Лекція 4

Тема 1. Всесвітнє тяжіння.

1. Закон всесвітнього тяжіння.
2. Гравітаційна та інертна маси.
3. Гравітаційне поле. Напруженість гравітаційного поля.
4. Теорема Остроградського-Гаусса.
5. Робота сил поля тяжіння. Потенціальна енергія тіла в полі тяжіння. Потенціал.

1. Закон всесвітнього тяжіння.

Аналізуючи результати багаторічних спостережень Тіхо Браге за рухом планет, Кеплеру вдалось встановити основні закони руху планет.

1. Кожна планета рухається по еліпсу, в одному із фокусів якого є Сонце.
2. Радіус-вектор планети за однакові проміжки часу описує рівні площі.
3. Квадрати періодів обертань планет навколо Сонця відносяться як куби великих півосей їхніх еліптичних орбіт:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}. \tag{4.1}$$

Ці закони дали можливість Ньютону встановити закон всесвітнього тяжіння. Оскільки планети рухаються майже по колових орбітах, їх доцентрові прискорення

$$a_n = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} R, \tag{4.2}$$

де T – період обертання, R – радіус колової орбіти планети.

Відношення прискорень для будь-яких двох планет

$$\frac{a_{n1}}{a_{n2}} = \frac{T_2^2}{T_1^2} \cdot \frac{R_1}{R_2}. \tag{4.3}$$

На основі закону (4.1) співвідношення (4.3) можна записати як

$$\frac{a_{n1}}{a_{n2}} = \frac{R_2^2}{R_1^2}. \tag{4.4}$$

На основі другого закону динаміки вираз (4.4) можна записати так:

$$\frac{F_1}{m_1} : \frac{F_2}{m_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \qquad \text{або} \qquad \frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{R_1^2} : \frac{m_2}{R_2^2}. \tag{4.5}$$

Звідси випливає, що сила, яка діє з боку Сонця на планету, прямо пропорційна масі планети і обернено пропорційна квадрату її відстані до Сонця, тобто

$$F = k\frac{m}{R^2}, \tag{4.6}$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який однаковий для всіх планет Сонячної системи і залежить тільки від властивостей прискорюю чого тіла, в даному випадку від Сонця.

За третім законом динаміки, планети діють на Сонце з силами, що дорівнюють за величиною силі

$$F = k_1 \frac{M}{R^2}, \tag{4.7}$$

де m – маса Сонця, k_1 – коефіцієнт пропорційності, величина якого залежить тільки від маси планети. Оскільки співвідношення (4.6) і (4.7) виражають однакової природи сили взаємного притягання двох тіл, то можна зробити висновок, що сила взаємодії між планетою і Сонцем прямо пропорційна масі як одного, так і другого тіла, тобто пропорційна добутку їх мас і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:

$$\boxed{F = \gamma \frac{mM}{R^2}}, \tag{4.8}$$

де γ – коефіцієнт пропорційності, який називають **гравітаційною сталою**.

Математичний запис **закону всесвітнього тяжіння** (4.8) справджується для випадку, коли тіла можна вважати матеріальними точками:

$$\boxed{F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}}, \tag{4.9}$$

де m_1 і m_2 – відповідно маси частинок, r – відстань між ними, γ – гравітаційна стала, яка може бути виміряна експериментально і для всіх тіл має одне і те ж числове значення.

Фізичний зміст гравітаційної сталої можна визначити із самого закону (4.9): **це величина, яка чисельно дорівнює силі притягання між двома тілами масами по одному кілограму, розташованих на відстані одного метра одне від одного**. Чисельно вона дорівнює $6{,}67 \cdot 10\text{-}11$ $Н \cdot м^2 \cdot кг^{-2}$.

2. Інертна і гравітаційна маси.

Масу тіла можна визначити шляхом вимірювання прискорення тіла під дією відомої сили, скориставшись другим законом Ньютона

$$m_{ін} = \frac{F}{a}. \tag{4.10}$$

Маса, яка визначається таким чином, характеризує інерційні властивості тіла, тобто його здатність набувати прискорення під дією сил. Цю масу називають **інертною масою** і позначають $m_{ін}$.

