

16. ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ ПЛАЗМИ

- Плазма в природі та техніці. Властивості та класифікація
- Ідеальна та неідеальна плазма
- Термодинамічна та термічна рівновага в плазмі. Структура рівноважної плазми
- Термодинамічні параметри плазми
- Властивості замагніченої плазми

Плазмовий стан речовини зустрічається у зірках, в іоносфері землі, при газових розрядах, у газах, нагрітих до досить високих температур, у полум'ї, при вибухах тощо.

Більшість наших знань про плазму отримано із досліджень газового розряду. На сьогодні інтерес до вивчення плазми значно зріс на фоні проблеми енергетичного використання термоядерних реакцій синтезу легких ядер, а також у зв'язку з її використанням в якості робочого тіла в МГД-генераторах. У випадку високої температури газу, коли він знаходиться у плазмовому стані, і його частинки рухаються з великими швидкостями, стає можливим проходження кулонівського потенціального бар'єру при зіткненні атомних ядер та, як наслідок, їх синтез. Особливо цікавим є збудження термоядерної реакції в дейтерії, оскільки у цьому випадку їх синтез проходить за відносно низьких температур ($T \approx 10^6$ К), з одночасним виділенням великої кількості енергії.

16.1. Плазма в природі та техніці. Властивості та класифікація

Плазма (грец. *πλάσμα* – виліплене, створене) – це електрично нейтральна в макроскопічному масштабі суміш, у кожному кубічному сантиметрі якої міститься n_e електронів; n_i позитивних іонів, а в низькотемпературній плазмі – ще й n_a нейтральних атомів чи молекул. Плазма у багатьох відношеннях значно відрізняється від звичайного газу, одночасно виявляючи у деяких явищах подібність до електрокінетичних та твердих провідників (метали, напівпровідники). Плазму ще називають четвертим станом речовини, оскільки її властивості суттєво відрізняються від властивостей тих самих речовин, які знаходяться в усіх інших відомих агрегатних станах.



Плазмою називають стан частково чи повністю іонізованої речовини, що складається із сукупності великої кількості позитивно та негативно заряджених частинок у такій пропорції, що загальний заряд одиниці об'єму дорівнює нулю.

Термін “іонізований” означає, що від електронних оболонок значної частини атомів чи молекул відокремлений принаймні один електрон. При цьому, незважаючи на наявність вільних зарядів (електронів та іонів), плазма в цілому є квазінейтральною, хоча присутність вільних електричних зарядів робить її провідним середовищем і обумовлює значно більшу взаємодію (порівняно з іншими агрегатними станами) з магнітним та електричним полями. Цей агрегатний стан речовини був відкритий англійським хіміком Вільямом Круксом у 1879 році, а сам термін запропонований американським вченим-хіміком Ірвінгом Ленгмюром у 1928 році, можливо через асоціацію з плазмою крові.

Античні філософи, починаючи з Емпедокла, стверджували, що у природі існує чотири стихії – Земля, Вода, Повітря і Вогонь. Це твердження, з урахуванням деяких припущень, цілком вкладається в представлення про чотири агрегатних стани речовини, причому плазмі, очевидно, відповідає вогонь. Властивості плазми вивчає **фізика плазми**.

Якщо енергію притягання між атомами і молекулами речовини позначити $E_{\text{прит}}$; енергію коливань та кінетичну енергію атомів і молекул – $E_{\text{кол}}$ та $E_{\text{кін}}$; енергію іонізації речовини (енергію зв'язку електронів з ядром) – $E_{\text{іон}}$, то з енергетичної точки зору для конкретних станів речовини можна записати такі співвідношення: твердий стан існує при $E_{\text{кол}} < E_{\text{прит}} < E_{\text{кін}}$; рідкий стан – при $E_{\text{прит}} \approx E_{\text{кін}}$; газоподібний стан – при $E_{\text{іон}} > E_{\text{кін}} > E_{\text{прит}}$; плазмовий стан – при $E_{\text{кін}} > E_{\text{іон}}$.

