

**ІВАНО-ФРАНКІВСЬКИЙ КОЛЕДЖ
ДЕРЖАВНОГО ВИЩОГО НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ
«ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА»**

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директор коледжу

_____ Ю.М. Москаленко

«31» серпня 2018 р.

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Навчальна програма

Спеціальність: 113 Прикладна математика

Вступ

Навчальну програму дисципліни «Математичний аналіз» складено відповідно до освітньо-професійної програми підготовки молодшого спеціаліста галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 113 Прикладна математика і навчального плану за спеціальністю 113, затвердженого директором коледжу 31.08.2017 р.

Предмет навчальної дисципліни «Математичний аналіз» включає основні методи та моделі математичного аналізу (диференціального та інтегрального числення).

Міждисциплінарні зв'язки: вивчається на базі курсу «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» та є базовою для вивчення таких дисциплін як «Теорія ймовірностей», «Диференціальні рівняння», «Чисельні методи».

Навчальна програма складається з таких розділів:

1. Мета і завдання курсу.
2. Зміст курсу.
3. Список рекомендованої літератури.

1. Мета і завдання

курсу «Математичний аналіз»

Основною метою викладання курсу є засвоєння фундаментальних положень комплексних чисел; функцій та границь функцій; інтегральних та диференціальних числень; числових та степеневих рядів; сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

Основними завданнями, що мають бути вирішені в процесі викладання дисципліни, є:

- ознайомлення з основами математичного апарату;
- набуття навичок математичного дослідження прикладних задач, побудови математичних моделей;
- здобуття знань для вивчення інших дисциплін математичного циклу.

Після вивчення курсу студенти мають знати:

- означення комплексного числа та дії над ними;
- поняття функції, границі функції, теореми про границі, означення неперервності функції та точок розриву;
- означення похідної функції, її геометричний, фізичний та економічний зміст; алгоритм дослідження функції на монотонність, екстремум, опуклість;
- означення частинних похідних функцій багатьох змінних, повного диференціала, градієнта, необхідні та достатні умови екстремуму;
- означення невизначеного та визначеного інтегралів, їх геометричний зміст, методи інтегрування;
- означення числового ряду, умови збіжності, означення функціонального ряду та його області збіжності.
- означення, рівняння кривих та поверхонь другого порядку.

Студент також має вміти застосовувати теоретичний матеріал перелічених розділів при вирішенні практичних завдань.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

№ теми	Назва теми	Усього	Кількість годин			
			Аудиторні заняття			Само- стійна робота
			Разом	Лекції	Прак- тичні заняття	
	Розділ 1. Комплексні числа	8	6	2	4	2
1.1	Комплексні числа, форми запису, дії з числами	8	6	2	4	2
	Розділ 2. Границя та неперервність функції	33	22	8	14	11
2.1	Функціональна залежність між величинами. Елементарні функції. Властивості функцій	10	6	2	4	4
2.2	Границя послідовності та функції	16	12	4	8	4
2.3	Неперервність функції	7	4	2	2	3
	Розділ 3. Диференціальне числення функцій однієї змінної	40	26	8	18	14
3.1	Похідна та диференціал функції	12	8	2	6	4
3.2	Правило Лопіталя. Асимптоти кривої	7	4	2	2	3
3.3	Теореми про середнє для диференційованих функцій. Формули Тейлора і Маклорена	8	4	2	2	4

3.4	Похідна та дослідження поведінки функції	13	10	2	8	3
	Розділ 4. Інтегральне числення	39	20	6	14	19
4.1	Первісна і невизначений інтеграл. Методи знаходження невизначених інтегралів	13	8	2	6	5
4.2	Визначений інтеграл Геометричні та фізичні застосування визначеного інтеграла	17	8	2	6	9
4.3	Невласні інтеграли	9	4	2	2	5
	Розділ 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних	22	8	2	6	14
5.1	Функції багатьох змінних. Границя. Неперервність Диференціювання функцій багатьох змінних. Повний диференціал функції	14	6	2	4	8
5.2	Екстремум функцій багатьох змінних	8	2	-	2	6
	Розділ 6. Ряди	20	10	4	6	10
6.1	Числові ряди	10	6	2	4	4
6.2	Функціональні ряди. Степеневі ряди	10	4	2	2	6
	Всього	162	92	30	62	70

2. Зміст курсу

Розділ 1. Комплексні числа

Тема 1.1. Комплексні числа, форми запису та дії з числами

Означення комплексного числа.

Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.

Геометрична інтерпретація комплексних чисел.

Тригонометрична форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в тригонометричній формі.

Показникова форма комплексного числа.

