки з врахуванням (7) знаходимо кутове прискорення маятника  $\varepsilon$

$$\varepsilon = \frac{2h}{Rt^2} \quad (10)$$

Момент інерції маятника можна знайти як суму моментів інерції хрестовини і тягарців масою  $M'$  в припущенні, що вони є матеріальними точками

$$I = I_0 + 4M'l^2 \quad (11)$$

$I_0$  – момент інерції хрестовини

$$I_0 = 2 \cdot \frac{1}{12} m_1 l^2, \quad (12)$$

де  $l$  – відстань від осі обертання до центра мас тягарців,  $L$  – довжина хрестовини,  $m_1$  – маса стержня ( $m_1 = 102$  г),  $M' = 200$  г.

### Порядок виконання роботи.

1. Виміряти довжину стержня  $L$  і за формулою (12) визначити момент інерції  $I_0$ .
2. Тягарці на стержнях закріпити на однакових відстанях  $l$  від осі обертання та за формулою (11) обчислити момент інерції хрестовини  $I$ .
3. Виміряти радіус шківів  $R$ .
4. Намотати нитку на шків і підвісити на ній вантаж на висоті  $h$ .
5. Ввімкнути кнопку “пуск” і зафіксувати час опускання важків. Повторюючи дослід 3 рази, обчислити за формулами (8) та (10)  $M_1$  та  $\varepsilon_1$  та їх середні значення.
6. Збільшивши масу важків на нитці, виконати вимірювання вказані в п. 4. Знайти середні значення  $M_2$  та  $\varepsilon_2$ .
7. Перевірити виконання рівності (9), що підтвердить вірність основного закону динаміки обертального руху.

8. Визначити середнє значення моменту  $\bar{I} = \frac{I_1 + I_2}{2}$  інерції та порівняти його із значенням, отриманим за формулою (11).

**Табл. 1**

	$R$ (м)	$h$ (м)	$t$ (с)	$M$ (Н·м)	$\varepsilon$ (рад/с)	$\frac{M}{\varepsilon}$ (кг·м <sup>2</sup> )	
$m_1 =$							$\left(\frac{M_1}{\varepsilon_1}\right) =$
$m_2 =$							$\left(\frac{M_2}{\varepsilon_2}\right) =$
							$\bar{I} =$

### Контрольні питання.

1. Дати означення моменту сили, моменту імпульсу та моменту інерції тіла.
2. Вивести основне рівняння обертового руху твердого тіла.
3. Сформулювати та довести теорему Штейнера.
4. В чому полягає суть динамічного методу визначення моменту інерції?

### Література.

14. Кучерук І.М. Загальна фізика. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1993.
15. Остафійчук Б.К., Федорів В.Д., Гасюк І.М., Мандзюк В.І. Фізичний лабораторний практикум. Механіка. - Ів.-Франківськ.: «Лік», 2006.
16. Пойда, В. П. Загальна фізика : Механіка: конспект лекцій / В. П. Пойда. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.
17. Лисенко, О. В. Фізика : конспект лекцій / О. В. Лисенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2017. – Ч. 1. – 174 с.
18. Зачек, І. Р. Курс фізики : навч. підручник / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. – Львів: Бескид-Біт, 2002. – 376 с.
19. Бушок, Г. Ф. Курс фізики : навч. посібник: у 2 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – 2-ге вид. К.: Либідь, 2001. – 448 с.

## Лабораторна робота №7

### Визначення моменту інерції гіроскопа



швидкістю навколо осі однією із вільних осей. три ступені вільності, закріплений так, що ти будь-який поворот нерухомої точки. Ця вається центром підвісця центру маси гіроскопа і збігаються, то момент сил тяжіння гіроскопа відносно дорівнює нулю. Оскільки тертя в місцях закріплення осі гіроскопа мале, то можна вважати момент сил тертя таким, що дорівнює нулю. Крім того, припустимо, що на гіроскоп не діють ніякі інші сили.

Таким чином, сумарний момент зовнішніх сил, що діє на гіроскоп, дорівнюватиме нулю. Такий гіроскоп називають вільним. Прикладом вільного гіроскопа, що має три ступені вільності, може бути гіроскоп на кардановому підвісі (рис. 10.1).

Нехай вісь  $bb'$  гіроскопа з вертикаллю становить гострий кут (рис. 10.2). До осі  $bb'$  гіроскопа прикладемо вертикальну зовнішню силу  $\vec{P}$ . Момент  $\vec{M}$

**Мета роботи.** Дослідним шляхом визначити момент інерції гіроскопа.  
**Прилади та матеріали:** експериментальна установка, секундомір.

#### Короткі теоретичні відомості.

Гіроскопом називається симетричне тверде тіло, яке обертається з великою симетрії, що є Гіроскоп має якщо він може здійснити навколо точка назису. Якщо центр підвісу зультуючий всіх частин центра підвісу

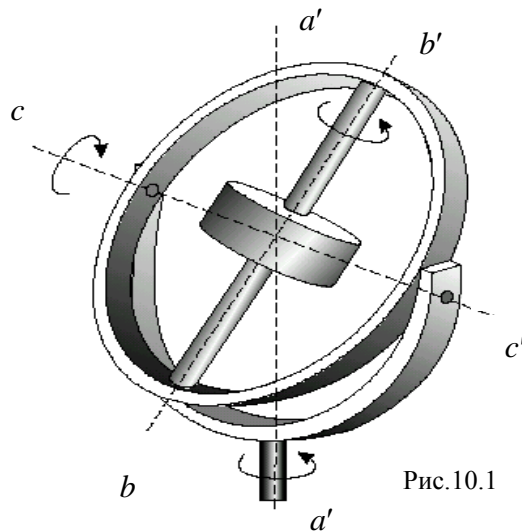


Рис.10.1

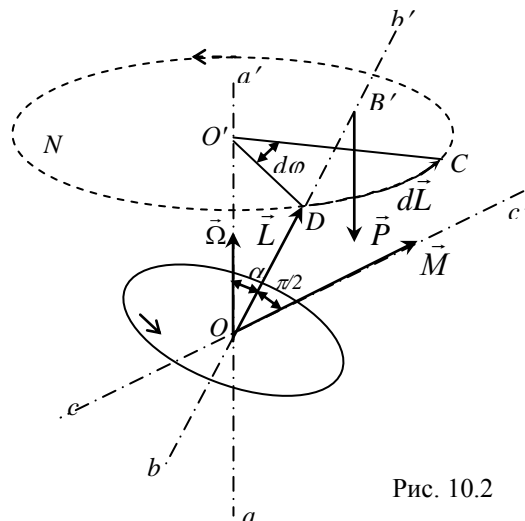


Рис. 10.2

Рис. 10.2

цієї сили напрямлений вздовж осі  $cc'$ . Під дією цієї сили за деякий час  $dt$  момент імпульсу  $\vec{L}$  гіроскопа дістане приріст  $d\vec{L}$ , тобто

$$d\vec{L} = \vec{M}dt. \quad (1)$$

Зміну вектора  $\vec{L}$  гіроскопа під дією зовнішніх сил називають **прецесією**. Цей рух характеризується кутовою швидкістю  $\vec{\Omega}$  прецесії. За час  $dt$  проекція вектора  $\vec{L}$  на горизонтальну площину  $N$  повернеться на кут  $d\varphi$ . З трикутників  $OOD$  і  $DOC$

$$d\varphi = \frac{dL}{L \sin \alpha}.$$

Врахувавши (1), маємо

$$d\varphi = \frac{M dt}{L \sin \alpha}, \quad (2)$$

де  $\alpha$  – кут, утворений вектором  $\vec{L}$  з вертикаллю.