Перехід речовини з одного стану в інший визначається кількістю теплоти, підведеної до речовини. При наданні твердому тілу достатньої кількості теплоти воно починає плавитися і перетворюється на рідину. Якщо ж продовжувати підведення теплоти, то утворюється газоподібна фаза (пара). Подальше нагрівання та зростання температури викликає на початку дисоціацію складних молекул, а згодом – іонізацію речовини, тобто утворення плазми.

Плазма є не лише природною формою існування речовини за температури, більшої 10^4 K , але й найбільш високоенергетичним станом, у якому середня кінетична енергія, в розрахунку на одну частинку, є більшою за енергію іонізації. Можливий діапазон кінетичної енергії для плазми досить великий і змінюється в межах $1 \text{ eV} \leq E_{\text{кін}} \leq 10^6 \text{ eV}$, тоді як усім іншим агрегатним станам речовини (твердому, рідкому чи газоподібному) відповідає порівняно вузький енергетичний діапазон – $0 < E_{\text{кін}} < 1 \text{ eV}$.

Плазма займає перше місце за своєю розповсюдженістю у Всесвіті (більше 99 %) – це зоряна речовина, речовина Сонця, гази міжзоряного та міжпланетного простору. Відносно недавно вчені відкрили абсолютно нові екзотичні об'єкти Всесвіту – нейтронні зірки чи пульсари, з густиною речовини $\sim 10^{13} \dots 10^{14} \text{ г/см}^3$. Цей новий, ще маловідомий стан речовини, академік Лев Давидович Ландау назвав **нейтронним**. На нашій планеті, через низьку температуру та високу густину земної речовини і нижніх шарів атмосфери, природної плазми майже не існує і її доводиться утворювати штучно (табл. 16.1).

Таблиця 16.1 – Найбільш типові форми плазми

Штучно створена	Земна природна	Космічна і астрофізична
– речовина всередині люмінесцентних і неонових ламп; – плазмові ракетні двигуни; – газорозрядна корона озонового генератора; – дуговий розряд; – світлова сфера атомного вибуху	– блискавка; – вогні святого Ельма; – іоносфера; – полярне сяйво; – полум'я	– Сонце і зірки; – сонячний вітер; – космічний простір; – міжзоряні туманності

Разом з тим, необхідно відмітити, що отримання низькотемпературної, а особливо високотемпературної, плазми пов'язане із значними технічними труднощами.



Для отримання низькотемпературної плазми широкого застосування набули електродугові та високочастотні генератори плазми чи плазмотрони, плазмові гармати, прискорювачі, інжектори тощо.

В електродугових плазмотронах (рис. 16.1, а, б) електричний струм від джерела живлення I подається до стрижневого катода 2 та циліндричного анода 5, між якими виникає і горить електричний розряд (дуга) 6. Робоча речовина 3 у газоподібному стані подається в

камеру 4, проходячи через зону розряду тангенціально до неї. При цьому вона стабілізує електричну дугу і, нагріваючись до високих температур, переходить у плазмовий стан. У плазмотроні з комбінованою стабілізацією дуги (рис. 16.1, б) магнітна котушка 7, встановлена на аноді, утворює всередині нього невелике магнітне поле (зазвичай $1,0 \dots 10$ А/м), взаємодія якого з електричним полем розряду забезпечує додаткове обертання та стабілізацію дуги. Такі плазмотрони дають можливість отримання максимальних температур на рівні $(5 \dots 8) \cdot 10^4$ К, а середніх – у межах 10^4 К.

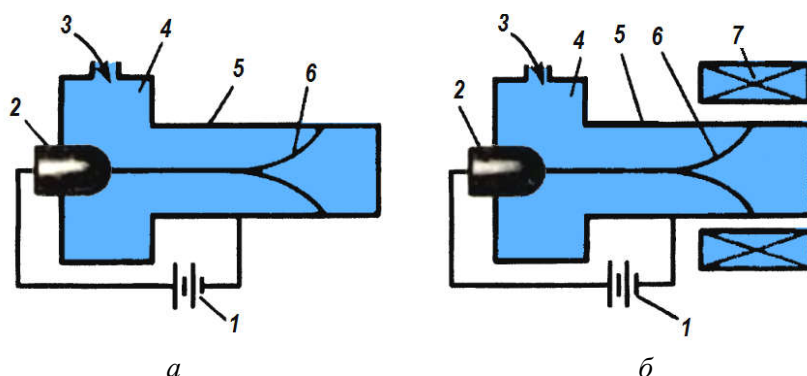


Рис. 16.1 – Електродуговий плазмотрон постійного струму зі стабілізацією електричної дуги: а – з вихровою газовою стабілізацією; б – з комбінованою (вихровою та електромагнітною)