Масу тіла можна також визначити, вимірюючи його силу тяжіння до іншого тіла, наприклад до Землі:

$$F = \gamma \frac{mM_З}{R_З^2} \quad \rightarrow \quad m_{гр} = \frac{FR_З^2}{\gamma M_З} \tag{4.11}$$

Визначена в такий спосіб маса називається **гравітаційною масою** і позначається $m_{гр}$. Вона характеризує здатність тіл створювати поля тяжіння, а також виражає міру взаємодії на тіла з боку інших гравітаційних полів.

3. Гравітаційне поле. Напруженість гравітаційного поля.

І.Ньютон обмежився констатуванням наявності гравітаційних сил та кількісним їх описом. Він утримався від будь-яких висловлювань про фізичну природу цих сил. Під час вивчення взаємодії виникає запитання, а як здійснюється передавання дії, чи відбуваються якісь зміни в просторі навколо тіла.

У процесі розвитку фізики існували два протилежні принципи пояснення цих питань. Спочатку панував так званий принцип далеко дії, згідно якого вважалось, що матеріальні тіла взаємодіють з силами тяжіння безпосередньо на відстані без участі середовища, що заповнює простір між тілами. Крім того, вважалось, що сили взаємодії передаються від одного тіла до іншого миттєво. Згідно з цим принципом, наявність матеріальних тіл не приводить до будь-яких змін у просторі, що оточує його.

Пізніше було застосовано принцип близькодії, згідно якого гравітаційна взаємодія здійснюється не безпосередньо між тілами, що взаємодіють, а передається за допомогою **гравітаційного поля**. Воно являє собою особливий вид матерії, яка відрізняється від речовини. Воно існує одночасно з матеріальним тілом.

За сучасними уявленнями гравітаційна взаємодія між тілами відбувається не безпосередньо: поле тяжіння першого тіла діє на друге тіло, а поле тяжіння другого тіла – на перше.

Гравітаційне поле проявляє себе в тому, що на тіло масою m, розташоване в будь-якій точці поля, діє сила гравітаційної взаємодії. Так, поле тіла масою M діє на тіло масою m з силою

$$\vec{F} = -\gamma \frac{Mm}{R^3} \vec{R}, \tag{4.12}$$

де $\vec{R}$ – радіус-вектор, проведений від центра мас M у точку розташування тіла масою m, яке вважають точковим або беруть за матеріальну точку.

Неважко побачити, що величина

$$\frac{\vec{F}}{m} = -\gamma \frac{M}{R^3} \vec{R} \tag{4.13}$$

є однозначною характеристикою гравітаційного поля, оскільки вона не залежить від маси m, а визначається масою M тіла, що створює поле, і радіус-вектором $\vec{R}$ точки поля. Величину (4.13) називають **напруженістю гравітаційного поля:**

$$\boxed{\vec{G} = -\gamma \frac{M}{R^3} \vec{R}}. \tag{4.14}$$

Звідси видно, що напруженість є **силова характеристика поля тяжіння**. **Вона чисельно дорівнює** силі, що діє на одиницю маси точкового тіла, внесеного в дану точку поля. **Напруженість є величина векторна**, напрям її збігається з напрямом вектора сили тяжіння.

З формул (4.13), (4.14) та другого закону динаміки випливає, що напруженість гравітаційного поля чисельно дорівнює прискоренню тіла, якого воно набуває під дією сили тяжіння. Так, для точок, що знаходяться біля поверхні Землі, напруженість поля дорівнює прискоренню вільного падіння

$$\boxed{\vec{g} = \vec{G} = -\gamma \frac{M_З}{R_З^3} \vec{R}_З}, \tag{4.15}$$

де $R_З$ – радіус Землі.

З формули (4.15) випливає, що прискорення вільного падіння тіл не залежить від їхньої маси.

Напруженість поля тяжіння графічно зображають за допомогою силових ліній, або ліній напруженості. **Лінія напруженості** – лінія, дотична до якої в будь-якій точці збігається з напрямом вектора напруженості.