Перепишемо рівняння (2) дещо в іншій формі, а саме  $M = L \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha$ .

(2a)

У цьому рівнянні похідна  $\frac{d\varphi}{dt}$  – кутова швидкість обертання вектора  $\vec{L}$ , а отже, і осі гіроскопа навколо вертикалі. Це кутова швидкість прецесії  $\Omega$ .

Отже,  $\Omega = \frac{d\varphi}{dt}$ . Тоді  $M = L\Omega \sin \alpha$ , а звідси  $\Omega = \frac{M}{L \sin \alpha}$ . (3)

Якщо власна вісь обертання гіроскопа розташована горизонтально, то рівняння (3) дещо спроститься і матиме вигляд  $\Omega = \frac{M}{L}$ .

Наведені міркування справедливі лише при умові  $\Omega \ll \omega$ , де  $\omega$  – кутова швидкість власного обертання гіроскопа. Згідно наближеної теорії гіроскопа повний момент імпульсу рівний

$$L \approx I\omega. \quad (4)$$

З урахуванням (4) маємо  $\Omega = \frac{M}{I\omega}$  (5)

Момент сили  $\vec{P}$  можна знайти за такою формулою:  $M = P \cdot l$ ,

(6)

де  $l$  – плече сили. Якщо вісь  $bb'$  гіроскопа горизонтальна, то  $l$  дорівнює відстані від точки прикладання сили до осі обертання  $aa'$ .

Підставивши (6) у (5), дістанемо

$$\Omega = \frac{Pl}{I\omega}. \quad (7)$$

звідки  $I = \frac{Pl}{\Omega\omega}$ . (8)

Оскільки  $\Omega = \frac{\varphi}{t}$ , а  $P = mg$ , то отримаємо кінцеву формулу для визначення моменту інерції гіроскопа.

$$I = \frac{mgl}{\varphi\omega}. \quad (9)$$

## Опис лабораторної установки

Конструкція лабораторної установки FRM – 10 приведена на мал. 10.3.

На основі 1, яка оснащена ніжками з регульованою висотою, що дозволяють провести вирівнювання приладу, закріплена колонка 2. На колоні знаходиться кронштейн 3, на якому закріплений фотоелектричний датчик 4 і зовнішня втулка з'єднання, що обертає, 5. З'єднувач дозволяє гіроскопу обертатися навколо вертикальної осі і забезпечує живлення електричним струмом фотоелектричний датчик 6 і електричний двигун 7 через роз'єм.

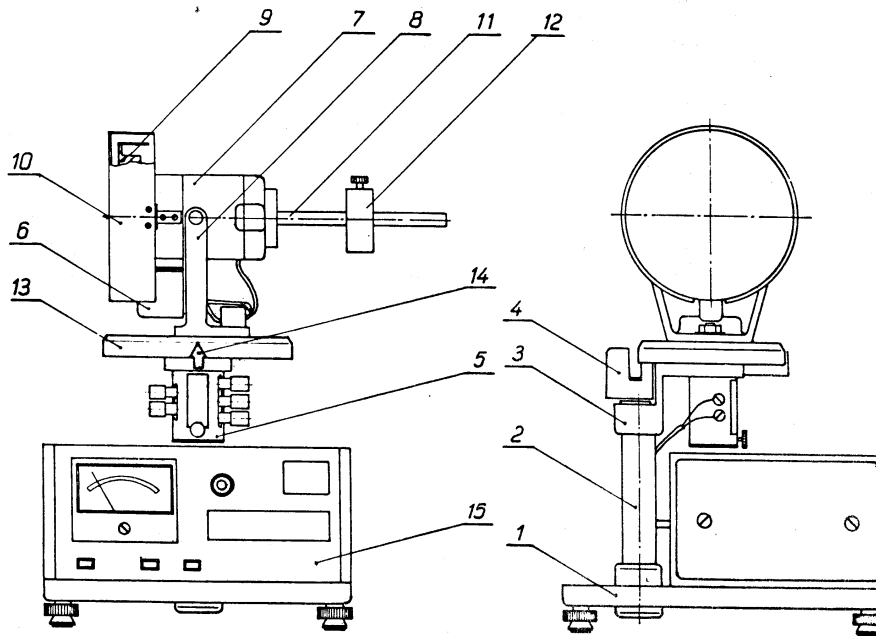


Рис.10.3

Електричний двигун змонтований на кронштейні 8. На валу двигуна закріплений вантаж 9, захищений екраном 10. Важіль 11, закріплений на корпусі двигуна, має нанесену метричну шкалу. На важелі закріплений вантаж 12. Переміщаючи вантаж по важелю і змінюючи положення центру мас системи, можна врівноважити гіроскоп. Кут повороту гіроскопа навколо вертикальної осі можна вимірювати. На диску 13 нанесена кутова шкала і є покажчик 14. На колі диска через кожних  $5^{\circ}$  просвердлені отвори, які підраховуються фотоелектричним датчиком 4, і інформація про кут повороту гіроскопа передається в блок управління і вимірювань FRM-10 15. Вантаж 9 має на зовнішньому колі насічки, які підраховуються фотоелектричним датчиком 6, і інформація про швидкість обертання електричного двигуна передається в блок управління.

### Порядок виконання роботи.

1. Встановити вісь гіроскопа у горизонтальне положення і врівноважити гіроскоп. Відзначити положення тягарця на осі. Пересунути тягарець і виміряти плече сили.

- Привести в рух гіроскоп ввімкненням вимикача “Пуск” і почекати 3-5 хв, протягом яких власна швидкість обертання гіроскопа стабілізується.
- Виконати вимірювання часу, протягом якого гіроскоп повернеться на  $30^\circ$ . Визначити кутову швидкість прецесії за формулою  $\Omega = \frac{\varphi}{t}$ .  
Виміряти момент інерції гіроскопа.
- Визначити момент інерції гіроскопа ще для 2 положень тягарця. Отримані дані занести в таблицю.

№ досліджу	$l$ , м	$\Delta l$ , м	$\varphi$ , рад	$\Delta\varphi$ , рад	$t$ , с	$\Delta t$ , с	$I$ , кг·м <sup>2</sup>	$\Delta I$ , кг·м <sup>2</sup>	$\varepsilon$ , %
1									
сер. знач.									
2									
сер. знач.									
3									
сер. знач.									

### Контрольні питання.

- Що називається гіроскопом?
- Наближена теорія гіроскопа.
- Сформулюйте закон збереження моменту імпульсу.
- Явище прецесії гіроскопа.

