

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА»**

**Факультет математики та інформатики  
Кафедра математики та інформатики і методики навчання**

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Вища алгебра і теорія чисел у шкільній математиці**

Освітньо-професійна програма	Середня освіта (Математика)
Спеціальність	014 Середня освіта (Математика)
Галузь знань	01 Освіта/Педагогіка

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол № 1 від 30 серпня 2019 р.

## ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Результати навчання (компетентності)
5. Організація навчання курсу
6. Система оцінювання курсу
7. Політика курсу
8. Рекомендована література

<b>1. Загальна інформація</b>	
<b>Назва дисципліни</b>	Вища алгебра і теорія чисел у шкільній математиці
<b>Викладач</b>	Собкович Роман Іванович
<b>Контактний телефон викладача</b>	0976350790
<b>E-mail викладача</b>	
<b>Формат дисципліни</b>	Дисципліни вільного вибору студентів
<b>Обсяг дисципліни</b>	90 год
<b>Консультації</b>	В режимі електронного спілкування та відповідно до факультетського розкладу консультацій

## 2. Анотація до курсу

Враховуючи різний, зокрема і досить низький рівень математичної підготовки випускників шкіл та з метою створення для них додаткових можливостей для більш глибокого засвоєння програми шкільної математики відповідно до навчального плану студентів для освітньо-кваліфікаційного рівня магістр спеціальності «середня освіта (математика)» введено спецкурс «Вища алгебра і теорія чисел в шкільній математиці». Його вивчають у 1-ому семестрі в обсязі 6 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). Він розрахований на 180 годин занять. З них 24 години лекцій, 36 годин практичних занять і 120 годин самостійної роботи. Вивчення навчальної дисципліни завершується іспитом.

## 3. Мета та цілі курсу

**Мета і завдання** навчальної дисципліни «Вища алгебра і теорія чисел в шкільній математиці»: ознайомити студентів з основними способами перетворення математичних виразів у шкільній алгебрі, методами розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем; надати додаткові можливості для успішної самостійної роботи студентів із задачним матеріалом різноманітної літератури з шкільної математики та шкільними підручниками.

## 4. Результати навчання (компетентності)

**Студент повинен знати:**

- основні способи тотожних перетворень алгебраїчних виразів;
- означення, властивості основних елементарних функцій;
- основні методи розв'язування алгебраїчних та трансцендентних рівнянь, нерівностей та їх систем;
- методи розв'язування лінійних та нелінійних невизначених рівнянь;
- способи тотожних перетворень тригонометричних виразів.

**Студент повинен вміти:**

- виконувати тотожні перетворення алгебраїчних, трансцендентних та тригонометричних виразів;
- застосовувати різні методи та прийоми при розв'язуванні рівнянь, нерівностей та їх систем;
- володіти основами теорії подільності;
- використовувати різні методи при розв'язуванні задач з параметрами;
- володіти методами доведення нерівностей;
- виконувати тотожні перетворення тригонометричних виразів та володіти основними методами розв'язування тригонометричних рівнянь, нерівностей та їх систем.

## 5. Організація навчання курсу

### Обсяг курсу

Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	24
семінарські заняття / практичні / лабораторні	36
самостійна робота	120

### Ознаки курсу

Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний / вибірковий
1	Середня освіта (математика)	1	Дисципліни вільного вибору студентів

### Тематика курсу

#### Змістовий модуль 1. Тотожні перетворення виразів.

Тема 1. Тотожні перетворення алгебраїчних виразів.

1. Розклад на множники алгебраїчних виразів. 2. Трикутник Паскаля, біном Ньютона. 3. Розклад на множники виразів виду  $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ ,  $a^n - b^n$ . 4. Теорема Безу. Розклад на множники алгебраїчних многочленів. Схема Горнера, метод невизначених коефіцієнтів. 5. Метод математичної індукції.

Тема 2. Тотожні перетворення ірраціональних виразів.

1. Поняття арифметичного кореня. Властивості арифметичних коренів. 2. Перетворення складного радикала. 3. Знищення ірраціональності у знаменнику дробу. 4. Поняття модуля. Перетворення виразів, що містять знак модуля.

Тема 3. Основи теорії подільності.