Поле називається однорідним, якщо в усіх точках вектор напруженості сталий як за величиною, так і за напрямом. Поле називається центральним, якщо у кожній його точці вектор напруженості напрямлений вздовж радіуса, проведеного з центра поля, а абсолютне значення сили, що діє на матеріальну точку, залежить тільки від модуля відстані до центра поля.

Якщо поле створюється системою тіл, то результуюча напруженість дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створених кожним тілом окремо

$$\boxed{\vec{G} = \sum_{i=1}^{n} \vec{G}_i}. \tag{4.16}$$

Дане співвідношеня виражає принцип суперпозиції гравітаційних полів.

4. Теорема Остроградського-Гаусса.

Для розрахунку напруженостей полів тіл скінчених розмірів користуються теоремою Остроградського-Гаусса.

Введемо поняття потоку вектора напруженості ΔN через елемент площі ΔS (рис. 6.5, Дущенко):

$$dN = \vec{G} dS \vec{n}\,, \tag{4.17}$$

де $\vec{n}$ – одиничний вектор, нормальний до елемента ΔS. Вибір додатного напряму вектора $\vec{n}$ довільний.

Знайдемо величину потоку ліній напруженості через замкнуту поверхню, яка охоплює точкове тіло масою M (рис. 6.6, Дущенко). Виділимо елемент площі таких розмірів, щоб можна було вважати в її межах величину напруженості сталою як за напрямом, так і за величиною. Тоді елементарний потік напруженості dN через площадку dS визначається таким співвідношенням:

$$dN = -\gamma \frac{M}{R^3}\vec{R}dS\vec{n} = -\gamma \frac{m}{R^2}dS\cos\alpha = -\gamma \frac{M}{R^2}dS_0\,, \tag{4.18}$$

де dS_0 – проекція dS на напрям, перпендикулярний до радіуса-вектора $\vec{R}$; α – кут між радіусом-вектором $\vec{R}$ і вектором $\vec{n}$. Оскільки величина

$$\frac{dS_0}{R^2} = d\omega$$

є тілесний кут, під яким видно елемент dS з місця розташування точкового тіла, то вираз (4.18) можна переписати у вигляді

$$dN = -\gamma M d\omega\,. \tag{4.19}$$

Повний потік через замкнену поверхню знаходимо за допомогою інтегрування виразу (4.19). Тоді

$$\boxed{N = -\int_0^{4\pi}\gamma M d\omega = -4\pi\gamma M}\,. \tag{4.20}$$

У загальному випадку, коли поверхня охоплює сукупність тіл, маси яких M_1, M_2, …, M_n, то теорема Остроградського-Гаусса запишеться у такому вигляді

$$\boxed{N = -4\pi\gamma\sum_{i=1}^{n}M_i}\,. \tag{4.21}$$

5. Робота сил поля тяжіння. Потенціальна енергія тіла в полі тяжіння. Потенціал.

Якщо тіло переміщується під дією сили тяжіння, то при цьому виконується робота. Знайдемо роботу сил тяжіння при русі матеріальної точки масою m у полі тяжіння, створеного точковою масою M. При елементарному переміщенні на величину dl (рис. 6.8, Дущенко) робота

$$dA = \gamma\frac{mM}{R^2}dl\cos\alpha = -\gamma\frac{mM}{R^2}dR\,, \tag{4.22}$$

де знак мінус вказує на те, що напрям сили тяжіння протилежний напряму радіуса-вектора R рухомої точки m.

Роботу сил тяжіння при переміщенні тіла з точки 1 в точку 2, радіуси яких R_1 і R_2, запишемо у вигляді

$$\boxed{A = \int_{R_1}^{R_2} -\gamma\frac{mM}{R^2}dR = -\gamma mM\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}\,. \tag{4.23}$$

Звідси випливає, що робота не залежить від форми шляху. Отже сили тяжіння консервативні, тобто потенціальні.