У високочастотних (ВЧ) і надвисокочастотних (НВЧ) плазмотронах електроди відсутні (рис. 16.2). Плазмоутворююча робоча речовина 1, яка надходить у розрядну камеру 2, нагрівається вихровими струмами, з частотами $10^4 \dots 10^7$ Гц. Вихрові струми формуються за допомогою індуктора 3, під'єданого до НВЧ-генератора 4 зі джерелом живлення 5. ВЧ- та НВЧ-плазмотрони забезпечують отримання чистої плазми (без домішок матеріалів електродів) з температурою до 10^6 К.

Підвищений інтерес вчених, інженерів і технологів до плазми пов'язаний з необхідністю вирішення низки важливих фундаментальних і прикладних задач, у яких плазмі відводиться складна комбінована функція – високотемпературної робочої речовини; носія електричних зарядів; джерела електромагнітного випромінювання в широкому діапазоні довжин хвиль; електромагнітної силової динамічної системи та активного середовища з інверсійною населеністю.

До таких задач відносять розробку та створення керованих термоядерних реакторів, магнітогідродинамічних перетворювачів теплової енергії на електричну, електрореактивних плазмових двигунів для космічних апаратів, потужних лазерів на основі плазми комбінованого складу (в якості активного середовища), плазмохімічних реакторів, плазмово-технологічних установок для плавлення, різання, зварювання та спаювання металів, нанесення різноманітних покриттів тощо.

Перспективність плазми як робочої речовини для різноманітних енергетичних та енерготехнологічних процесів і пристроїв (як наявних, так і проєктованих) якісно ілюструє діаграма (див. рис. 16.3), на якій у координатах $E-n$ (де E – енергія частинок, n – щільність газу чи плазми), показана сукупність всіх пристроїв, що використовують для прискорення речовини. Протягом багатьох століть людство переміщувалося лише вздовж

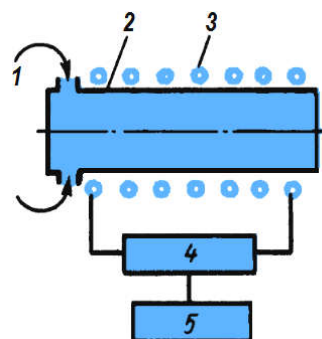


Рис. 16.2 – Безелектродний індукційний високочастотний плазмотрон

“берегів” (координат), займаючи області I та II, через відсутність необхідних знань і засобів для проникнення в області III та V цієї діаграми. Насправді, область I включає в себе всі механічні та газодинамічні пристрої, які розроблені протягом існування людської цивілізації, а область II – всі прискорювачі заряджених частинок, включно з найбільшими.

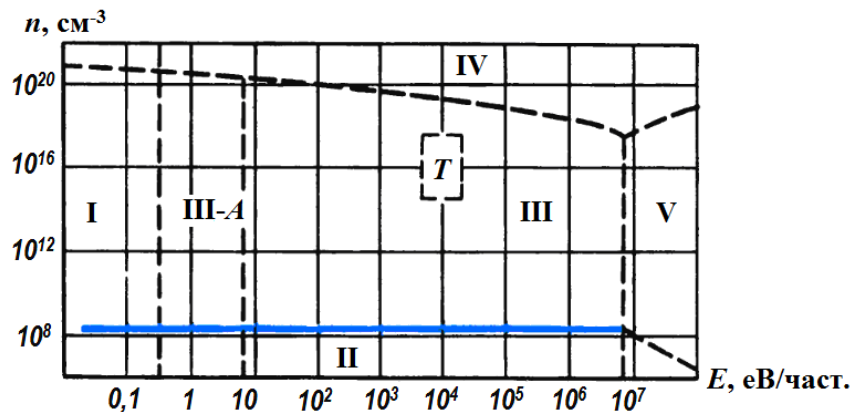


Рис. 16.3 – Діаграма “Енергія частинок E – їх щільність n ”

Початкове освоєння цих областей цілком зрозуміле: завжди простіше створити пристрій з екстремальним значенням лише одного з параметрів. Так, механічні та газодинамічні пристрої (область I) характеризуються широким діапазоном густини робочої речовини та низькими значеннями енергії частинок, тоді як у прискорювачах заряджених частинок (область II) густина робочої речовини надзвичайно мала, а енергія частинок – велика.