1. Ознаки подільності на 2, 3, 5, 9. Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне. 2. Конгруенції та їх властивості. 3. Мала теорема Ферма та її застосування. 4. Лінійні і нелінійні діофантові рівняння та способи їх розв'язування.

#### Змістовий модуль 2. Методи розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем.

Тема 4. Основні методи розв'язування рівнянь та їх систем.

1. Рівносильність рівнянь. 2. Алгебраїчні рівняння вищих степенів. Кубічні рівняння. Формули Кардано. Рівняння четвертого степеня. Метод Феррарі. 3. Основні методи розв'язування: розклад на множники; метод заміни; однорідні рівняння; використання функціональних властивостей виразів (області визначення та множини значень, парності і непарності, монотонності, опуклості). 4. Розв'язування алгебраїчних рівнянь спеціальних видів. Метод ведення додаткової змінної. 5. Рівняння з модулями. Ірраціональні рівняння. Трансцендентні рівняння та основні методи їх розв'язування.

Тема 5. Основні методи розв'язування нерівностей.

1. Рівносильність нерівностей. 2. Раціональні та дробово-раціональні нерівності. 3. Метод інтервалів. 4. Нерівності з модулями. 5. Ірраціональні, показникові, логарифмічні нерівності.

Тема 6. Задачі з параметрами.

1. Параметри у задачах із квадратним тричленом. 2. Застосування властивостей функцій. 3. Необхідні та достатні умови у задачах із параметрами. 4. Графічні методи. 5. Параметр у ролі рівноправної змінної.

Тема 7. Методи доведень нерівностей.

1. Доведення нерівностей за допомогою означення. 2. Синтетичний метод доведення нерівностей. 3. Аналітичний метод доведення нерівностей. 4. Доведення нерівностей методом від супротивного. 5. Метод підсилення. 6. Доведення нерівностей методом математичної індукції. 7. Класичні нерівності між середніми та їх доведення. 8. Деякі інші методи: оцінка областей визначення та множини значень, дослідження на монотонність;

екстремуми; застосування властивостей квадратного тричлена; використання похідної; застосування опуклості функції, нерівність Єнсена.

### Змістовий модуль 3. Основи тригонометрії.

Тема 8. Тотожні перетворення тригонометричних виразів.

1. Означення тригонометричних функцій. Їх властивості. 2. Основні тригонометричні співвідношення: найпростіші тригонометричні співвідношення; тригонометричні функції суми та різниці кутів; тригонометричні функції подвійного та половинного кута; тригонометричні функції потрійного кута; перетворення добутку тригонометричних функцій в суму та формули перетворення суми тригонометричних функцій в добуток; формули зведення. 3. Значення тригонометричних функцій деяких кутів. 4. Перетворення деяких тригонометричних сум, доведення тотожностей.

Тема 9. Основні методи розв'язування тригонометричних рівнянь та нерівностей.

1. Розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь. 2. Метод заміни. 3. Однорідні рівняння. 4. Пониження степеня. 5. Застосування універсальної підстановки. 6. Рівняння виду  $a \sin x + b \cos x = c$ . 7. Застосування формул перетворення суми та різниці тригонометричних функцій у добуток. 8. Застосування формул перетворення добутку тригонометричних функцій у суму та різницю. 9. Розв'язування рівнянь, які містять вирази  $\sin x \pm \cos x$  та  $\sin x \cos x$ . 10. Розв'язування рівнянь із врахуванням області визначення та множини значень. 11. Розв'язування тригонометричних рівнянь з параметрами. 12. Розв'язування найпростіших тригонометричних нерівностей. 13. Метод інтервалів на тригонометричному колі. 14. Деякі методи розв'язування тригонометричних систем.

Тема 10. Аркфункції.

1. Функція  $y = \arcsin x$ . 2. Функція  $y = \arccos x$ . 3. Функція  $y = \arctg x$ . 4. Перетворення виразів із аркфункціями. Співвідношення між аркфункціями першого та другого роду. 5. Знаходження аркфункцій від тригонометричних функцій. 6. Знаходження значень тригонометричних функцій від аркфункцій. 7. Рівняння, нерівності, системи із аркфункціями.

