

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА»**

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики та інформатики і методики навчання

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Розв'язування та доведення нерівностей

Освітньо-професійна програма	Середня освіта (Математика)
Спеціальність	014 Середня освіта (Математика)
Галузь знань	01 Освіта/Педагогіка

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від 30 серпня 2019 р.

ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Результати навчання (компетентності)
5. Організація навчання курсу
6. Система оцінювання курсу
7. Політика курсу
8. Рекомендована література

1. Загальна інформація	
Назва дисципліни	Розв'язування та доведення нерівностей
Викладач	Собкович Роман Іванович
Контактний телефон викладача	0976350790
E-mail викладача	.
Формат дисципліни	Дисципліни вільного вибору студентів
Обсяг дисципліни	90 год
Консультації	В режимі електронного спілкування та відповідно до факультетського розкладу консультацій
2. Анотація до курсу	
<p>В наш час нерівності та системи нерівностей широко використовуються як у теоретичних дослідженнях, так і при розв'язуванні важливих практичних задач. Нерівності – це не тільки допоміжний інструмент. В кожній області математики - алгебрі і теорії чисел, геометрії і топології, теорії ймовірностей та теорії функцій, математичній фізиці і теорії диференціальних рівнянь, теорії інформації та дискретній математиці - можна вказати фундаментальні результати, сформульовані у виді нерівностей. Без них не може обійтися ні фізика, ні астрономія, ні хімія. Теорія ймовірностей, математична статистика, фінансова математика, економіка – всі ці взаємо проникаючі та узагальнюючі одна другу науки і в формулюваннях основних своїх законів, і в методах їх отримання, і в застосуваннях, постійно використовують нерівності.</p> <p>В процесі вивчення даної дисципліни ставиться за мету реалізація таких задач: формування у студентів навиків осмислення та застосування прийомів доведення нерівностей; удосконалювати вміння застосовувати прийоми доведень при розв'язуванні різних задач; вміння аналізувати та узагальнювати.</p> <p>Курс «Розв'язування та доведення нерівностей» читається для студентів спеціальності «середня освіта (математика)» у 2-ому семестрі в обсязі 3 кредити (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS), і розрахований на 90 години занять. Із них 12 годин лекцій, 18 годин практичних занять та 60 годин самостійної роботи. Навчальний курс завершується заліком.</p>	
3. Мета та цілі курсу	
<p>Мета і завдання курсу «Розв'язування та доведення нерівностей» : озброїти студента основними методами доведень нерівностей. Матеріал курсу безпосередньо пов'язаний із наступною професійною діяльністю студента-випускника. Адже задачі, розв'язання яких достатньо складне без застосування класичних нерівностей, - часті гості на математичних олімпіадах та конкурсах школярів. І хоч розв'язання задач такого типу часто являє собою послідовність достатньо простих міркувань, логіка та ідеї всього ланцюжка цих елементарних ланок – міркувань виходить за рамки методів та прийомів шкільного курсу. Тим більше, що процес отримання і вивчення нерівностей та їх застосувань неформальний і трудно алгоритмізується</p>	
4. Результати навчання (компетентності)	
<p>У результаті вивчення навчальної дисципліни</p> <p>Студент повинен знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ основні алгебраїчні методи доведення нерівностей: аналітичний, синтетичний, від супротивного, математичної індукції, з використанням класичних нерівностей; ▪ як при доведення нерівностей можна застосовувати інші методи, зокрема 	

методи аналітичної геометрії, математичного аналізу, векторної алгебри, тригонометрії.

Студент повинен вміти:

▪ застосовувати розглянуті в процесі прослуховування курсу різноманітні методи (алгебраїчні та геометричні, методи аналітичної геометрії, математичного аналізу, векторної алгебри, тригонометрії і ін.) при розв'язуванні задач та доведенні нерівностей.

5. Організація навчання курсу

Обсяг курсу

Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	12
семінарські заняття / практичні / лабораторні	18
самостійна робота	60

Ознаки курсу

Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний / вибірковий
2	Середня освіта (математика)	1	Дисципліни вільного вибору студента

Тематика курсу

Змістовий модуль 1. Доведення нерівностей в алгебрі.

Тема 1. Основні традиційні методи доведень.

1. Вступ. 2. Доведення нерівностей за допомогою означення. 3. Синтетичний метод доведення нерівностей. 4. Аналітичний метод доведення нерівностей. 5. Доведення нерівностей методом від супротивного.

Тема 2. Метод підсилення при доведенні нерівностей. Доведення нерівностей методом математичної індукції.

1. Метод підсилення при доведенні нерівностей. 2. Доведення нерівностей методом математичної індукції.

Тема 3. Класичні нерівності між середніми.

1. Класичні нерівності між середніми та їх доведення. 2. Наслідки з нерівності Коші та мінімаксні задачі.

Тема 4. Застосування властивостей функцій та методів математичного аналізу.

1. Оцінка областей визначення та множини значень. Монотонність. Екстремуми. 2. Застосування властивостей квадратного тричлена. 3. Застосування похідної. 4. Застосування інтеграла. 5. Застосування опуклості функції при доведенні нерівностей. Нерівність Єнсена. 6. Нерівність Юнга.

Змістовий модуль 2. Нерівності в геометрії.

Тема 5. Застосування методів аналітичної геометрії, векторної алгебри, тригонометрії.

1. Застосування методів аналітичної геометрії. 2. Застосування методів векторної алгебри. 3. Застосування тригонометрії.

Тема 6. Застосування деяких геометричних співвідношень до доведення нерівностей.

1. Геометричний спосіб доведення нерівностей між середніми квадратичним, арифметичним, геометричним та гармонічним. 2. Використання співвідношень між елементами геометричних фігур.