### Література.

- Кучерук І.М. Загальна фізика. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1993.
- Остафійчук Б.К., Федорів В.Д., Гасюк І.М., Мандзюк В.І. Фізичний лабораторний практикум. Механіка. - Ів.-Франківськ.: «Лік», 2006.
- Пойда, В. П. Загальна фізика : Механіка: конспект лекцій / В. П. Пойда. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.
- Лисенко, О. В. Фізика : конспект лекцій / О. В. Лисенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2017. – Ч. 1. – 174 с.

24. Зачек, І. Р. Курс фізики : навч. підручник / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. – Львів: Бескид-Біт, 2002. – 376 с.
25. Бушок, Г. Ф. Курс фізики : навч. посібник: у 2 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – 2-ге вид. К.: Либідь, 2001. – 448 с.

## Лабораторна робота №8

### Визначення швидкості поширення звуку в твердому тілі і модуля Юнга



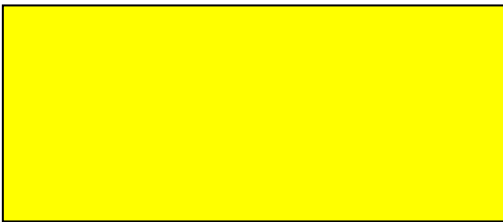
**Мета роботи.** Ознайомитися з одним із способів отримання стоячих звукових хвиль та визначити швидкість звуку і модуля Юнга шляхом вимірювання резонансних частот повздовжніх звукових коливань в стержнях, виготовлених із слабопоглинаючих звук матеріалів (метали).

**Прилади та матеріали:** установка для вивчення поширення звуку у твердому тілі ВФ-02: стержні (сталь, алюміній, латунь), звуковий генератор із телефоном, осцилограф, мікрофон.

#### Короткі теоретичні відомості.

При поширенні звуку в ізотропних твердих тілах спостерігаються як подовжні, так і поперечні хвилі, причому швидкість їх поширення залежить від пружних властивостей тіл, крізь які проходить хвиля.

Для цього розглянемо деякий елемент, який умовно вирізаний в суцільному пружному середовищі, скажімо довгий пружний стержень (мал.



14.1). Нехай на крайній переріз стержня подіяв короткочасний імпульс сили, перпендикулярний перерізу (удар молотком). Частинки середовища, які знаходяться в крайньому перерізі, набувають прискорення у напрямі дії сили і

зміщуються. Сусідній шар внаслідок інерції виявляється деформованим і в ньому виникають пружні сили, які прагнуть відновити первинний об'єм. Під дією пружних сил, що напрямлені проти швидкості частинок першого шару, ці частинки зупиняються, та зате набувають швидкості частинки другого шару. Це приводить до зникнення деформації в другому шарі і до виникнення її в третьому. Зсув частинок і деформація передаються далі від шару до шару.

Знайдемо швидкість поширення імпульсу. Покладемо, що у момент  $t$  імпульс стиску досягнув перерізу  $вг$ . В цей момент на переріз  $вг$  діє сила  $F$ , яка дорівнює силі з якою був нанесений удар по перерізу  $аб$  (якщо сили внутрішнього тертя є малими і ними можна знехтувати). Під дією сили  $F$ , частинки які лежать перед перерізом  $вг$  були стиснуті. Покладемо, що величина відносного стиску дорівнює  $\varepsilon$ . Оскільки стержень однорідний, то зміну густини можна вважати пропорційною стиску  $\Delta\rho = \varepsilon\rho$ , де  $\rho$  - густина недеформованого стержня.

Стиск і ущільнення, очевидно, поширюються із загальною швидкістю, яку позначимо  $c$ . За час  $\Delta t$  через переріз  $S$  буде переміщена маса:

$$\Delta m = S \Delta x \Delta \rho, \text{ де } \Delta x = c \Delta t.$$

Відповідно, момент імпульсу:

$$\Delta m c = S c \Delta t \Delta \rho c = S \Delta \rho c^2 \Delta t. \quad (1)$$

Цей момент імпульсу дорівнює імпульсу сили, яка діє на переріз:

$$F \Delta t = \Delta p S \Delta t. \quad (2)$$

Прирівнявши праві частини рівності (1) і (2), отримуємо:

$$\Delta \rho c^2 = \Delta p,$$

або

$$c^2 = \frac{\Delta p}{\Delta \rho} \quad (3)$$

Відмітимо, що ми не накладали ніяких обмежень на характер середовища, з якого вирізаний стержень (крім того, що воно пружне і суцільне). Таким чином, співвідношення (3) справедливе для твердих, рідких і газоподібних середовищ.

Так як  $\Delta p = \frac{\varepsilon}{\alpha}$  і  $\Delta \rho = \varepsilon \rho$ , то

$$c = \sqrt{\frac{1}{\alpha \rho}}, \quad (4)$$

Якщо імпульс поширення в ізолюваному елементі середовища, повздовжні розміри якого набагато більші поперечних (стержень, провід і т.д.), то коефіцієнт пружності  $\alpha$  пов'язаний з модулем Юнга відомим співвідношенням  $\frac{1}{\alpha} = E$ . Відповідно, швидкість поширення повздовжніх хвиль у стержні:

$$c_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (5)$$

де  $c_{\parallel}$  – швидкість поширення повздовжньої звукової хвилі,  $E$  – модуль Юнга матеріалу, з якого зроблений стержень, і  $\rho$  – його густина.

Для збудження подовжніх коливань в стержні достатньо яким-небудь чином викликати в одному з його кінців попереми́нне стискання і розтягування у напрямі довжини. Завдяки дуже малому згасанню пружної хвилі в стержні і її повному відбиванню на межі розділу стержень - повітря при певних частотах коливань встановлюються стоячі хвилі. Якщо стержень закріплений посередині, то при такому збудженні вузол стоячої хвилі знаходиться в місці закріплення, а пучності - на кінцях стрижня. В цьому випадку на стержні вкладається непарне число  $\lambda/2$ , оскільки відстань між вузлами дорівнює половині довжини хвилі. Цю умову можна записати так:

$$L = (2n+1) \frac{\lambda}{2} \quad (6)$$

де  $L$  - довжина стержня,  $\lambda$  - довжина біжучої хвилі,  $n = 0, 1, 2, 3$ .

Скориставшись рівностями:

$$\lambda = 2\lambda_{cm} = 2L \quad (7)$$

$$v = 2\lambda_{cm}v = 2Lv \quad (8)$$

де  $\lambda_{cm}$  - довжина стоячої хвилі  
 $v$  - частота генератора.

можна отримати формулу для знаходження швидкості поширення подовжньої звукової хвилі в стержні:

$$c = \frac{2L}{2n+1}v \quad (9)$$

Визначивши резонансні частоти  $v$ , при яких встановлюються стоячі хвилі, можна знайти швидкість поширення подовжніх хвиль в стержні, для випадку коли  $n = 0$ :

$$c = 2Lv \quad (10)$$

а звідси і модуль Юнга:

$$E = c^2\rho \quad (11)$$

Теорія стоячих хвиль описана в лабораторній роботі № 13 та [3], [4].

