

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА**



Факультет математики та інформатики

Кафедра математичного і функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Математичний аналіз

Освітня програма Середня освіта (Фізика та математика)

Спеціальність 014.08 Середня освіта (Фізика)

Галузь знань 01 Освіта/Педагогіка

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від “22” серпня 2022 р.

м. Івано-Франківськ – 2022 р.

ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Опис дисципліни
3. Структура курсу
4. Система оцінювання курсу
5. Оцінювання відповідно до графіку навчального процесу
6. Ресурсне забезпечення
7. Контактна інформація
8. Політика навчальної дисципліни

1. Загальна інформація

Назва дисципліни	Математичний аналіз
Освітня програма	Середня освіта (Фізика та математика)
Спеціалізація (за наявності)	
Спеціальність	014.08 Середня освіта (Фізика)
Галузь знань	01 Освіта/Педагогіка
Освітній рівень	бакалавр
Статус дисципліни	основна
Курс / семестр	1, 2 / 1, 2, 3, 4
Розподіл за видами занять та годинами навчання	Лекції – 120 год. Практичні заняття – 120 год. Самостійна робота – 480 год.
Мова викладання	українська
Посилання на сайт дистанційного навчання	https://test-d-learn.pnu.edu.ua/course/subscription/through/url/0cf03d10025c15d24ef3

2. Опис дисципліни

<p>Мета та цілі курсу</p> <p>Мета навчальної дисципліни: полягає у наданні майбутнім спеціалістам знань у галузі сучасного математичного аналізу.</p> <p>Завдання навчальної дисципліни: навчання студентів теоретичним основам і методам математичного аналізу та застосуванню цих методів для розв'язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.</p>
<p>Компетентності</p> <p>ЗК.5. Знання та розуміння предметної області і розуміння професійної діяльності.</p> <p>ФК.1. Здатність використовувати систематизовані теоретичні та практичні знання з фізики і математики для розв'язання поставлених завдань.</p>
<p>Програмні результати навчання</p> <p>ПРН.2. Знає і розуміє умови, формулювання, висновки, доведення та</p>

наслідки математичних тверджень; фундаментальну математику та основи інформатики на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми; основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, сучасні тенденції в математиці.

ПРН.3. Розв'язує задачі різних рівнів складності з фізики і математики в базовій середній школі, чітко й раціонально пояснює їх розв'язання учням.

3. Структура курсу

№	Тема	Результати навчання	Завдання
Семестр 1			Контроль на роботу, екзамен
1.	Введення ірраціональних чисел. Впорядкування множини дійсних чисел.	Визначення ірраціонального числа. Впорядкування множини дійсних чисел. Зображення дійсного числа нескінченним десятковим дробом. Неперервність множини дійсних чисел. Границі числових множин	Опрацювання теоретичних положень та виконання вправ за темою.
2.	Числова послідовність і її границя.	Змінна величина, послідовність. Границя послідовності. Нескінченно малі величини. Теореми про послідовність, яка не має границі. Нескінченно великі величини.	
3.	Теореми про границі.	Граничний перехід в рівностях і нерівностях. Леми про нескінченно малі. Арифметичні операції над змінними.	
4.	Монотонна послідовність.	Границя монотонної послідовності. Число e , наближене обчислення. Лема про вкладені відрізки.	
5.	Принцип збіжності.	Частинні послідовності і частинні границі. Лема Больцано-Вейерштрасса. Критерій збіжності.	
6.	Поняття функції.	Змінна та області її зміни. Визначення поняття функції. Аналітичний спосіб задання функції. Графік функції. Класи функцій. Поняття оберненої функції. Обернені тригонометричні функції.	