Тема 7. Нерівності в геометрії.

1. Нерівність трикутника. 2. Застосування векторів. 3. Оцінка площі. 4. Екстремальна властивість центра ваги. 5. Дослідження екстремальних властивостей. 6. Застосування похідної.

Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	кількість годин.			
	разом	л.	п.	с.р.
Змістовий модуль 1. Доведення нерівностей в алгебрі.				
<i>Тема 1.</i> Основні традиційні методи доведень.	12	2	2	8
<i>Тема 2.</i> Метод підсилення при доведенні нерівностей. Доведення нерівностей методом математичної індукції.	10	0	2	8
<i>Тема 3.</i> Класичні нерівності між середніми.	12	2	2	8
<i>Теми 4.</i> Застосування властивостей функцій та методів математичного аналізу.	16	2	4	10
Модульна контрольна робота № 1	10		2	8
Разом за змістовим модулем 1.	60	6	12	42
Змістовий модуль 2. Нерівності в геометрії				
<i>Тема 5.</i> Застосування методів аналітичної геометрії, векторної алгебри, тригонометрії.	14	2	4	8
<i>Тема 6.</i> Застосування деяких геометричних співвідношень до доведення нерівностей.	10	2	2	6
<i>Тема 7.</i> Нерівності в геометрії.	6	2	0	4
Разом за змістовим модулем 2	30	6	6	18
• Усього годин	90	12	18	60

Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	К-сть годин
Змістовий модуль 1. Доведення нерівностей в алгебрі.		
1	Основні традиційні методи доведень	2
2	Метод підсилення при доведенні нерівностей. Доведення нерівностей методом математичної індукції.	2
3	Класичні нерівності між середніми	2
4-5	Застосування властивостей функцій та методів математичного аналізу.	4
6	Модульна контрольна робота	2
Змістовий модуль 2. Нерівності в геометрії		
7-8	Застосування методів аналітичної геометрії, векторної алгебри, тригонометрії	4
9	Застосування деяких геометричних співвідношень до доведення нерівностей	2
	Усього	18

Самостійна робота

Вид діяльності	К-сть годин
Вивчення матеріалу лекцій	8
Вивчення теоретичних тем, які не розглядались на лекціях	4
Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань	40
Підготовка до контрольних робіт	8
Усього	60

6. Система оцінювання курсу

Загальна система оцінювання курсу	Розподіл балів, які отримують студенти			
	Змістовий модуль 1		Змістовий модуль 2	
	МКР – 50	Сума	поточний контроль –	Сума
	поточний контроль – 25	75	– 25	25
	* МКР – модульна контрольна робота Оцінка за поточний контроль – сума оцінок за поточний контроль та виступи з рефератами на практичних заняттях. Оцінка за модульну контрольну роботу - сума оцінок за виконання кожного прикладу або задачі контрольної роботи (5 завдань по 10 балів кожне).			
	Шкала оцінювання			
Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою		
90 – 100	A	зараховано		
80 – 89	B	зараховано		
70 – 79	C			
60 – 69	D	зараховано		
50 – 59	E			
1 – 49	FX	не зараховано		
Вимоги до письмової роботи	Зразок варіантів контрольної роботи Варіант №			
	<p><i>Задача 1.</i> Довести, що для довільних $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, d \geq 0$ виконується нерівність</p> $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}.$			
	<p><i>Задача 2.</i> Довести, що $\left(\frac{n+1}{2}\right)^n > n!$ для $n = 2, 3, 4, \dots$</p>			
	<p><i>Задача 3.</i> Довести, що при $a > 0, b > 0, c > 0$ виконується нерівність</p> $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9.$			
	<p><i>Задача 4.</i> Довести, що для довільних додатних чисел a, b виконується нерівність $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b$.</p>			
	<p><i>Задача 5.</i> Довести, що для довільних дійсних чисел a, b, c виконується нерівність $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$.</p>			
Умови допуску до підсумкового контролю	Виконання контрольної роботи та індивідуальних завдань.			

7. Політика курсу

Звіт про пропущені лекційні заняття реалізується у вигляді рефератів по відповідних темах. Звіт про пропущені практичні заняття реалізується у вигляді розв'язаних задач, що розглядалися в аудиторії та пропонувалися для самостійного розв'язання.

8. Рекомендована література

1. Вишенський В.А., Перестюк М.О., Самойленко А.М.. Збірник задач з математики. – К.: Либідь, 1993.
2. Роман Собкович, Наталія Кульчицька. Основні методи доведення нерівностей. Івано-Франківськ, ІОППО, 2014. – 116 с.
3. Федак І. В. Методи розв'язування олімпіадних завдань з математики і не тільки їх. – Чернівці.: Зелена Буковина. 2002.- 340 с.
4. Лейфура В.М., Мітельман І.М., Радченко В. М., Ясінський В. А. Математичні олімпіади школярів України 2001-2006. – Львів.: Каменяр. 2008. – 348 с.
5. Васильев Н.Б., Егоров А.А. Задачи всесоюзных математических олимпиад. – М.: Наука. 1988. – 288с.
6. Литвиненко В. Н., Мордкович А. Г. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия. М.: “АВФ”. 1995. – 352 с.
7. Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С. Неожиданный шаг или сто тринадцать красивых задач. - К.: Агрофирма ”Александрия”, 1993.–59 с.

Допоміжна література

8. Сивашинський І. Х. Нерівності в задачах. М.: Наука, 1967 – 275 с.
9. Фоміних Ю.В. Доведення нерівностей. Журнал «Математика в школі» – М., 1998. - № 6. – 44 – 46.
10. Сарана О.А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч. – К., „Видавництво А.С.К.”, 2004.

Викладач



Собкович Р. І.