### Опис лабораторної установки

Схема установки представлена на рис. 14.2. Установка складається із звукового генератора *I*, приладу *II* з тримачем стержня і двома електромагнітами для збудження і приймання подовжніх коливань і катодного осцилографа *III*. Досліджуваний стрижень *1* закріплюється затискачем *2* на своїй середині так, щоб його нижній і верхній кінці були розташовані навпроти полюсів генератора звукових коливань *3* і приймача *3'*. Для посилення збудження подовжніх коливань джерело збудження і приймач необхідно розташувати ближче до кінців стержня, що досягається за допомогою мікрогвинтів, жорстко пов'язаних з електромагнітами. Змінна електрична напруга від генератора підводиться до котушки збудження. В результаті на нижній кінець стержня буде діяти періодична сила з частотою, що дорівнює частоті генератора, і у феромагнітному стержні будуть виникати подовжні хвилі.

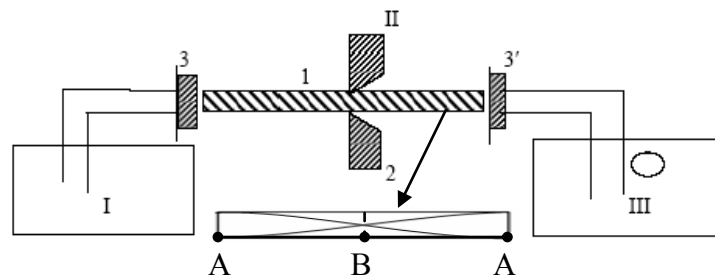


Рис. 14.2.

Якщо стержень зроблений з немагнітного матеріалу, то для збудження подовжніх хвиль до його кінців приклеюють тонкі пластинки з м'якого заліза.

Верхній електромагніт – приймач  $Z'$  – являється перетворювачем звукових

№ п/п	$\nu$ , Гц	$\Delta$ $\nu$ , Гц	$L$ , м	$\Delta$ $L$ , м	$c$ , м/ с	$\Delta$ $c$ , м/ с	$E$ , Па	$\Delta$ $E$ , Па	$E_{ma}$ $\delta$ , Па	$\rho$ кг/ м <sup>3</sup>	$\Delta\rho$ кг/ м <sup>3</sup>	$\varepsilon$ , %
----------	---------------	---------------------------	---------------	------------------------	------------------	------------------------------	-------------	-------------------------	------------------------------	---------------------------------	---------------------------------------	----------------------

коливань в електричні. Його котушка приєднується до клем “вхід вертикального підсилювача” катодного осцилографа. Підсилені електричні коливання, що поступають від приймача, і спостерігаються на екрані осцилографа. Поступово змінюючи частоту коливань напруги, можна добитися резонансу, тобто співпадання частоти вказаних коливань з однією з частот власних коливань стержня.

#### Хід роботи.

1. Включивши вимірювальний блок і осцилограф, дають приладам прогрітися на протязі 5 хвилин.
2. Включіть на вимірювальному блоці живлення і згідно умов виконання лабораторної роботи необхідний діапазон „МЕТАЛ”.
3. Встановіть за допомогою щупа зазори між електромагнітом і стержнем близько 0,1 мм.
4. Регулюючи величину зазору і змінюючи частоту генератора, добийтесь явища резонансу, про свідчить зростання сигналу з приймача на екрані осцилографа в 2-4 рази, при цьому фіксуючи частоту.
5. Отримані результати вимірювання занести в таблицю.
6. За формулою (10) та (11) розрахувати значення швидкості звуку та модуля Юнга для різних твердих тіл.
7. Вказані вимірювання провести із стержнями виготовлених з різних матеріалів (алюміній, сталь, латунь).
8. Виконати обчислення похибок вимірювань швидкості та модуля Юнга ( $\bar{E} = \bar{c}^2 \bar{\rho}$ ) для кожного із дослідів.
9. Порівняти результати вимірювань із табличними даними.
10. Встановити, як залежить швидкість звукових хвиль від частоти, за результатами роботи зробити висновки.

Табл.1

<i>Алюміній</i>											
1											
2											
3											
се р. зн.											
<i>Сталь</i>											
1											
2											
3											
се р. зн.											
<i>Латунь</i>											
1											
2											
3											
се р. зн.											

### Контрольні питання.

1. Поширення короткочасного імпульсу у пружному середовищі. Поздовжні та поперечні хвилі. Звукова хвиля.
2. Рівняння плоскої біжучої гармонічної хвилі.
3. Довжина хвилі та швидкість її поширення. Фазова швидкість. Швидкість поширення звуку ті її залежність від густини середовища, температури.
4. Інтерференція хвиль. Умова максимумів та мінімумів.
5. Стояча хвиля. Рівняння стоячої хвилі. Довжина стоячої хвилі.
6. Методика визначення швидкості поширення звуку методом резонансу.
7. Принцип побудови та дії установки для визначення швидкості поширення звуку у твердих тілах.
8. Як розрахувати модуль Юнга матеріалу стержня за відомою величиною швидкості поширення в нім повздовжніх хвиль?

### Література.

26. Кучерук І.М. Загальна фізика. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1993.
27. Остафійчук Б.К., Федорів В.Д., Гасюк І.М., Мандзюк В.І. Фізичний лабораторний практикум. Механіка. - Ів.-Франківськ.: «Лік», 2006.
28. Пойда, В. П. Загальна фізика : Механіка: конспект лекцій / В. П. Пойда. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.
29. Лисенко, О. В. Фізика : конспект лекцій / О. В. Лисенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2017. – Ч. 1. – 174 с.
30. Зачек, І. Р. Курс фізики : навч. підручник / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. – Львів: Бескид-Біт, 2002. – 376 с.
31. Бушок, Г. Ф. Курс фізики : навч. посібник: у 2 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – 2-ге вид. К.: Либідь, 2001. – 448 с.

## Лабораторна робота №9

### Визначення декременту згасаючих коливань



**Мета роботи.** Дослідити основні характеристики згасаючих коливань.

**Прилади та матеріали:** маятник для отримання згасаючих коливань, міліметрова лінійка, секундомір.

#### Короткі теоретичні відомості.

У реальній механічній коливній системі початково надана їй енергія при коливаннях зменшується внаслідок роботи по подоланню сил

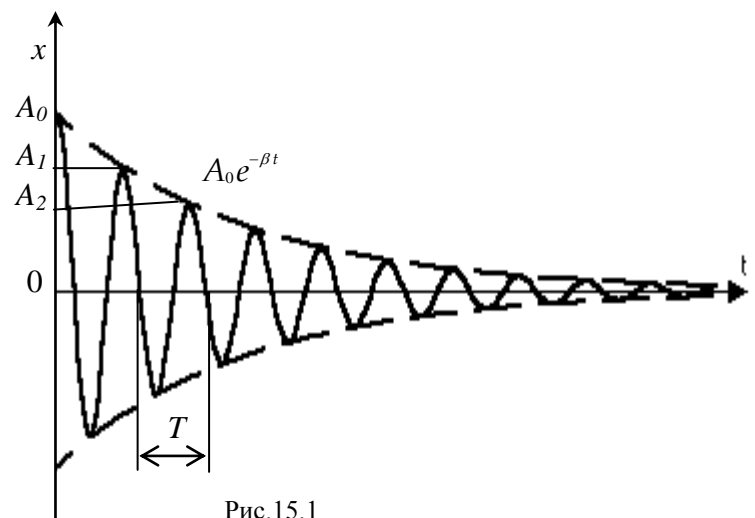


Рис.15.1

тертя. З часом максимальне зміщення коливного тіла від положення рівноваги, швидкість та прискорення зменшуються – коливання згасають (рис. 13.1). Такий коливний рух не є періодичним: стани коливної системи не повторюються. Тому при описі згасаючих коливань поняттями амплітуди, періоду і частоти можна користуватися тільки умовно.