Плазма, як четвертий стан речовини, на цій діаграмі займає область III. Для того, щоб ще раз підкреслити унікальність та значні можливості плазми як робочої речовини, відмітимо, що всі термоядерні системи займають на діаграмі невеликий “острівцець” T , а дугові та високочастотні установки і генератори низькотемпературної плазми розміщуються у вузькій області III-A. Шляхи засвоєння і використання областей IV та V ще чекають на своє вирішення. Різноманітні плазмодинамічні системи, маючи унікальні параметри робочої речовини (високу щільність та енергію частинок), забезпечать науково-технічний прогрес у багатьох галузях науки, техніки і технології наступних століть.



Процес утворення плазми – це процес іонізації нейтральних атомів і подальшої іонізації вже отриманих та наявних іонів.

Для перетворення нейтрального атома в іон необхідно затратити певну енергію, так звану **енергію іонізації** $E_{\text{іон}}$, яка зазвичай виражається в електрон-вольтах (позасистемна одиниця енергії: $1 \text{ eV} \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ ерг} \approx 11600 \text{ К}$). Якщо електрон, проходячи електричне поле з певною різницею потенціалів, отримує енергію, що відповідає енергії іонізації цього елемента, то таку різницю потенціалів називають **потенціалом іонізації**.

Енергія (потенціал) іонізації атомів будь-якої речовини залежить від хімічної природи речовини та енергетичного стану атомів. Найслабше зв’язані електрони в атомах одновалентних лужних металів, в яких один зовнішній електрон знаходиться на дальній орбіті. Найміцніше зв’язані електрони в атомах інертних газів, оскільки в них електрони утворюють замкнуті електронні оболонки. В цілому, енергія іонізації атомів тим менша, чим більша їх атомна маса. Це пояснюється тим, що у важких атомах є значна кількість внутрішніх електронів, що екранують поле ядра. При іонізації атомів з великою кількістю електронів ($Z > 1$) можливий процес послідовної ступінчастої іонізації з утворенням багатозарядних іонів: якщо однозарядний іон втратить наступний електрон, то він перетвориться в дво-

зарядний іон і т.д. При цьому енергія кожної наступної іонізації більша попередньої. Значення енергії однократної іонізації змінюються в межах від 3,87 еВ (цезій) до 24,5 еВ (гелій).



Існує декілька методів утворення плазми, найбільш поширеними з яких є а) термічна іонізація; б) іонізація електричним розрядом; в) іонізація випромінюванням (фотоіонізація).

Якщо іонізація атома розпочинається з основного рівня, то в усіх випадках енергія, що підводиться до нейтрального атома, має дорівнювати або бути більшою його енергії іонізації. Цю умову записують для процесу іонізації у вигляді нерівностей:

- термічна іонізація – $k_B T \geq E_{\text{іон}}$;
- іонізація електричним розрядом – $e l E_n \geq E_{\text{іон}}$;
- фотоіонізація $h_{\Pi} \nu_{\text{випр}} \geq E_{\text{іон}}$.

Тут k_B та h_{Π} – сталі Больцмана ($1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К) і Планка ($6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с), відповідно; T – температура плазми (К); l – довжина вільного пробігу електрона в електричному розряді; E_n – напруженість електричного поля (В/м); $\nu_{\text{випр}}$ – частота випромінювання (Гц).

У випадку іонізації, зі збудженого рівня, необхідна енергія буде меншою на величину енергії збудження.