Практичні заняття

Дії над комплексними числами. Перехід від однієї форми комплексного числа до іншої.

Дії над числами в тригонометричній формі.

Самостійна робота

Показникова форма комплексного числа.

Студенти мають:

знати форми запису комплексних чисел та їх взаємозв'язок;

вміти виконувати дії з комплексними числами в усіх формах, здійснювати тотожні перетворення виразів з комплексними числами.

Розділ 2. Границя та неперервність функції

Тема 2.1. Функціональна залежність між величинами. Елементарні функції.

Властивості функцій

Функціональна залежність між величинами.

Елементарні функції та їх графіки.

Властивості функцій.

Перетворення графіків функцій.

Самостійна робота

Перетворення графіків функцій.

Студенти мають:

знати означення функції, області визначення функції, парної та непарної функції, періоду функції;

вміти знаходити область визначення функції, досліджувати на парність та непарність функцію, знаходити період функції; будувати графіки елементарних функцій та досліджувати властивості функції.

Тема 2.2. Границя послідовності та функції

Означення границі послідовності. Теореми про границю суми, добутку і частки послідовностей.

Нескінченно малі і нескінченно великі послідовності.

Існування границі монотонної обмеженої послідовності.

Означення границі функції. Границя функції зліва і справа.

Теореми про границю суми, добутку і частки функцій.
Перша та друга важливі границі.

Практичні заняття

Знаходження границь послідовностей та функцій.

Самостійна робота

Теореми про границю суми, добутку і частки функцій.

Розв'язування задач на знаходження границь послідовностей.

Студенти мають:

знати означення границь послідовності та функції, нескінченно малих та нескінченно великих функцій; теореми про границі;
вміти знаходити границі послідовностей та функцій.

Тема 2.3. Неперервність функції

Неперервність функції в точці. Неперервність функції на відрізку.

Теореми про неперервність функції.

Класифікація точок розриву функції.

Деякі важливі границі.

Практичні заняття

Дослідження функцій на неперервність.

Класифікація точок розриву.

Самостійна робота

Властивості неперервних функцій.

Студенти мають:

знати означення неперервності функції в точці і на відрізку, теореми про неперервні функції;

вміти досліджувати функції на неперервність, класифікувати точки розриву, застосовувати першу та другу важливі границі.

Розділ 3. Диференціальне числення функцій однієї змінної

Тема 3.1. Похідна та диференціал функції

Означення похідної, її геометричний та механічний зміст, застосування.

Теореми про диференціювання суми, добутку і частки функцій.

Диференційованість і неперервність.

Похідні основних елементарних функцій.

Диференціювання неявних і параметрично заданих функцій.

Означення диференціала функції та його геометричний зміст. Диференціал суми, добутку і частки функцій.

Практичні заняття

Таблиця похідних основних елементарних функцій.

Диференціювання функцій, заданих аналітично. Похідні вищих порядків.

Знаходження диференціалів функцій.

Диференціал суми, добутку та частки функцій.

Самостійна робота

Геометричні та фізичні задачі на застосування похідної.

Студенти мають:

знати означення похідної, її геометричний та механічний зміст, таблицю похідних основних елементарних функцій, теореми; означення диференціала та його геометричний зміст;

вміти диференціювати елементарні функції, параметрично задані функції, знаходити похідні вищих порядків деяких функцій, знаходити диференціали функцій.

Тема 3.2. Правило Лопіталя. Асимптоти кривої

Правило Лопіталя.

Означення асимптот кривої. Вертикальні, похилі та горизонтальні асимптоти.

Практичні заняття

Знаходження границь функцій за правилом Лопіталя.

Знаходження асимптот до кривої.

Самостійна робота

Розв'язування задач на знаходження границь функцій за правилом Лопіталя, знаходження асимптот до кривої.

Студенти мають:

знати правило Лопіталя, означення асимптоти кривої, формули для знаходження асимптот кривої;

вміти обчислювати границі функцій за правилом Лопіталя, знаходити асимптоти кривої.

Тема 3.3. Теореми про середнє для диференційованих функцій. Формули Тейлора і Маклорена

Теорема Ролля. Теорема про середнє Коші. Теорема про середнє Лагранжа.

Формули Тейлора і Маклорена.

Практичні заняття

Представлення деяких елементарних функцій за формулою Тейлора.

Самостійна робота

Теореми про середнє, формула Маклорена

Студенти мають:

знати теореми про середнє, формулу Тейлора та Маклорена;

вміти зображати елементарні функції формулою Тейлора.

Тема 3.4. Похідна та дослідження поведінки функції

Зростання і спадання функції на інтервалі і в точці.