Назви змістових модулів і тем	Разом	Л.	Пр.	С.р.
<b>Змістовий модуль 1. Тотожні перетворення виразів.</b>				
Тема 1. Тотожні перетворення раціональних виразів.	12	2	2	8
Тема 2. Тотожні перетворення ірраціональних виразів.	12		2	8
Тема 3. Основи теорії подільності.	12	2	2	8
<b>Змістовий модуль 2. Методи розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем.</b>				
Тема 4. Основні методи розв'язування рівнянь та їх систем.	30	4	6	20
Тема 5. Основні методи розв'язування нерівностей.	18	2	4	12
Тема 6. Задачі з параметрами.	28	4	4	20
Тема 7. Методи доведень нерівностей.	12	2	2	8
<b>Змістовий модуль 3. Основи тригонометрії.</b>				
Тема 8. Тотожні перетворення тригонометричних виразів.	14	2	4	8
Тема 9. Основні методи розв'язування тригонометричних рівнянь та нерівностей.	16	2	4	10
Тема 10. Аркфункції.	16	2	4	10
9. Модульна контрольна робота.	10		2	8
• Усього годин	<b>180</b>	<b>24</b>	<b>36</b>	<b>120</b>

## 5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Год.
<b>Змістовий модуль 1. Тотожні перетворення виразів.</b>		
1	Тотожні перетворення раціональних виразів.	2
2	Тотожні перетворення ірраціональних виразів.	2
3	Основи теорії подільності.	2
<b>Змістовий модуль 2. Методи розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем</b>		
4	Основні методи розв'язування алгебраїчних рівнянь та їх систем.	2
5	Основні методи розв'язування ірраціональних рівнянь.	2
6	Основні методи розв'язування показникових та логарифмічних рівнянь.	2
7	Алгебраїчні та ірраціональні нерівності.	2
8	Показникові та логарифмічні нерівності.	2
9	Задачі з параметрами.	4
10	Методи доведень нерівностей	2
<b>Змістовий модуль 3. Основи тригонометрії.</b>		
11	Тотожні перетворення тригонометричних виразів.	4
12	Основні методи розв'язування тригонометричних рівнянь.	2
13	Основні методи розв'язування тригонометричних нерівностей.	2
14	Аркфункції.	4
15	Модульна контрольна робота.	2
<b>Усього</b>		<b>36</b>

### Самостійна робота

Вид діяльності	К-сть годин
Вивчення матеріалу лекцій	20
Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань	80
Підготовка до контрольної роботи	10
Підготовка до тестування	10
<b>Усього</b>	<b>120</b>

## 6. Система оцінювання курсу

Розподіл балів, які отримують студенти

Увесь курс	
МКР – 30, індивід. завдання – 10 поточний контроль – 10 іспит – 50	Сума 100

Оцінка за поточний контроль – сума оцінок за поточний контроль та за роботу на практичних заняттях (максимальна сума 10).

Оцінка за модульну контрольну роботу – сума оцінок за виконання кожного завдання контрольної роботи (10 завдань по 3 бали кожне).

Оцінка за індивідуальне завдання (максимум – 10 балів) – кількість розв'язаних з індивідуального завдання вправ.

## Зразки варіантів самостійної роботи

Тема: "Тотожні перетворення алгебраїчних виразів".

1. Довести методом математичної індукції:

$$a) \frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}; \quad б) 2^{n+2} \cdot 3^n + 5n - 4 : 25;$$

2. Спростити:

$$a) \sqrt{9-4\sqrt{5}} + \sqrt{14-6\sqrt{5}}; \quad б) \frac{2m^3 - 3m^2 + mn^2}{4m^2 - 3mn - n^2}.$$

## Зразки варіантів контрольної роботи

Модульна контрольна робота. Варіант №.

Розв'язати:

1.  $x^2 + \frac{2}{x} = x - \frac{4}{x^2} + 4$

2.  $\frac{x^2 - x - 12}{4x - x^2} \leq 0.$

3.  $\sqrt[3]{x-16} = \sqrt[3]{x+3} - 1.$

4.  $(2-x)\sqrt{3+2x-x^2} > 0.$

5.  $\sqrt{8+2x-x^2} > 6-3x.$

6.  $3^{3x+1} - 4 \cdot 27^{x-1} + 9^{1,5x-1} = 80.$

7.  $|x^2 + 6x - 1| \leq 6.$

8.  $1 - \sin x = \cos x.$

9.  $\log_3^2 x - 3 \log_3 x > -2.$

10.  $\sqrt{3 \sin x} = -\cos x.$

## Зразки індивідуального завдання

*Література:* О.Р. Никифорчин, Р.І. Собкович та ін. Збірник тестових завдань з математики. Івано-Франківськ, 2011.