		Суперпозиція.	
7.	Границя функції.	Визначення границі функції. Зведення до випадку варіанти. Границя монотонної функції. Загальний критерій Больцано–Коші. Найбільша і найменша границя функції	
8.	Класифікація нескінченно малих і нескінченно великих величин.	Порівняння нескінченно малих, шкала. Еквівалентні нескінченно малі. Виділення головної частини. Класифікація нескінченно великих	
9.	Неперервність функції.	Одностороння неперервність. Класифікація розривів. Неперервність і розриви монотонної функції. Неперервність елементарних функцій. Суперпозиція неперервних функцій. Використання неперервності функцій для обчислення границь. Степенево-показникові вирази	
10.	Властивості неперервних функцій.	Теорема про перетворення функції в нуль. Теорема про проміжне значення. Існування оберненої функції. Теорема про обмеженість функції. Найбільше і найменше значення функції. Поняття рівномірної неперервності. Теорема Кантора. Лема Бореля.	
11.	Похідна і диференціал.	Визначення похідної. Похідна оберненої функції. Формула для приросту функції. Найпростіші правила обчислення похідних. Приклади складної функції. Односторонні похідні. Нескінченні похідні. Визначення диференціала. Зв'язок між диференційованістю та існування похідної. Основні формули і правила диференціювання. Дії над диференціалами. Інваріантність форми запису першого диференціала. Застосування диференціалів для оцінки похибок	
12.	Основні теореми диференціальн	Теорема Ферма. Теорема Дарбу. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коші. Визначення похідних вищих порядків.	

	ого числення.	Загальні формули для похідних довільного порядку. Формула Лейбніца. Диференціали вищих порядків. Втрата інваріантності для диференціалів вищих порядків. Параметричне диференціювання	
13.	Вивчення зміни функції.	Умови сталості функції. Умови монотонності функції. Максимуми і мінімуми, необхідні умови. Достатні умови, перше правило, друге правило. Використання похідних вищих порядків. Відшукання найбільших і найменших значень. Визначення опуклої (вгнутої) функції. Умови опуклості функції. Нерівність Єнсена, застосування. Точки перегину	
Семестр 2			Контроль на робота, екзамен
14.	Первісна функції.	Означення первісної. Невизначений інтеграл. Теореми про структуру множини всіх первісних. Приклади первісних. Таблиця невизначених інтегралів	Опрацювання теоретичних положень та виконання вправ за темою.
15.	Властивості невизначеного інтеграла та методи інтегрування.	Властивості невизначеного інтеграла. Методи інтегрування: використання лінійності, метод заміни змінної, метод інтегрування частинами	
16.	Інтегрування раціональних дробів.	Інтегрування елементарних раціональних дробів. Інтегрування будь-яких раціональних дробів. Інтегрування правильних раціональних дробів. Метод невизначених коефіцієнтів. Метод Остроградського. Інтегрування диференціального бінома. Підстановки Чебишева.	
17.	Класи ірраціональних функцій, які інтегруються в квадратурах.	Інтегрування виразів виду $\int \left(a + \frac{bx + c}{dx^2 + ex + f} \right)^n dx, \dots$, їх частинних випадків та виразів, що до них зводяться. Інтегрування виразів виду $\int \left(a + \sqrt{bx^2 + cx + d} \right) dx$. Підстановки Ейлера	

18.	Інтегрування тригонометричних функцій	Універсальна тригонометрична підстановка. Інтегрування функцій виду $\sqrt{a^2 - x^2}$, $\sqrt{a^2 + x^2}$, $\sqrt{x^2 - a^2}$.
19.	Поняття про визначений інтеграл. Необхідні і достатні умови інтегровності функції.	Поняття про площу криволінійної трапеції. Означення визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегрованості. Суми Дарбу та їх властивості. Верхній та нижній інтеграл Дарбу. Необхідна і достатня умова інтегровності функції. Коливання функції
20.	Класи інтегрованих функцій.	Властивості інтегрованих функцій. Властивості інтегралів. Теорема про середнє значення в інтегральному численні та її узагальнення. Інтеграл із змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Формула інтегрування частинами. Формула заміни змінної.
21.	Застосування визначеного інтеграла.	Поняття про криву лінію. Спрямлювані криві. Довжина кривої. Диференціал дуги кривої. Поняття про натуральний параметр. Поняття про плоскі фігури. Елементарні фігури. Верхня та нижня площі простої плоскої фігури. Квадровність фігури. Критерій квадрованості. Площа криволінійної трапеції. Площа криволінійного сектора. Поняття про об'ємне тіло. Елементарні тіла. Верхній та нижній об'єми тіл. Кубованість тіла. Критерій кубованості. Об'єм тіла за площами поперечних перерізів. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання. Центр ваги кривої. Центр ваги криволінійної трапеції. Перша та друга теореми Гульдіна
22.	Функції, що задаються інтегралами.	Інтеграл залежні від параметра. Поточкова та рівномірна збіжність. Диференційовність та інтегровність по параметру.
23.	Невласні інтеграл I та II роду.	Означення. Властивості. Критерій Коші збіжності невластних інтегралів. Критерій збіжності для додатної функції. Перша та друга ознаки порівняння для невід'ємних функцій. Порівняння із відомими функціями. Ознаки Абеля та Діріхле