Закон зменшення амплітуди залежить від характеру сил тертя. Найбільш простим і разом з тим достатньо поширеним є випадок, коли сила тертя прямо пропорційна швидкості  $v$ :

$$F_T = -bv = -b \frac{dx}{dt}, \quad (1)$$

де  $x$  – зміщення тіла від положення рівноваги;  $b$  – додатна константа, що характеризує силу тертя. У цьому випадку динамічне рівняння руху тіла має вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt}, \quad (2)$$

де  $m$  – маса тіла,  $-kx$  – сила, що повертає тіло до положення рівноваги (квазіпружна сила).

Рівняння (2) перепишемо як:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (3)$$

де  $2\beta = b/m$ ;  $\omega_0^2 = k/m$ ; ( $\omega_0$  – частота власних коливань системи, що відбуваються без сили тертя). Розв'язок рівняння (3) шукатимемо у комплексній формі:

$$x = A_0 e^{i\gamma t}, \quad (4)$$

де  $A_0$  – зміщення у початковий момент часу  $t = 0$ ,  $\gamma$  – величина, яку необхідно означити. Підставивши знайдений розв'язок (3) у диференціальне рівняння (4), отримаємо:

$$A_0 e^{i\gamma t} (\gamma^2 - 2i\beta\gamma - \omega_0^2) = 0. \quad (5)$$

Оскільки множник  $A_0 e^{i\gamma t} \neq 0$ , то

$$\gamma^2 - 2i\beta\gamma - \omega_0^2 = 0. \quad (6)$$

Звідси

$$\gamma = i\beta \pm \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = i\beta \pm \omega, \quad (7)$$

де

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (8)$$

Підставивши (7) у (4), отримаємо

$$x = A_0 e^{-\beta t} e^{\pm i\omega t}. \quad (9)$$

При великій силі тертя, якщо  $\beta > \omega_0$ , величина  $\omega$  є уявною. Тоді величина  $i\omega t$  є дійсною і у відповідності із (9) зміщення  $x$  зменшуватиметься за експоненціальним законом: коливань не буде (рис. 13.2).

Якщо тертя є невеликим ( $\beta < \omega_0$ ), то величина  $\omega$  – дійсна. Тоді  $e^{\pm i\omega t} = \cos \omega t \pm i \sin \omega t$  співвідношення (9) прийме вигляд  $x = A_0 e^{-\beta t} (\cos \omega t \pm i \sin \omega t)$ .

Дійсна і уявна частини цього виразу, тобто  $x_1 = A_0 e^{-\beta t} \cos \omega t$  та  $x_2 = A_0 e^{-\beta t} \sin \omega t$ , є розв'язками рівняння (3). Лінійна комбінація  $x = c_1 x_1 + c_2 x_2$ , де  $c_1$  і  $c_2$  – довільні сталі, також буде розв'язком того ж рівняння.

Оскільки функції синус і косинус відрізняються тільки значеннями аргументу, то розв'язок можна виразити тільки через одну із вказаних функцій:

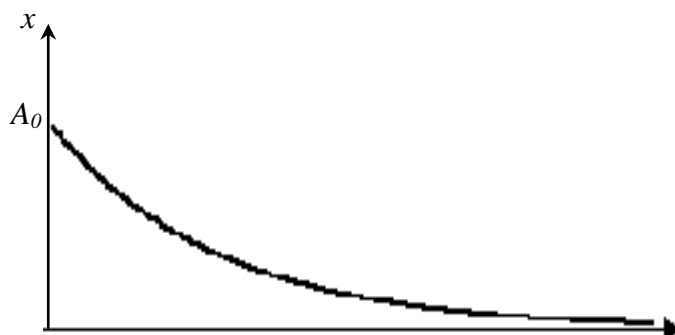


Рис. 15.2

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (10)$$

де  $A_0$  та  $\varphi_0$  – початкові амплітуда і фаза. Вони не залежать від властивостей системи, а визначаються початковими умовами, при яких почався рух.

Вираз (10) описує згасаючі коливання, для яких величину

$$A = A_0 e^{-\beta t} \quad (11)$$

умовно називають амплітудою. Із (11) випливає, що з часом амплітуда згасаючих коливань зменшується за експоненціальним законом, причому при збільшенні коефіцієнта  $\beta$  згасання коливань прискорюється. Тому величину  $\beta$  називають коефіцієнтом згасання.

Циклічна частота згасаючих коливань  $\omega$  визначається із співвідношення (8). Вона завжди є меншою частоти власних коливань системи  $\omega_0$ .

$$\text{Величину } T = 2\pi/\omega \quad (12)$$

умовно називають періодом згасаючих коливань.  $T > T_0 = 2\pi/\omega_0$ , де  $T_0$  – період власних коливань при відсутності тертя.

З (11) видно, що за час

$$\tau = 1/\beta \quad (13)$$

амплітуда згасаючих коливань зменшується в  $e$  раз. Цей час називають часом згасання (релаксації) коливань.

Ступінь зменшення амплітуди коливань за один період характеризують логарифмічним декрементом згасання  $\Theta$ . Він визначається як натуральний логарифм відношення двох послідовних амплітуд, розділених проміжком часу, що рівний періоду коливань  $T$ :

$$\Theta = \ln \frac{A_1}{A_2} = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T = \frac{1}{\tau \nu}, \quad (14)$$

де  $\nu = 1/T = \omega/(2\pi)$  – частота згасаючих коливань.

Число коливань, здійснених системою за час згасання  $\tau$ :

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\Theta}. \quad (15)$$

Тому логарифмічний декремент згасання  $\Theta$  можна означити як величину, обернену числу коливань, після здійснення яких амплітуда зменшується в  $e$  раз. Так, якщо  $\Theta = 0,01$ , то це означає, що коливання згасають (амплітуда зменшується в  $e$  разів) після здійснення 100 коливань.