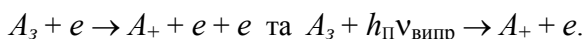
Для подальшого аналізу, процес іонізації зручно записувати в елементарній формі як результат взаємодії частинок. У цьому випадку іонізацію атома A з основного рівня при взаємодії з електроном e (незалежно від того, яким чином він отримав необхідну енергію) можна подати у такій формі:



а для фотоіонізації цей вираз набуде вигляду:



Такі самі процеси іонізації, але зі збудженого рівня A_z , мають вигляд:



У плазмі, в результаті електростатичної взаємодії атомів і заряджених частинок, що оточують атом, відбувається зниження енергії (потенціалу) іонізації на певну величину ΔE . Це пояснюється тим, що електростатична взаємодія призводить до ослаблення зв'язку між електронами зовнішніх електронних оболонок атома з ядром, і вони навіть в принципі можуть стати вільними. Таким чином, фактична, чи, як прийнято називати, ефективна енергія (потенціал) іонізації в плазмі визначається такою різницею:

$$E_{\text{еф}} = E_{\text{іон}} - \Delta E. \quad (16.3)$$

Величину ΔE найпростіше визначити за формулою $\Delta E = 7 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt[3]{n_e}$, запропонованою німецьким астрофізиком Альбрехтом Унзольдом (1905–1995). Гюнтер Еккер – німецький фізик-теоретик – запропонував визначати ΔE більш точно з урахуванням не лише електростатичної взаємодії, але й теплового руху заряджених частинок:

$$\Delta E = 6,7 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt[3]{n_e} + 0,37 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{n_e / T_e}. \quad (16.4)$$

І. Брюннер для цих цілей рекомендував використовувати такий вираз:

$$\Delta E = 12,1 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt[3]{n_e} + 2,5 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt[3]{n_e / T_e}, \quad (16.5)$$

де n_e (см⁻³) та T_e (К) – концентрація і температура електронів, відповідно.

Однією з найважливіших властивостей плазми є її прагнення до збереження рівності щільності позитивно та негативно заряджених частинок, тобто до збереження електричної нейтральності. Це відбувається не лише тому, що заряджені частинки утворюються в рівних кількостях (за величиною зарядів) з нейтральних атомів, але й завдяки тому, що для отримання хоча б незначного розподілу зарядів у плазмі, знадобилися би занадто великі сили. У загальному випадку, умовою електричної нейтральності Z -кратно іонізованої плазми, що містить у своєму складі іони з різними зарядами n_{iz} , виступає сума:

$$n_e = \sum_{Z=1}^{Z=k} Z n_{iz}, \quad (16.6)$$

де $Z = 1, 2, \dots, k$ – кратність іонізації. Для низькотемпературної, однократно іонізованої плазми, ця умова набуває простого вигляду $n_e = n_{\text{іон}} = n$.

Умовою електричної нейтральності також виступає рівність парціальних тисків електронного та іонного компонентів плазми. Однак ця умова справедлива лише для достатньо великих об'ємів і за її допомогою не можна встановити умови порушення електричної нейтральності плазми.

Нехай плазма має щільність частинок $n_e = n_{\text{іон}} = n$. Якщо в ній відбудеться повний розподіл електронів та іонів на відстань X_R , то це викличе появу електричного поля з напруженістю $E = 4\pi n e X_R$, а кожен електрон отримає енергію $E_{el} = 4\pi n e^2 X_R^2$. За відсутності зовнішніх впливів розподіл зарядів відбудеться лише у тому випадку, коли теплова енергія частинок E_T буде більша чи дорівнювати електростатичній енергії E_{el} , тобто при $k_B T \geq 4\pi n e^2 X_R^2$. Звідси:

$$X_R = \sqrt{\frac{k_B T}{4\pi n e^2}} = 740 \cdot \sqrt{\frac{T}{n}}, \text{ [см]}. \quad (16.7)$$

Величина X_R характеризує максимально можливу відстань, на якій може порушитись електрична нейтральність плазми для заданих значення її температури та щільності. Ця величина має розмірність довжини і називається **дебаївським радіусом** екранування або просторовим масштабом розділення зарядів.

Дебаївський радіус – одне з основних понять і параметрів плазми, що і відображається в найбільш точному визначенні плазми, наданому І. Ленгмюром:



Плазмою називається такий іонізований газ, дебаївський радіус якого значно менший порівняно з розмірами об'єму, що займає цей газ.

Як наслідок, у плазмі завжди повинна виконуватись умова:

$$L \gg X_R, \quad (16.8)$$

де L – характерний лінійний розмір області, з іонізованим газом.