Локальний екстремум.

Необхідні і достатні умови локальних екстремумів.

Опуклість кривої. Точки перегину.

Загальна схема дослідження функцій за допомогою похідної.

Практичні заняття

Дослідження функцій за допомогою похідної та побудова їх графіків.

Самостійна робота

Розв'язування задач на дослідження функцій та побудова їх графіків.

Студенти мають:

знати необхідні і достатні умови локальних екстремумів функції, точки перегину; достатні умови зростання, спадання, опуклості та угнутості функції;
вміти досліджувати функції за допомогою похідних і будувати їх графіки.

Розділ 4. Інтегральне числення

Тема 4.1. Первісна і невизначений інтеграл. Методи знаходження невизначених інтегралів

Означення первісної та невизначеного інтеграла.

Таблиця первісних основних елементарних функцій.

Правила знаходження первісних.

Інтегрування функцій шляхом заміни змінної.

Метод інтегрування частинами.

Інтегрування раціональних функцій.

Інтегрування тригонометричних та ірраціональних функцій.

Практичні заняття

Знаходження невизначених інтегралів.

Самостійна робота

Таблиця первісних основних елементарних функцій.

Інтегрування тригонометричних та ірраціональних функцій.

Студенти мають:

знати означення первісної та невизначеного інтеграла, таблицю первісних основних елементарних функцій, правила знаходження первісних;

вміти знаходити невизначені інтеграли методом безпосереднього інтегрування, інтегрування частинами та методом заміни змінної, інтегрувати раціональні функції.

Тема 4.2. Визначений інтеграл

Поняття інтегральної суми. Означення інтеграла Рімана.

Властивості інтеграла.

Формула Ньютона – Лейбніца.

Інтегрування частинами та методом заміни змінної.

Практичні заняття

Обчислення визначених інтегралів.

Самостійна робота

Інтегральні суми. Властивості визначеного інтеграла.

Студенти мають:

знати означення визначеного інтеграла, формулу Ньютона – Лейбніца, властивості інтеграла, методи інтегрування функції частинами та заміною змінної;

вміти обчислювати визначені інтеграли методом безпосереднього інтегрування, інтегрування частинами та шляхом заміни змінних.

Тема 4.3. Геометричні та фізичні застосування визначеного інтеграла

Обчислення площ фігур, обмежених лініями.

Обчислення об'ємів деяких тіл.

Обчислення площ поверхонь тіл обертання.

Деякі фізичні застосування визначеного інтеграла (робота, сила тиску, тощо).

Практичні заняття

Обчислення площ фігур, об'ємів деяких тіл обертання.

Самостійна робота

Обчислення площ поверхонь тіл обертання.

Деякі фізичні застосування визначеного інтеграла

Студенти мають:

знати формули для обчислення площ фігур, довжин ліній, об'ємів та площ поверхонь деяких тіл із застосуванням визначеного інтеграла;

вміти обчислювати площі фігур, довжини ліній, об'єми, площі поверхонь деяких тіл, розв'язувати задачі на фізичні застосування визначеного інтеграла.

Тема 4.4. Невласні інтеграли

Означення невластного інтеграла.

Невласні інтеграли з нескінченими межами інтегрування.

Невласні інтеграли від необмежених функцій.

Дослідження на збіжність. Ознаки збіжності.

Практичні заняття

Дослідження на збіжність невластних інтегралів.

Самостійна робота

Перевірка на збіжність невластних інтегралів.

Студенти мають:

знати означення невластного інтеграла, ознаки збіжності невластних інтегралів;

вміти досліджувати на збіжність невластні інтеграли.

Розділ 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних

Тема 5.1. Функції багатьох змінних. Границя. Неперервність. Диференціювання функцій багатьох змінних. Повний диференціал функції

Означення функції багатьох змінних.

Границі функції багатьох змінних.

Неперервність функції.

Теорема про неперервність суми, добутку і частки.

Частинні похідні.

Повний диференціал та його геометричний зміст.

Застосування повного диференціала.

Похідна складеної функції, повна похідна.

Частинні похідні і повний диференціал вищих порядків.

Практичні заняття

Знаходження частинних похідних функцій багатьох змінних. Знаходження диференціалів функцій багатьох змінних.

Самостійна робота

Неперервність функцій багатьох змінних. Теорема про неперервність суми, добутку, частки функцій. Знаходження частинних похідних вищих порядків.