Оскільки сили тяжіння консервативні, то виконана цими силами робота переміщення тіла в полі тяжіння дорівнює зміні потенціальної енергії тіла:

$$A_{12} = -\Delta U = U_1 - U_2\,. \tag{4.24}$$

З формул (4.23) і (4.24) отримуємо

$$U_1 - U_2 = -\gamma Mm\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right). \tag{4.25}$$

Як уже зазначалось, основну роль відіграє не величина потенціальної енергії, а її зміна. Тому потенціальну енергію можна відраховувати від будь-якого початкового рівня. За початок відліку потенціальної енергії можна вибрати таке розташування тіл, при якому гравітаційної взаємодії немає. Це матиме місце, коли тіла масами m і M перебувають одне від одного на нескінченній відстані ($R \to \infty$). Тоді $\frac{1}{R_2} \to 0$ і $U_2 \to 0$. При переміщенні матеріальної точки m з нескінченності на відстань R від тіла масою M потенціальна енергія точки m буде

$$U = -\gamma \frac{mM}{R}. \qquad (4.26)$$

При такому виборі початкової точки відліку потенціальна енергія двох матеріальних точок, що взаємодіють, завжди від'ємна і зростає при збільшенні відстані між ними.

Для однорідного поля за нульовий рівень потенціальної енергії беруть поверхню тіла, яке створює поле. Тоді потенціальну енергію тіл, що знаходяться на відстані h від джерела поля, запишемо як

$$U = mGh, \quad G = const. \qquad (4.27)$$

Формули (4.26) і (4.27) виражають потенціальну енергію взаємодії обох тіл.

З виразу (4.26) видно, що величина

$$\boxed{\frac{U}{m} = -\gamma \frac{M}{R} = \varphi} \qquad (4.28)$$

не залежить від маси m, а залежить тільки від маси M і відстані від цього тіла до точки поля. Ця величина скалярна, її називають **потенціалом поля тяжіння**. Потенціал поля є його **енергетичною характеристикою**.

Існує **взаємозв'язок між напруженістю поля та його потенціалом**. Щоб встановити його, продиференціюємо вираз (4.28) по R:

$$\frac{d\varphi}{dR} = \gamma \frac{M}{R^2}. \qquad (4.29)$$

Вираз для напруженості гравітаційного поля (4.15) з урахуванням (4.29) запишемо так:

$$\vec{G} = -\gamma \frac{M}{R^3}\vec{R} = -\frac{d\varphi}{dR}\cdot\frac{\vec{R}}{R}. \qquad (4.30)$$

Величина $\frac{\vec{R}}{R} = \vec{n}$ – це одиничний вектор, який незалежно від вибору нульового потенціалу завжди напрямлений у бік зростання потенціалу. У векторному аналізі величину $\frac{d\varphi}{dR}\vec{n}$ називають градієнтом потенціалу і позначають $grad\varphi$. Тоді

$$\boxed{\vec{G} = -grad\varphi}. \qquad (4.31)$$

Тема 2. Поняття про загальну теорію відносності.

1. Неінерціальні системи відліку і сили інерції. Сила Коріоліса
2. Сила тяжіння. Вага тіла. Невагомість.

1. Неінерціальні системи відліку і сили інерції. Сила Коріоліса

Закони Ньютона, як відомо, справедливі лише в тих системах відліку, які рухаються одні відносно одних прямолінійно і рівномірно. Такі системи відліку називаються **інерціальними системами відліку**. В таких системах відліку основним рівнянням руху матеріальної точки є рівняння, яке виражає другий закон Ньютона

$$\vec{F} = m\vec{a}. \qquad (4.32)$$

В інерціальних системах відліку єдиною причиною прискореного руху тіла є сили, які діють на нього з боку інших тіл. Сила завжди є результатом взаємодії матеріальних тіл.

Однак, на практиці часто доводиться мати справу з системами відліку, які рухаються відносно інерціальних систем відліку з прискоренням. Такі системи відліку називаються **неінерціальними**. В неінерціальних системах відліку закони Ньютона у тому вигляді, в якому вони записані в попередньому розділі, не справджуються. Матеріальна точка в неінерціальній системі відліку може рухатися прискорено під дією сил, виникнення яких не можна пояснити дією якихось окремих тіл. Їх поява зумовлена тим, що система відліку рухається прискорено відносно інерціальної системи відліку, якою може бути, наприклад, Земля. Так, при раптовому гальмуванні автобуса пасажири зазнають прискореного відхилення в напрямку руху. При повороті автобуса, при переході з прямолінійного руху на криволінійний рух пасажири відхиляються в бік, протилежний до центра траєкторії його руху. В наведених прикладах прискорення пасажирів ніяк не є результатом дії на них якихось сил з боку інших тіл. Таким чином, в неінерціальних системах відліку існують прискорення, які не зв’язані з силами, що відомі в інерціальних системах відліку. Допускається, що в неінерціальних системах відліку, так само як і в інерціальних, прискорення викликається силами, але поряд із “звичайними” силами взаємодії (контактні сили) існують ще й особливі сили, які називаються **силами інерції**.