Електрична нейтральність плазми повинна дотримуватися не лише у просторі, але й у часі. Час

$$\tau = \frac{X_R}{w_T} = \sqrt{\frac{m}{4\pi n e^2}}, \text{ [с]}, \quad (16.9)$$

за який найшвидші частинки плазми (електрони), що рухаються з середньою тепловою швидкістю w_T , проходять відстань, що дорівнює дебаївському радіусу, називається **часовим масштабом** розподілу зарядів.

Квазінейтральність плазми може порушитись лише за час, менший τ , що приводить до появи швидких коливань щільності зарядів. Як правило, це викликається коливанням електронів як більш легких і рухомих частинок біля іонів, у яких поворотальна сила обумовлена електростатичною (кулонівською) взаємодією, а інерція – масою електронів.

Ці коливання, які зазвичай називають **плазовими** чи **електростатичними**, є специфічними і обов'язковими лише для плазми. Тому, за характерний параметр плазми приймають не часовий масштаб розподілу зарядів τ , а **колову частоту** плазових коливань:

$$\omega = \frac{1}{\tau} = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}} = 5,6 \cdot 10^4 \sqrt{n}, [\text{с}^{-1}]. \quad (16.10)$$

За концентрації у плазмі електронів $n_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ власна частота коливань дорівнює $\omega_0 = 5 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$, що відповідає дециметровим хвилям. Вперше наявність коливань у плазмі було виявлено в 1906 р. Релеєм і незалежно від нього (у 1929 р.) – І. Ленгмюром, який при цьому додатково запропонував вираз (16.10) для визначення їх власної частоти.

Аналіз виразів (16.7), (16.9) та (16.10) показує, що чим вища щільність плазми, тим менші масштаби декомпенсації зарядів і в просторі, і в часі. При зростанні температури дебаївський радіус збільшується, що пов'язано із заглушенням ефекту поляризації зарядів тепловим рухом частинок.

Зміна потенціалу ϕ , біля будь-якого заряду в плазмі, підпорядковується закону:

$$\phi = \phi_0 \exp\left(-\frac{r}{X_R}\right),$$

де r – поточна відстань від заряду; X_R – дебаївський радіус; $\phi_0 = Ze^2/r$ – кулонівський потенціал заряду (e – заряд електрона, $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл).

Відповідно, потенціальне поле будь-якого заряду в плазмі на відстані, рівній дебаївському радіусу, практично повністю екранується просторовим зарядом. Тому дебаївський радіус характеризує також відстань, на якій в плазмі здійснюється електростатична взаємодія між зарядженими частинками. Якщо в нейтральному газі відстань взаємодії між частинками завжди менша середньої відстані між ними ($R_{\text{вз}} \ll r$), то в плазмі – завжди більша ($X_R \gg r$). У звичайному газі частинки взаємодіють одна з одною лише при дуже короткому зближенні (співударах), а основну частину часу вони знаходяться поза межами силової взаємодії. У плазмі характерним масштабом взаємодії між зарядженими частинками є дебаївський радіус, який в широкому діапазоні температур та тисків становить $10^{-6} \dots 10^{-2}$ см. Якщо взяти в плазмі умовну сферу з радіусом, який дорівнює дебаївському, то число частинок у цій сфері буде достатньо велике. Відповідно, будь-яка частинка в плазмі практично постійно відчуває силову взаємодію зі сторони інших частинок. Саме це дало підставу відомому радянському фізику Анатолію Олександровичу Власову (1908–1975) – одному з творців сучасної теорії плазми, стверджувати: “Плазма – це не газ, а своєрідна система, стягнена далекими силами”.



Основною кількісною та якісною характеристикою рівноважного процесу іонізації є степінь визначеної кратності іонізації α_Z , рівний відношенню щільності іонів при цій кратності іонізації до повної щільності атомів та іонів:

$$\alpha_Z = \frac{n_{iZ}}{\sum_{Z,a} n_{iZ,a}}. \quad (16.11)$$

Степінь однократної іонізації плазми з урахуванням електричної нейтральності набуває вигляду:

$$\alpha_1 = \frac{n}{n + n_a}, \quad (16.12)$$

де $n_e = n_i = n$ – щільність електронів та іонів; n_a – щільність нейтральних атомів. У повністю однократно іонізованій плазмі $\alpha_1 \approx 1,0$, а в слабоіонізованій плазмі – $\alpha_1 \ll 1$.