Фізичною величиною, що характеризує енергетичні втрати системи, яка здійснює згасаючі коливання, є добротність  $Q$ : помножене на  $2\pi$  відношення енергії, запасеної системою, до енергії, що втрачається нею за один період:

$$Q = 2\pi \frac{E}{|dE/dt|T}. \quad (16)$$



### **Контрольні питання.**

1. Коливні процеси. Гармонічний коливний рух. Числові характеристики гармонічних коливань.
2. Кінематичні і динамічні рівняння гармонічних коливань. Зміщення точки, швидкість, прискорення, квазіупруга сила.
3. Згасаючі коливання. Рівняння згасаючих коливань.
4. Основні характеристики згасаючих коливань, їх фізичний зміст.
5. Методика дослідження. Принцип будови і дії установки для визначення декременту і коефіцієнта згасання коливань.
6. Виведення робочих формул.

### **Література.**

32. Кучерук І.М. Загальна фізика. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1993.
33. Остафійчук Б.К., Федорів В.Д., Гасюк І.М., Мандзюк В.І. Фізичний лабораторний практикум. Механіка. - Ів.-Франківськ.: «Лік», 2006.
34. Пойда, В. П. Загальна фізика : Механіка: конспект лекцій / В. П. Пойда. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.
35. Лисенко, О. В. Фізика : конспект лекцій / О. В. Лисенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2017. – Ч. 1. – 174 с.
36. Зачек, І. Р. Курс фізики : навч. підручник / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. – Львів: Бескид-Біт, 2002. – 376 с.
37. Бушок, Г. Ф. Курс фізики : навч. посібник: у 2 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – 2-ге вид. К.: Либідь, 2001. – 448 с.

## Лабораторна робота №10

### Дослідження сил лобового опору в повітрі



**Мета роботи.** Дослідним шляхом визначити силу лобового опору та встановити її залежність від розмірів та форми тіл.

**Прилади та матеріали:** аеродинамічна труба, аеродинамічні терези, набір тіл різної форми, аерометр, штангенциркуль

#### Короткі теоретичні відомості.

На тіла, що рухаються в реальних газах, діє сила лобового опору (опору рухові), а при певних умовах і підймальна сила. Процеси, які зумовлюють появу цих сил, виникають у тонкому завихреному пограничному шарі. Його товщина, як відмічав М.Є. Жуковський, залежить від швидкості потоку; якщо швидкість мала, його товщина значна, а якщо швидкість велика, товщина мала. У пограничному шарі відбувається різке збільшення швидкості від  $v_0 = 0$  на поверхні тіла до величини порядку швидкості набігаючого потоку.

При невеликих швидкостях потоку ( $Re < 100$ ) в пограничному шарі – ламінарний режим течії (потік плавно обтікає тіло) – результуюча сила тиску на поверхню, наприклад кулі, дорівнює нулю, оскільки лінії течії симетричні. Сила, яка діє на кулю з боку газу, є силою внутрішнього тертя. Її визначають за законом Стокса  $F_x \sim v$ .

При збільшенні швидкості потоку картина обтікання різко змінюється, позаду тіла з'являються вихори, які взагалі нерегулярно відриваються від тіла і виносяться потоком, утворюючи вихрову доріжку. Тому у збуреній ділянці за тілом, в якій є вихори, тиск стає меншим за тиск в незбуреному потоці перед тілом. Взагалі, згідно з принципом відносності Галілея, сили, що виникають при взаємодії тіла з газом, не залежать від того, чи рухається тіло, а газ – нерухомий, чи газ – рухомий, а тіло – нерухоме. Це покладено в основу аеродинамічних досліджень в аеродинамічній трубі.

Різниця тисків перед фронтом тіла і позаду нього приводить до появи опору рухові. Силу опору  $F_x$  визначають за формулою Ньютона

$$F_x = C_x \rho S v^2, \quad (1)$$

де  $C_x$  – коефіцієнт лобового опору;  $\rho$  – густина газу;  $S$  – міделів переріз (найбільша площа перерізу тіла площиною, перпендикулярною до потоку);  $v$  – швидкість потоку.

Коефіцієнт лобового опору істотно залежить від форми тіла та його орієнтації відносно потоку. Він також є функцією від числа Рейнольдса ( $Re$ ).

При обтіканні рідиною симетричного тіла підймальна сила не виникає. Для її виникнення необхідно, щоб тіло, яке обтікається рідиною, було несиметричне, або знаходилось несиметрично відносно напрямку потоку. В системі крило - повітря внутрішні сили взаємодії, тобто сили в'язкого тертя і сили тиску, не можуть змінити загальний момент імпульсу. Якщо він до утворення вихорів дорівнював нулю, то, за законом збереження моменту імпульсу, після утворення вихорів, момент імпульсу не повинен змінитися. З цього випливає, що одночасно з утворенням вихорів повинна виникнути циркуляція повітря навколо крила у напрямі, протилежному напрямку обертання вихорів. Внаслідок дії сил в'язкості при несиметричному обтіканні повітрям тіла (крила літака) навколо нього виникає циркуляція повітря, яку називають приєднаним вихором. В результаті цього швидкість повітря над крилом буде більша, ніж під крилом, і згідно рівняння Бернуллі при циркуляції повітря статичний тиск над крилом зменшується, а під ним збільшується, що зумовлює виникнення підймальної сили крила, яка напрямлена вгору.

**Завдання роботи** – перевірити залежність  $F_x$  від форми тіла та швидкості потоку повітря і оцінити коефіцієнт  $C_x$  для деяких тіл.

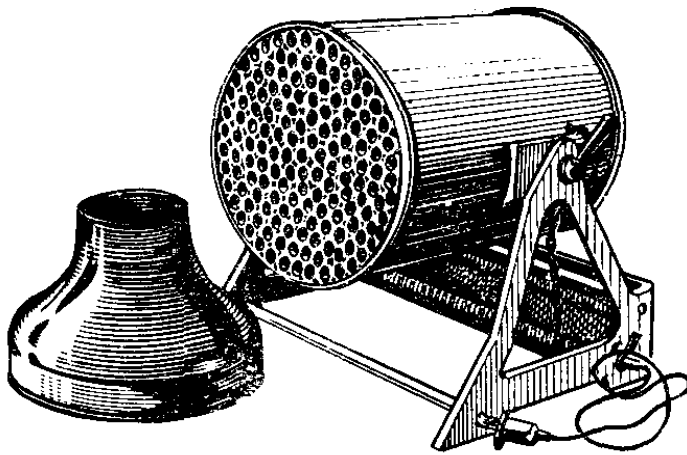


Рис. 16.1.

Силу лобового опору визначають за допомогою аеродинамічної труби та аеродинамічних терезів. Аеродинамічна труба (рис. 16.1) являє собою циліндр, на кінці якого розміщений вентилятор (компресор), що створює сильний потік повітря через трубу і компенсує витрати енергії струменя. Для створення рівномірності потоку повітря об'єм труби заповнено системою паралельних трубок діаметра 2,5 см кожна, закінчується вона дещо звуженим дифузorzом. Швидкість потоку регулюється силою струму в електродвигуні, яка змінюється реостатом.