Перший закон Ньютона в неінерціальних системах немає сенсу. Оскільки в неінерціальних системах відліку крім сил взаємодії існують ще і сили інерції, то третій закон Ньютона настільки спотворюється, що і він втрачає чіткий фізичний зміст. Для сил інерції протидії не існує. Сили інерції зумовлені властивістю тіл зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху.

Другий закон Ньютона в неінерціальних системах формулюється як і раніше, однак поряд із силами взаємодії необхідно враховувати і сили інерції, які зумовлюються прискореннями руху неінерціальної системи відносно інерціальної. Тому **другий закон Ньютона в неінерціальних системах** має вигляд

$$\boxed{m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{ін}}, \tag{4.33}$$

де $\vec{a}'$ – прискорення тіла, визначене в неінерціальній системі відліку, $\vec{F}$ – “звичайні” сили взаємодії, $\vec{F}_{ін}$ – **сили інерції**. Отже, сили інерції враховуються, щоб забезпечити в інерціальній системі відліку ті прискорення, які фактично існують, але пояснити їх звичайними силами взаємодії можна лише частково.

Інший вид інерціальних сил, який спостерігається в системах, що обертаються, називається **силою Коріоліса***.

Нехай, наприклад, платформа обертається з кутовою швидкістю $\vec{\omega}$, а тіло масою m рухається по цій платформі з початковою швидкістю $\vec{v}$ від центра до краю платформи (рис.).

Спостерігач, зв’язаний з нерухомою системою відліку, буде стверджувати, що тіло рухається рівномірно прямолінійно до краю платформи, однак, оскільки платформа обертається, то тіло попаде не в точку А, а в точку A'. З точки зору спостерігача, який знаходиться на платформі (зв’язаного з рухомою системою відліку), тіло рухатиметься по траєкторії OA′, тобто відхилиться вправо. Спостерігач, який знаходиться в рухомій системі відліку, пояснює викривлення траєкторії руху тіла дією на нього сили, перпендикулярної до напрямку руху тіла. Цією силою є **сила інерції Коріоліса**:

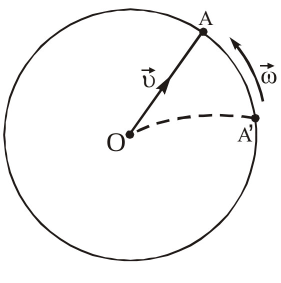

Рис. 4.5

$$\vec{F}_к = 2[\vec{\upsilon}, \vec{\omega}]m \tag{4.34}$$

де $2[\vec{\upsilon}, \vec{\omega}] = \vec{a}_к$ – прискорення Коріоліса. Сила Коріоліса діє тільки на тіла, які перебувають у русі відносно неінерціальних систем відліку, що рівномірно обертаються, і залежить від швидкості їхнього руху. Ця сила над тілом не виконує роботи, а тільки змінює напрямок його руху.

Дією сил Коріоліса пояснюється ряд явищ, що спостерігаються при русі тіл поблизу земної поверхні. Так, внаслідок добового обертання Землі, тіла, які вертикально падають, відхиляються на Схід, а тіла, що рухаються вздовж земної поверхні, відхиляються в північній півкулі вправо, а в південній – вліво від напрямку їх руху. Останнє призводить до підмивання відповідного берега у річок; зношення правої рейки залізничної колії в північній півкулі і лівої – в південній (за ходом потягів); виникненню деяких повітряних і морських течій тощо. Сили

* Коріоліс Г. Г. (1792 – 1843) – французький фізик і інженер.