24.	Невласні інтеграли залежні від параметра.	Поточкова та рівномірна збіжність. Диференційовність та інтегровність по параметру.	
Семестр 3			Контроль на роботу, екзамен
25.	Поняття n -вимірному простору.	Простір R^n . Відкриті, замкнені та обмежені множини в n -вимірному просторі. Поняття метричного простору. Збіжні послідовності та їхні властивості. Лема Больцано-Вейєрштраса	Опрацювання теоретичних положень та виконання вправ за темою.
26.	Функції багатьох змінних.	Границя функцій багатьох змінних. Зв'язок з повторними границями. Неперервність функцій багатьох змінних. Властивості неперервних функцій. Функції неперервні в області. Теорема Больцано-Коші. Теорема Вейєрштраса. Рівномірна неперервність функцій. Теорема Кантора	
27.	Похідні і диференціали функції багатьох змінних.	Частинні похідні і диференційованість функції багатьох змінних. Повний приріст функції в точці. Частинні диференціали функції багатьох змінних. Повний диференціал функції. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна від складеної функції. Формула скінченних приростів. Похідна функції за напрямом. Градієнт функції. Похідні і диференціали функції багатьох змінних вищих порядків.	
28.	Поняття екстремуму для функції багатьох змінних.	Необхідна умова екстремуму для функції багатьох змінних. Достатні умови екстремуму функції багатьох змінних. Випадок функції двох змінних. Загальний випадок. Критерій Сильвестра. Поняття умовного екстремуму. Необхідна умова. Метод множників Лагранжа. Найбільше і найменше значення функції в замкненій області	
29.	Неявні функції.	Теорема про існування однозначної неперервної функції. Неявні функції від багатьох змінних	

30.	Диференціювання неявних функцій.	Обчислення похідних неявно заданих функцій, систем неявно заданих функцій. Приклади. Умовний екстремум. Необхідні умови умовного екстремуму. Правило множників Лагранжа. Достатні умови умовного екстремуму	
31.	Подвійні інтеграли та їх основні властивості. Способи обчислення подвійних інтегралів.	Задача про об'єм циліндричного бруса. Означення та умови існування подвійного інтеграла. Верхня та нижня суми Дарбу. Зведення подвійного інтеграла до повторного у випадку прямокутної області та у випадку довільної області. Перетворення плоских областей. Приклади. Вираження площі через криволінійні координати. Заміна змінних у подвійних інтегралах	
32.	Поняття потрійного інтеграла і його властивості. Способи обчислення потрійного інтеграла.	Задача, що приводить до поняття потрійного інтеграла. Означення потрійного інтеграла. Властивості потрійних інтегралів та інтегрованих функцій. Обчислення потрійного інтеграла у випадку прямокутного паралелепіпеда. Перетворення об'ємних тіл. Приклади. Заміна змінних у потрійному інтегралі.	
33.	Криволінійні інтеграли I та II роду.	Механічна задача, що приводить до поняття криволінійного інтеграла I роду. Означення криволінійного інтеграла I роду. Зведення криволінійного інтеграла I роду до інтеграла Рімана. Означення криволінійного інтеграла II роду. Залежність криволінійного інтеграла II роду від орієнтації кривої. Випадок замкнутої кривої. Зведення криволінійного інтеграла II роду до інтеграла Рімана. Застосування криволінійного інтеграла II роду до обчислення площ областей. Незалежність криволінійного інтеграла II роду від шляху інтегрування: необхідна умова і достатня умова. Умови, за яких підінтегральний вираз у криволінійному інтегралі II роду є повним диференціалом деякої функції. Формула Гріна. Застосування формули Гріна до дослідження криволінійних інтегралів .	