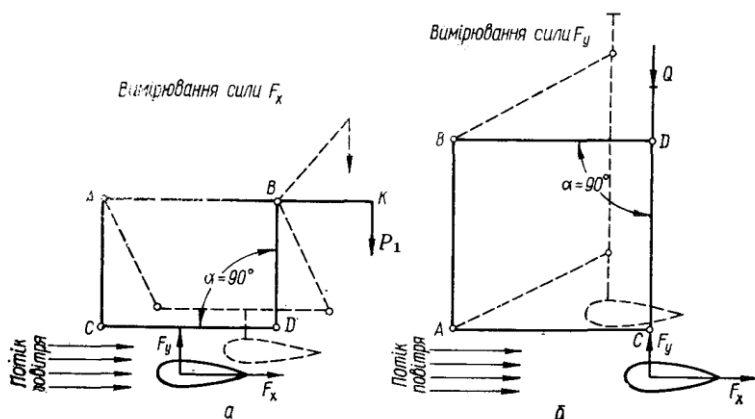


Рис. 16.2.

Для вимірювання сили лобового опору  $F_x$ , а також підймальної сили  $F_y$

використовують двокомпонентні аеродинамічні терези. При вимірюванні  $F_x$  або  $F_y$  коромисло терезів  $CD$  переміщується відповідно в горизонтальному і вертикальному напрямках, а модель досліджуваного тіла здійснює тільки поступальний рух (рис. 16.2). Такі сукупні переміщення забезпечуються

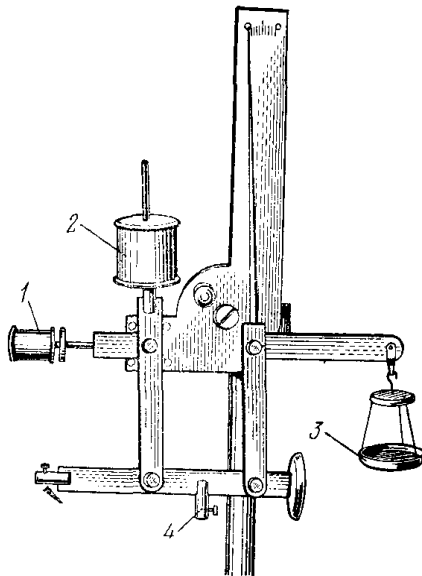


Рис. 16.3.

особливою конструкцією терезів (шарнірне з'єднання рухомих частин коромисла;  $A, B, C, D$  – шарніри;  $BD = BK$  і  $AC = BD$ ). При рівновазі терезів момент сили  $F_x$  зрівноважується моментом сили  $P_1$  (рис. 16.2, а). При цьому дія сили  $P$  зрівноважується реакцією опори коромисла в шарнірах  $A$  і  $B$ , якщо кут  $\alpha = 90^\circ$ . Робоче положення терезів для вимірювання  $F_x$  показано на рис. 16.3. Модель досліджуваного тіла закріплюється в затискачі 4. Вантаж 1 призначений для компенсації ваги моделі (при цьому стрілка терезів розміщена проти нуля шкали). Тягарцем 2 змінюють чутливість терезів. Для забезпечення стійкого положення рівноваги терезів тягарець 2 рекомендується

поміщати в найнижче положення. При дії потоку повітря на модель нове положення рівноваги терезів досягається накладанням різноважок на шальку терезів 3. Швидкість потоку повітря вимірюють при допомозі аерометра.

### Виведення робочої формули.

Терези знаходяться в рівновазі, якщо момент сили лобового опору  $F_x$ , що діє на тіло з боку потоку повітря, зрівноважується моментом сили  $P_1$ , що діє на тягарець:

$$M_{оп} = M_{тяж}$$

або

$$F_x L = P_1 l,$$

де  $L$  – відстань від точки кріплення тіла до його середини,  $l$  – відстань від нульової позначки терезів до центра мас тягарця. Оскільки  $F_x = C_x \rho S v^2$ , а  $P_1 = mg$  (де  $m$  – маса тягарця), то

$$C_x \rho S v^2 L = mgl.$$

Враховуючи, що  $S = \pi d^2/4$ , отримаємо  $C_x \rho \pi d^2 v^2 L/4 = mgl$ , звідки остаточно отримаємо вираз для знаходження коефіцієнта лобового опору:

$$C_x = \frac{4mgl}{\rho \pi d^2 v^2 L}$$

### Порядок виконання роботи.

1. Встановити аеродинамічну трубу, модель досліджуваного тіла і аерометр на однаковому горизонтальному рівні.

2. Увімкнути електродвигун і створити в трубі найменшу швидкість потоку (реостат увімкнено на повний опір). Внести в потік повітря аерометр і виміряти швидкість потоку на виході труби. Потім по черзі вносити в потік повітря моделі досліджуваних тіл, прикріплені до терезів (кругла пластина, куля, найкраще обтічне тіло), і виміряти силу лобового опору  $F_x$ . Досліди повторити не менше 3-5 разів. Результати вимірювань і обчислень записати в таблицю. Зробити висновок про залежність  $C_x$  від форми тіла і швидкості потоку.

3. Виміряти міделеві перерізи моделей досліджуваних тіл і за формулою (1) визначити коефіцієнт лобового опору  $C_x$  при відповідних значеннях  $Re$ . Здобуті результати занести в таблицю. Зробити висновки про залежність  $C_x$  від форми тіла і швидкості потоку.

Форма тіла	№п/п	$m$ , кг	$l$ , м	$\Delta l$ , м	$L$ , м	$\Delta L$ , м	$d$ , м	$\Delta d$ , м	$v$ , м/с	$C_x$
Куля	1									
	2									
	3									
	сер. зн									
Півкуля	1									
	2									
	3									
	сер. зн									
Добре обтічне тіло	1									
	2									
	3									
	сер. зн									

Табл.

### Контрольні питання.

1. Який режим течії називають ламінарним; турбулентним?
2. Який фізичний зміст числа Рейнольдса?
3. Які основні прилади і установки експериментальної аеродинаміки?
4. Чим зумовлена поява лобового опору?
5. Що таке коефіцієнт лобового опору? Від чого він залежить?
6. Поясніть методику визначення коефіцієнта лобового опору у повітрі.

### Література.

38. Кучерук І.М. Загальна фізика. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1993.
39. Остафійчук Б.К., Федорів В.Д., Гасюк І.М., Мандзюк В.І. Фізичний лабораторний практикум. Механіка. - Ів.-Франківськ.: «Лік», 2006.
40. Пойда, В. П. Загальна фізика : Механіка: конспект лекцій / В. П. Пойда.

– Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.

41. Лисенко, О. В. Фізика : конспект лекцій / О. В. Лисенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2017. – Ч. 1. – 174 с.

42. Зачек, І. Р. Курс фізики : навч. підручник / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. – Львів: Бескид-Біт, 2002. – 376 с.

43. Бушок, Г. Ф. Курс фізики : навч. посібник: у 2 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – 2-ге вид. К.: Либідь, 2001. – 448 с.

## Лабораторна робота №11

### Дослідна перевірка рівняння Бернуллі



**Мета роботи.** Перевірити дослідним шляхом справедливість рівняння Бернуллі.

**Прилади та матеріали:** експериментальна установка, мензурка, секундомір.

#### Короткі теоретичні відомості.

#### Опис експериментальної установки.

Установка для дослідної перевірки рівняння Бернуллі є трубкою змінного перерізу. Від кожного перерізу відходять вертикальні манометричні трубки. Міліметрова лінійка дає можливість відррахувати різницю рівнів рідини в обох вертикальних трубках (рис. 15.1).