Коріоліса враховуються при розрахунку польотів ракет та артилерійських снарядів на великі відстані.

2. Вага тіла. Невагомість.

Одним із проявів сили всесвітнього тяжіння є **сила земного тяжіння** – сила притягання тіл до Землі. Якщо масу Землі позначити через $M_З$, її радіус через $R_З$, масу даного тіла через $m_т$, то силу, що діє на тіло з боку Землі, знайдемо за формулою:

$$F = \gamma \frac{M_З m_т}{R_З^2}. \tag{4.35}$$

Це і є сила земного тяжіння, яка направлена до центра Землі.

Очевидно, що ця сила біля поверхні Землі надає тілу прискорення, яке є прискоренням вільного падіння g.

Застосуємо до сили тяжіння другий закон Ньютона. Тоді

$$F = mg. \tag{4.36}$$

Прирівнюючи праві частини формул (4.35) і (4.36), отримаємо:

$$\boxed{g = \gamma \frac{M_З}{R_З}}. \tag{4.37}$$

Із (4.37) видно, що прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла, отже, воно однакове для всіх тіл. В СІ g = 9,80 м/с^2, тому сила тяжіння, що діє на тіло масою 1 кг, складає (1,00 кг) (9,80 м/с^2) = 9,80 Н.

На силу тяжіння може впливати неоднорідний розподіл мас у середині Землі. У зв'язку з цим g може мати різні значення навіть у тих точках Землі, які знаходяться на однаковій географічній широті. Такі невеликі зміни g можна виміряти спеціальними приладами – **гравіметрами**. На основі подібних вимірів можна робити висновки про існування в земній корі корисних копалин.

Формула (4.37) дає можливість визначити масу Землі, що і було зроблено Г. Кавендишем:

$$M_З = \frac{gR_З^2}{\gamma}.$$

Кавендиш "зважив" не тільки Землю, але і Сонце, Юпітер та всі інші планети і їхні супутники.

Вага тіла відносно Землі – це результат гравітаційного притягання тіла до Землі. Як і будь-яка сила, вона може проявлятися статично і динамічно. При статичному прояві вага тіла дорівнює силі, з якою тіло, притягаючись Землею, діє на нерухому відносно Землі опору або вертикальний підвіс. Отже, вага тіла за модулем дорівнює силі тяжіння

$$\boxed{P = mg}. \tag{4.38}$$

Однак, це не означає, що вага тіла і сила тяжіння, прикладена до нього, одне й те саме. Це дві різні сили. Сила тяжіння, – **гравітаційна сила**, прикладена до тіла. **Вага тіла – це сила, прикладена до опори або підвісу (це сила пружності, про яку піде мова нижче).**

Нехай тіло знаходиться в ліфті, який рухається з прискоренням вниз. За другим законом Ньютона векторна сума всіх сил, що діють на тіло, дорівнює:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N}, \tag{4.39}$$

де m – маса тіла, $\vec{P}$ – сила тяжіння, яка діє на тіло, $\vec{N}$ – реакція опори.

Вага тіла в ліфті виразиться так

$$\vec{P}' = -\vec{N} = P - ma = m(g - a). \tag{4.40}$$

В (4.40) враховано (4.38) і (4.39).

Вектори $\vec{a}$ і $\vec{g}$ можуть бути спрямовані в одному напрямку, або в протилежні напрямки, і тоді відповідно вага тіла буде менша або більша, ваги тіла, коли воно знаходиться в стані спокою, тобто коли його вага

$P = m\vec{g}$.

В загальному випадку вага тіла в ліфті, що рухається з прискоренням $\vec{a}$, дорівнює

$$\boxed{P' = m(g \pm a)} . \quad (4.41)$$

Цікавим є випадок, коли ліфт вільно падає (наприклад, обірветься трос). В цьому випадку $\vec{a} = \vec{g}$ і $\vec{P} = mg - mg = 0$, тобто вага тіла дорівнюватиме нулю. Якщо б в цей момент людина в ліфті випустила з рук, наприклад, олівець, то він не впав би на підлогу, а вільно падав би разом з людиною і ліфтом. Олівець буде знаходиться перед людиною в тому місці, де його випустили. Таке явище називають **невагомістю**. Зауважимо, що сила тяжіння продовжує діяти на тіло, а сила ваги зникла. Тіла стають невагомими тому, що ліфт рухається з прискоренням, яке дорівнює $\vec{g}$.