Студенти мають:

знати означення функції багатьох змінних, границі та неперервності функції багатьох змінних, теореми про неперервність; означення функцій багатьох змінних, означення частинної похідної, повної похідної, повного диференціала першого і вищих порядків функцій багатьох змінних;

вміти обчислювати границі функцій багатьох змінних та досліджувати їх неперервність; обчислювати частинні похідні та диференціали першого порядку функцій багатьох змінних, частинні похідні вищих порядків.

Тема 5.3. Екстремум функцій багатьох змінних

Безумовний екстремум функції багатьох змінних.

Означення і умови існування екстремуму.

Умовний екстремум функцій багатьох змінних.

Метод найменших квадратів.

Практичні заняття

Знаходження безумовного та умовного екстремуму функцій двох змінних.

Самостійна робота

Дослідження функцій двох змінних на умовний екстремум. Метод найменших квадратів.

Студенти мають:

знати необхідні і достатні умови екстремуму функції багатьох змінних;

вміти знаходити безумовний та умовний екстремуми функцій двох змінних; застосувати метод найменших квадратів.

Розділ 6. Числові та функціональні ряди

Тема 6.1. Числові ряди

Означення числового ряду, сума ряду, поняття збіжності.

Необхідна умова збіжності числового ряду.

Лінійні операції з рядами. Достатні ознаки збіжності рядів з додатними членами.

Ряди з довільними членами, види збіжності.

Знакопочергові ряди. Ознака Лейбніца збіжності ряду.

Практичні заняття

Дослідження на збіжність числових рядів з додатними членами. Дослідження на збіжність числових знакопочергових рядів за допомогою ознаки Лейбніца.

Самостійна робота

Дослідження на збіжність числових рядів за допомогою всіх вивчених ознак.

Студенти мають:

знати означення числового ряду, суми ряду, поняття збіжності ряду, необхідну мову збіжності числового ряду, достатні умови збіжності числових рядів (ознаки порівняння, Коші, Даламбера, Лейбніца);

вміти досліджувати на збіжність числові ряди за допомогою ознаки порівняння, Коші, Даламбера та Лейбніца.

Тема 6.2. Функціональні ряди. Степеневі ряди

Означення функціонального ряду. Поняття збіжності та рівномірної збіжності функціонального ряду.

Означення степеневого ряду. Радіус збіжності та область збіжності степеневого ряду. Теорема Абеля.

Практичні заняття

Знаходження інтервалу та радіуса збіжності степеневих рядів.

Самостійна робота

Рівномірна збіжність функціонального ряду. Теорема Абеля.

Студенти мають:

знати означення функціонального ряду, збіжного та рівномірно збіжного функціонального ряду; означення степеневого ряду, радіус збіжності та області збіжності степеневого ряду, теорему Абеля;

вміти визначати радіус збіжності та область збіжності степеневих рядів.

3. Список рекомендованої літератури

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. – К.: Видавництво А.С.К., 2003.
2. Василишин Б.В., Гой Т.П. та ін. Вища математика (частина 1): Навч. посібник для студентів економ. спец. – Івано-Франківськ: “Плай”, 2003.
3. Клепко В.Ю., Голець В.Л. Вища математика в прикладах і задачах: Навч. посібник. – К.: Центр навчальної літератури, 2006.
4. Валєєв К.Г., Джалладова І.А. Вища математика: Навч. посібник: У 2-х ч. – К.: КНЕУ, 2001. – Ч. 1.
5. Валєєв К.Г., Джалладова І.А. Вища математика: Навч. посібник: У 2-х ч. – К.: КНЕУ, 2002. – Ч. 2.
6. Бугір М.К. Математика для економістів. Лінійна алгебра, лінійні моделі. Посібник для студентів вищих навч. закладів. – К.: Видавничий центр “Академія”, 1998.
7. Барковський В.В., Барковська Н.В. Математика для економістів. Вища математика. - Т.1. - К.: Національна академія управління, 2001.
8. Овчинников П.П. Вища математика. Підручник. У 2-х ч. Ч. 1. – К.: Техніка, 2000.
9. Овчинников П.П. Вища математика. Підручник. У 2-х ч. Ч. 2. – К.: Техніка, 2000.
10. Лавренчук В. П., Готинчан Т.І. та ін. Вища математика. Частина 1: Навчальний посібник. – 2-е вид., стереот. – Чернівці: Рута, 2002.
11. Лавренчук В. П., Готинчан Т.І. та ін. Вища математика. Частина 2: Навчальний посібник. – 2-е вид., стереот. – Чернівці: Рута, 2002.
12. Вища математика. Математичне програмування. Завдання для практичних робіт з методичними вказівками. Навч. Посібник / Уклад. Л.В. Хомченко. – К.: Центр “Методика-інформ”, 2002.