34.	Поверхневі інтеграли I та II роду.	Означення поверхневого інтеграла I роду. Зведення до подвійного інтеграла. Означення поверхневого інтеграла II роду: частинний та загальний випадок. Зведення поверхневого інтеграла II роду до поверхневого інтеграла I роду. Зведення поверхневого інтеграла II роду до подвійного. Формула Гаусса-Остроградського. Вираження об'єму тіла за допомогою поверхневого інтеграла II роду	
Семестр 4			Контроль на роботу, екзамен
35.	Поняття числового ряду та його найпростіші властивості.	Означення числового ряду. Часткові суми ряду. Загальний член ряду. Збіжність ряду. Приклади збіжних і розбіжних рядів. Залишок ряду. Теорема про збіжність ряду і збіжність залишку ряду. Необхідна умова збіжності ряду. Арифметичні операції над збіжними рядами.	Опрацювання теоретичних положень та виконання вправ за темою.
36.	Числові ряди з додатними членами.	Достатні умови збіжності рядів із додатними членами: теорема про обмеженість часткових сум, три ознаки порівняння, ознака д'Аламбера, ознака Коші, ознака Раабе, ознака Кумера, інтегральна ознака. Критерій Коші збіжності ряду	
37.	Знакозмінні ряди.	Знакозмінні (знакопозначені) ряди. Теорема Лейбніца. Ознаки Абеля і Діріхле збіжності рядів. Абсолютно та умовно збіжні ряди. Зв'язок між абсолютною та умовною збіжністю. Властивості абсолютно збіжних рядів: додавання, множення на число, перестановка доданків, множення рядів. Суть абсолютної та умовної збіжності. Теорема Рімана.	
38.	Функціональні ряди.	Означення функціонального ряду. Різні види збіжності функціонального ряду: поточкова і рівномірна. Достатні умови рівномірної збіжності функціональних рядів: ознака Коші, теорема Вейєрштраса, ознака Абеля, ознака Діріхле. Властивості рівномірно збіжних функціональних рядів: про ряд, складений із неперервних	

		функцій, про почленне інтегрування ряду, про почленне диференціювання ряду. Теорема Діні. Властивості рівномірно збіжних функціональних послідовностей.	
39.	Степеневі ряди та ряди Тейлора.	Означення степеневого ряду. Розклад функції у степеневий ряд. Теорема Коші-Адамара. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Властивості степеневих рядів. Теорема Абеля. Теорема про рівномірну збіжність степеневого ряду. Почленне диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Ряди Тейлора. Необхідна і достатня умова розкладу функції у ряд Тейлора. Розклад в ряд Маклорена елементарних функцій.	
40.	Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є.	Основна тригонометрична система функцій. Збіжність ряду Фур'є. Розклад періодичної функції в ряд Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є.	

4. Система оцінювання курсу

Накопичування балів під час вивчення дисципліни	
Види навчальної роботи	Максимальна кількість балів
Лекції	5
Практичні заняття	10
Самостійна робота	5
Контрольна робота	30
Екзамен	50
Загальна кількість балів	100

5. Оцінювання відповідно до графіку навчального процесу

Семестр 1

Види навчальної роботи	Навчальні тижні																	Разом
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
Лекції	1			1			1			1			1					10

Практичні з-тя		2			2			2			2			2				10
Самостійна р-та			1			1			1			2						10
Контрольна р-та																30		20
Екзамен																	50	50
Всього за тиж-нь	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	2	30	50		100