Якщо людина знаходиться в кабіні ліфта, який рухається з прискоренням a вверх, то на людину буде діяти сила реакції опори N , яка за абсолютною величиною дорівнює

$$N = m(g + a) ,$$

Тут mg – сила тяжіння. Таким чином, сила реакції більша сили тяжіння і виникають перевантаження. Якщо $a = g$, то $N = 2mg$, тобто виникає двократне перевантаження. Часто перевантаження вимірюють в одиницях g. Тому при $a = g$ перевантаження дорівнює $n = 2g$.

Перевантаження виникають в кабіні ліфта при його гальмуванні, рухаючись вниз, або в кабіні космічного корабля при посадці на Землю.

Великі перевантаження діють на людину в космічних ракетах, які стартують з великими прискореннями, а також при криволінійному русі за рахунок відцентрових сил інерції, наприклад, при виконанні військовим літаком "мертвої петлі".

Перевантаження можуть істотно впливати на організм людини, оскільки при цьому змінюється взаємний тиск внутрішніх органів одних на інші, виникає їх деформація, змінюється циркуляція крові в організмі людини. Так, щоб забезпечити циркуляцію крові, коли людина знаходиться в нормальному стані (наприклад, стоїть нерухомо), серце прокачує m кілограмів крові вверх (до мозку) з силою $F = m \cdot 9{,}8$ Н. При виникненні великого перевантаження (наприклад, при зльоті ракети з космонавтом), серце космонавта може виявитися не здатним забезпечити перекачку крові до мозку, і він може знепритомніти.

<u>Тема 3. Сила тертя. Сила пружності.</u>

1. Сила тертя.

Будь-який механічний рух тіла супроводжується втратами механічної енергії. Це зумовлено наявністю **сил тертя**. Сили тертя перешкоджають руху. Вони є гальмівними силами (силами опору). Тертя виникає між двома поверхнями твердих тіл або між їх частинками. В першому випадку тертя називають з**овнішнім**, в другому – **внутрішнім або в'язким**. Зовнішнє тертя поділяють на **тертя спокою (статичне) і тертя ковзання**, яке іноді називають кінетичним тертям (кінетичний по-грецьки означає "рухомий"). Перший вид тертя виникає між взаємно нерухомими тілами, другий виникає при відносному русі тіл, що дотикаються.

Тертя спокою проявляється у всіх випадках, коли намагаються викликати відносний рух тіл, які дотикаються. Тертя спокою характеризує силу опору при будь-яких спробах зрушити тіло з місця.

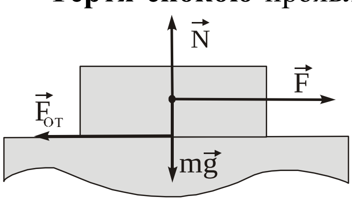

Рис. 3.10

Далі до тіла прикладемо силу $\vec{F}$ і спробуємо зрушити його з місця. Зараз виникне сила опору (протилежна до $\vec{F}$), яка і є **силою тертя** спокою $\vec{F}_{ог}$ (рис). Збільшення сили $\vec{F}$ призведе до збільшення сили опору $\vec{F}_{ог}$, і коли до тіла прикладена сила $F > F_{ог}$, то воно зрушиться з місця. Для всіх інших випадків, коли $F < F_{от}$, тіло залишається в спокої. Таким чином, сила тертя спокою змінюється від нуля до максимального значення. Дослідним шляхом встановлено, що максимальне значення сили тертя спокою пропорційне нормальній силі (силі реакції) $\vec{N}$ і не залежить від площі дотикання тіл, тобто

$$\boxed{F_{от} = \mu_0 N}, \tag{4.42}$$

де μ_0 – коефіцієнт тертя спокою, який залежить тільки від властивостей ковзаючих поверхонь.

Якщо $F > F_{от}$, то тіла рухаються прискорено, і сила тертя спокою переходить в силу **тертя ковзання**.