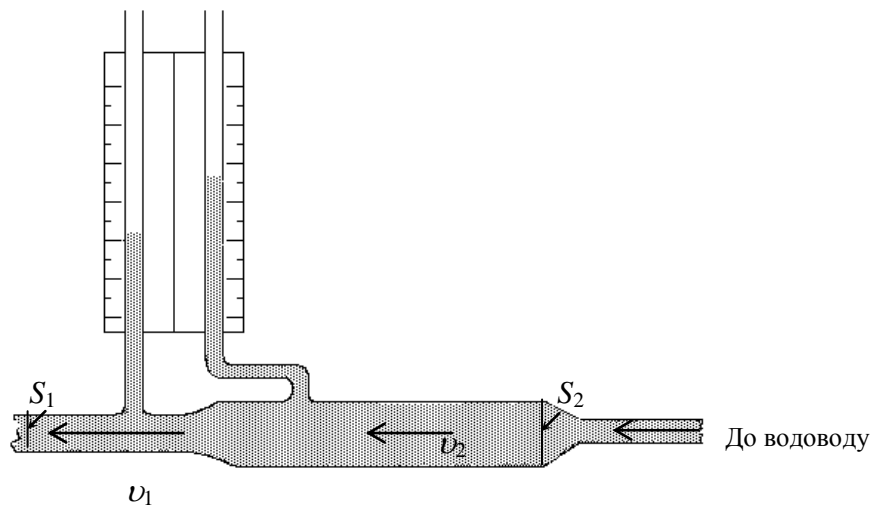


Рис. 17.1

#### Виведення робочої формули.

Перевірка справедливості рівняння Бернуллі здійснюється шляхом порівняння об'ємної витрати води, визначеної за різницею тисків у перерізах труби  $S_1$  та  $S_2$  (рис. 17.1) (на основі рівняння Бернуллі) з об'ємною витратою води, виміряною при допомозі мензурки та секундоміра.

Згідно рівняння Бернуллі, для лінії течії при стаціонарному потоці ідеальної рідини сума статичного, гідростатичного і динамічного тисків є величина стала :

$$P + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = const, \quad (1)$$

де  $P$  – статичний тиск,  $\rho gh$  – гідростатичний тиск,  $\frac{\rho v^2}{2}$  – динамічний тиск,  $\rho$  – густина рідини,  $h$  – висота, на якій визначається швидкість стаціонарного потоку рухомої рідини,  $v$  – швидкість потоку рідини.

Нехай площі поперечних перерізів трубки рівні  $S_1$  і  $S_2$ , відповідні їм швидкості стаціонарного руху води  $v_1$  та  $v_2$ , статичні тиски –  $P_1$  і  $P_2$ . Тоді рівняння Бернуллі для горизонтальної трубки та умова нерозривності потоку запишеться:

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}; \quad (2)$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \text{ або } D_1^2 v_1 = D_2^2 v_2,$$

де  $D_1$  і  $D_2$  – діаметри трубок.

Розв'язавши систему рівнянь (2) щодо  $v_2$ , отримаємо:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left(1 - \frac{D_2^4}{D_1^4}\right)}}. \quad (3)$$

Витрата води (об'єм води, який проходить через поперечний переріз за одну секунду) визначається за формулою

$$Q = S_2 v_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left(1 - \frac{D_2^4}{D_1^4}\right)}}. \quad (4)$$

Різниця тисків, виміряна при допомозі манометра, дорівнює

$$P_1 - P_2 = \rho g \Delta h, \quad (5)$$

де  $\rho$  – густина води,  $\Delta h$  – різниця висот стовпів води у манометричних трубках.

Беручи до уваги, що  $D_1^4 \gg D_2^4$ , отримаємо першу робочу формулу для підрахунку витрат води:

$$Q = \frac{\pi D_2^2}{4} \cdot \sqrt{2g \Delta h}. \quad (6)$$

Діаметр  $D_2 = 7$  мм.

Другу робочу формулу

$$Q' = \frac{V}{t}. \quad (7)$$

отримаємо безпосередньо вимірюванням об'єму води  $V$ , що натікає в мензурку за час  $t$ .

Порівнюючи величину витрати води  $Q$  з величиною  $Q'$ , отриманою за формулою (6), переконуємося у справедливості рівняння Бернуллі.

### Порядок виконання роботи.

1. Частково відкрити водопровідний кран, пустити воду в установку. Забезпечити стаціонарний потік води.
2. Зробити відлік різниці рівнів  $\Delta h$  води в обох колінах манометра.

3. Вставити водозливний шланг у мензурку, включивши одночасно секундомір; виключити секундомір у момент відведення шланга від мензурки. Вимірювання повторити 3 рази.
4. Аналогічні виміри провести для трьох різних значень швидкості потоку, яка регулюється краном.
5. Результати вимірювань занести у таблицю; розрахувати витрати води  $Q$  та  $Q'$  та порівняти їх для кожного із значень швидкості потоку. Обчислити похибку експерименту. Зробити висновки про співпадіння обчислених значень у межах похибки вимірювань.

Табл.1

$N\acute{o}$ n/n	$\Delta h, м$	$t, с$	$Q, м^3/с$	$\frac{\Delta Q}{Q}, \%$	$\varepsilon, \%$	$Q', м^3/с$	$\frac{\Delta Q'}{Q'}, \%$	$\varepsilon, \%$
$v_1$	1							
	2							
	3							
	с/з							
$v_2$	1							
	2							
	3							
	с/з							
$v_3$	1							
	2							
	3							
	с/з							

### Контрольні запитання.

1. Яку рідину називають ідеальною? Що таке лінія течії, трубка течії, поле швидкостей, стаціонарна течія?
2. Сформулюйте теорему про нерозривність струменя рідини.
3. Тиск у рухомій рідині, вимірювання тиску рухомої рідини.
4. Сформулюйте і виведіть рівняння Бернуллі.
5. Що таке питома кінетична енергія рідини, питома потенціальна енергія рідини, питома енергія тиску?
6. Схема установки для перевірки рівняння Бернуллі.
7. Виведення робочої формули.

### Література.

44. Кучерук І.М. Загальна фізика. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. - К.: Вища школа, 1993.
45. Остафійчук Б.К., Федорів В.Д., Гасюк І.М., Мандзюк В.І. Фізичний лабораторний практикум. Механіка. - Ів.-Франківськ.: «Лік», 2006.
46. Пойда, В. П. Загальна фізика : Механіка: конспект лекцій / В. П. Пойда. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.
47. Лисенко, О. В. Фізика : конспект лекцій / О. В. Лисенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2017. – Ч. 1. – 174 с.

48. Зачек, І. Р. Курс фізики : навч. підручник / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. – Львів: Бескид-Біт, 2002. – 376 с.
49. Бушок, Г. Ф. Курс фізики : навч. посібник: у 2 кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – 2-ге вид. К.: Либідь, 2001. – 448 с.