Семестр 2

Вили навчальної роботи	Навчальні тижні																	Разом
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
Лекції	1			1			1			1			1					10
Практичні з-тя		2			2			2			2			2				10
Самостійна р-та			1			1			1			1			1			10
Контрольна р-та																	30	20
Екзамен																		50
Всього за тиж-нь	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	30	50	100

Семестр 3

Вили навчальної роботи	Навчальні тижні																	Разом
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
Лекції	1			1			1			1			1					10
Практичні з-тя		2			2			2			2			2				10
Самостійна р-та			1			1			1			2						10
Контрольна р-та																30		20
Екзамен																	50	50
Всього за тиж-нь	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	2	30	50		100

Семестр 4

Вили навчальної роботи	Навчальні тижні																	Разом
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
Лекції	1			1			1			1			1					10
Практичні з-тя		2			2			2			2			2				10
Самостійна р-та			1			1			1			2						10

Контрольна р-та																30			20
Екзамен																	50		50
Всього за тиж-нь	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	2	30	50		100	

6. Ресурсне забезпечення

Матеріально-технічне забезпечення	Мультимедіа, лабораторії, комп'ютери та інше
Література:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Практикум з математичного аналізу. – Частина I. / А.В. Загороднюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, А.В. Соломко, С.В. Шарин. – 2-ге вид., переробл. і доповн. – Івано-Франківськ : Сімик, 2013. 2. Практикум з математичного аналізу. – Частина II. / А.В. Загороднюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, А.В. Соломко, С.В. Шарин. – 2-ге вид., переробл. і доповн. – Івано-Франківськ : Сімик, 2013. 3. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз / А.Я. Дороговцев. – К.: Либідь, 1993, 1994. – Ч.1, 2. 4. Дюженкова Л.І. Математичний аналіз у задачах і прикладах: Навчальний посібник / Л.І. Дюженкова, Т.В. Колесник, М.Я. Лященко, Г.О. Михалін, М.І. Шкіль. – К.: Вища школа, 2002. – Ч.1, 2. 5. Заболоцький М.В. Математичний аналіз: Підручник / М.В. Заболоцький, О.Г. Сторож, С.І. Тарасюк. – К.: Знання, 2008. 6. Коновалова Н.Р. Математичний аналіз: приклади і задачі: Навчальний посібник / Н.Р. Коновалова, Т.Г. Стрижак. – К.: Либідь. – 1995. 7. Ляшко І.І. Математичний аналіз / І.І. Ляшко, В.Ф. Ємельянов, О.К. Боярчук. – К.: Вища школа, 1992. – Ч.1-3 8. Шкіль М.І. Математичний аналіз: Підручник / М.І. Шкіль. – К.: Вища школа, 2005. – Ч.1,2. 	

7. Контактна інформація

Кафедра	Математичного і функціонального аналізу, вул. Шевченка, 57 (центральний корпус), к. 302, тел. (0342) 59-60-50, https://kmfa.pnu.edu.ua/ , e-mail: kmfa@pnu.edu.ua
Викладач Гостьові лектори	Осипчук Михайло Михайлович
Контактна інформація викладача	mykhailo.osypchuk@pnu.edu.ua

8. Політика навчальної дисципліни

Академічна доброчесність	Всі контрольні завдання студент виконує самостійно. Порушення цієї вимоги призводить до нульової оцінки за відповідний контрольний захід.
Пропуски занять (відпрацювання)	Пропущене заняття не оцінюється. Пропуски занять відпрацьовуються шляхом демонстрації виконання всіх завдань пропущеного заняття.
Виконання завдання пізніше встановленого терміну	Допустиме, але не більше, ніж до терміну виконання наступного завдання.
Невідповідна поведінка під час заняття	Поведінка під час заняття, яка заважає іншим учасникам заняття призводить до звільнення студента від даного заняття.
Додаткові бали	Не передбачаються, але можливі.
Неформальна освіта	Можливе зарахування результатів неформальної освіти через експертизу джерела такої освіти викладачем.

Викладач _____