Тертя може справляти шкідливий вплив. Воно гальмує рухомі тіла, викликає нагрівання і знос частин механізмів. Щоб зменшити сухе тертя ковзання, його замінюють **тертям кочення** за допомогою підшипників, або внутрішнім тертям за допомогою мастил. Більш ефективно зменшити тертя можна, створивши між ковзаючими поверхнями повітряний прошарок (судна і платформи на повітряній подушці). В цьому випадку повітряний прошарок створюється шляхом продування повітря через велику кількість отворів. Інший спосіб створення повітряного прошарку ґрунтується на використанні магнітного поля для підтримання тіла в повітрі (залізничні потяги).

Тертя приносить і велику користь. Наша здатність ходити ґрунтується на терті між підошвами взуття і землі. Рух автомобіля, а також його стійкість, також залежать від тертя.

2. Сила пружності

Будь-яке тіло під дією прикладених сил змінює свої розміри і форму, тобто **деформується**. Розрізняють два види деформацій: **пружну** і **пластичну**. **Пружною називають таку деформацію, коли тіло після припинення дії зовнішніх сил повністю відновлює свої розміри і форму. Пластичною називають деформацію, яка повністю або частково зберігається в тілі після припинення дії зовнішніх сил**. Пружною буде деформація чи пластичною залежить як від природи самих тіл, так і від прикладених до них сил. Якщо сили не перевищують певної межі, яку називають межею пружності, деформація буде пружною. Коли зовнішні сили перевищують цю межу, деформація буде пластичною.

Пружні властивості твердих тіл знаходять своє пояснення в їх атомістично-молекулярній будові. Між атомами (молекулами), з яких складаються тверді тіла, діють електричні сили взаємодії (внутрішні пружні сили), які протидіють їх переміщенню. І коли деформація не руйнує міжатомних (або міжмолекулярних) зв’язків, всі атоми (молекули) зміщуючись, зберігають своїх сусідів і їх оточення не змінюється. Зміна міжатомних (або міжмолекулярних) відстаней при таких деформаціях невелика. Тому при припиненні дії зовнішніх сил тіла повертаються в попередній рівноважний стан.

При пластичній деформації зовнішні сили перевершують результуючу внутрішніх пружніх сил і атоми зміщуються на такі відстані, що змінюють свої положення, тобто змінюють своїх сусідів і повернутися в попереднє положення, після припинення дії зовнішніх сил, уже не можуть. Основним механізмом пластичної деформації у монокристалах є ковзання атомних площин одна по одній на один період і більше. В полікристалічних тілах механізм деформації складніший.

Деформації є кількох видів: деформації розтягу і стиску, деформації зсуву, кручення і згину.

Експериментально встановлено, що сила, яка виникає під час пружної деформації, прямо пропорційна величині цієї деформації і спрямована у бік її зменшення:

$$\boxed{F = -k\Delta l}, \tag{4.43}$$

де F – сила, яка розтягує тіло, Δl – приріст довжини (абсолютна деформація розтягу), k – коефіцієнт пропорційності (коефіцієнт жорсткості).

Оскільки перші дослідження в цьому плані були проведені англійським фізиком Р. Гуком (1635 – 1703) співвідношення (4.43) називають **законом Гука.**

Деформацію характеризують не абсолютним видовженням Δl, а відносним:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{4.44}$$

і не силою F, а механічною напругою

$$\sigma = \frac{F}{S}, \tag{4.45}$$

де S – площа поперечного перерізу стержня (тіла), що розтягується.

Якщо деформація того чи іншого тіла описується законом Гука, то відношення механічної напруги до відносного видовження є величина стала, тобто

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/S}{\Delta l / l_0} = const = E \tag{4.46}$$

або

$$\boxed{\sigma = E\varepsilon = E\frac{\Delta l}{l_0}}, \tag{4.47}$$

де E – коефіцієнт пропорційності, який залежить від властивостей матеріалу і не залежить від його розмірів. Цей коефіцієнт називається **модулем пружності** або **модулем Юнга**.

Із (4.47) видно, що **відносне видовження тіла прямо пропорційне прикладеній до нього механічній напрузі**.