№ прізвища в акад. журналі	Номери завдань
1; 6;11;16	1.3.28; 1.4.2; 2.3.1; 2.3.11; 2.3.21; 2.3.31; 2.3.39; 2.4.1; 2.4.24; 3.3.4; 3.4.18; 4.3.1; 4.3.4; 4.3.27; 4.3.36; 4.4.13; 5.3.2; 5.4.2; 5.4.24; 5.4.46; 6.3.2; 6.3.11; 6.3.28; 6.3.40; 6.4.6; 6.4.35.
2;7;12;1 7	1.3.30; 1.4.3; 2.3.7; 2.3.17; 2.3.22; 2.3.33; 2.3.43; 2.4.2; 2.4.25; 3.3.5; 3.4.19; 4.3.2; 4.3.18; 4.3.28; 4.3.37; 4.4.15; 5.3.3; 5.4.3; 5.4.25; 5.4.47; 6.3.3; 6.3.12; 6.3.30; 6.3.42; 6.4.7; 6.4.36.
3;8;13;1 8	1.3.32; 1.4.6; 2.3.9; 2.3.3; 2.3.23; 2.3.34; 2.3.45; 2.4.4; 2.4.26; 3.3.2; 3.4.20; 4.3.3; 4.3.14; 4.3.29; 4.3.38; 4.4.16; 5.3.4; 5.4.4; 5.4.26; 5.4.48; 6.3.5; 6.3.13; 6.3.32; 6.3.43; 6.4.8; 6.4.37.
4;9;14;1 9	1.3.38; 1.4.11; 2.3.10; 2.3.6; 2.3.24; 2.3.36; 2.3.47; 2.4.9; 2.4.29; 3.3.6; 3.4.22; 4.3.5; 4.3.17; 4.3.30; 4.3.39; 4.4.18; 5.3.5; 5.4.5; 5.4.27; 5.4.49; 6.3.6; 6.3.14; 6.3.33; 6.3.44; 6.4.9; 6.4.38.

5;10;15; 20	1.3.40; 1.4.13; 2.3.12; 2.3.19; 2.3.27; 2.3.38; 2.3.50; 2.4.22; 2.4.33; 3.3.7; 3.4.24; 4.3.7; 4.3.19; 4.3.31; 4.3.40; 4.4.19; 5.3.6; 5.4.6; 5.4.28; 5.4.50; 6.3.8; 6.3.17; 6.3.34; 6.3.45; 6.4.11; 6.4.47.
----------------	---

**Шкала оцінювання**

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	
1 – 49	FX	незадовільно

Умови допуску до підсумкового контролю

Виконання контрольної роботи та тестування.

**7. Політика курсу**

Звіт про пропущені лекційні заняття реалізується у вигляді рефератів по відповідних темах. Звіт про пропущені практичні заняття реалізується у вигляді розв'язаних задач, що розглядалися в аудиторії та пропонувалися для самостійного розв'язання. Залік виставляється при умові виконання контрольної роботи та тестування відповідно до наведеної шкали оцінювання..

**8. Рекомендована література**

1. Практикум із шкільних математичних задач. // Навчальний посібник Н.В. Кульчицька, Р.І. Собкович. Видавництво Прикарпатського нац. у-ту імені Василя Стефаника, - 2011, - 100с.
2. Никифорчин О.Р., Собкович Р.І., Казмерчук А.І. та ін. Збірник тестових завдань з математики. - Івано-Франківськ. :Прикарпатський національний університет, 2011. -268 с.
3. Роман Собкович. Елементи тригонометрії - Івано-Франківськ. :Прикарпатський національний університет, 2012. -92 с.
4. Вишенський В.А., Перестюк М.О., Самойленко А.М.. Збірник задач з математики. – К.: Либідь, 1993.
5. Роман Собкович, Наталія Кульчицька. Деякі методи розв'язування задач з параметрами. - Івано-Франківськ. :Прикарпатський національний університет, 2011. -114 с.
6. Шкільні підручники з алгебри (8 – 11 класи) з поглибленим вивченням математики.

Викладач  Собкович Р. І.