Як показує аналіз, при $\alpha_1 < 10^{-4}$ рухомість електронів у плазмі визначається в основному електронно-атомними зіткненнями. Таку плазму називають **слабоіонізованою** і її властивості загалом визначаються хімічною природою газу.

При $\alpha_1 > 10^{-3}$ рухомість електронів обмежується, головним чином, далекодіючими кулонівськими взаємодіями з іонами. Така плазма вважається **сильноіонізованою**, її властивості підпорядковуються законам повністю іонізованої плазми і слабо залежать від хімічної природи газу.

Степінь іонізації будь-якої речовини, залежно від температури і тиску, зі збільшенням тиску – зменшується, тобто рівновага зміщується в область більш високих температур (рис. 16.4).

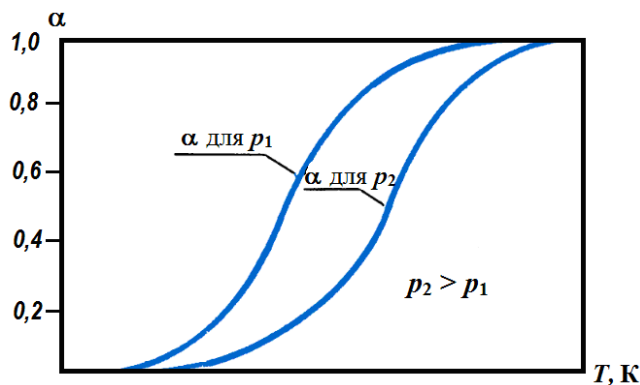


Рис. 16.4 – Якісна залежність степеня іонізації від температури та тиску

Класифікувати плазму можна також залежно від температури та щільності частинок.

За температурою зазвичай розрізняють **низькотемпературну** ($k_B T \sim E_1$ чи $T \leq 10^5$ К) і **високотемпературну** ($k_B T > E_1$ чи $T > 10^6$ К) плазму.

Низькотемпературна плазма може містити у своєму складі електрони, іони (загалом однозарядні), а також нейтральні атоми. Високотемпературна плазма складається лише з електронів та багатозарядних іонів.

За щільністю або густиною (см^{-3}) частинок розрізняють плазму **розріджену** ($n \leq 10^{12}$), **середньої щільності** ($10^{12} < n < 10^{17}$) і **щільну** ($n > 10^{17}$).

Загальні властивості плазми справедливі для всіх її типів, однак кожна з них має свої специфічні особливості, які доводиться враховувати у термодинамічних розрахунках.

16.2. Ідеальна та неідеальна плазма

У термодинамічному відношенні плазму можна розглядати як ідеальний газ, якщо середня енергія електростатичної взаємодії між частинками достатньо мала порівняно з кінетичною (тепловою) енергією частинок, тобто:

$$\eta_{кл} = \frac{E_{ел}}{E_T} = \frac{Ze^2}{r_0 k_B T} \ll 1, \quad (16.13)$$

де Z – зарядове число іонів; r_0 – відстань між частинками ($r_0 \sim \sqrt[3]{1/n}$).



Критерій $\eta_{кл}$, як правило, називають класичним параметром неідеальності плазми, а відношення (16.13) – нерівністю Кірквуда–Онзагера.

Параметр неідеальності є одним з найважливіших безрозмірних параметрів плазми. Він показує, наскільки колективні ефекти в плазмі переважають одиночні. У більшості випадків параметр неідеальності малий, і умова (16.13) виконується з великим запасом, особливо для розрідженої плазми та плазми середньої щільності. Так, наприклад, в іоносферній плазмі $\eta_{кл} \leq 10^{-4}$, а в термоядерній – $\eta_{кл} \leq 10^{-2}$. Разом з тим, навіть при $\eta_{кл} \ll 1$ (коли повна енергія плазми майже збігається з її тепловою енергією) безпосереднє використання формул теорії ідеальних газів для визначення термодинамічних параметрів плазми не рекомендується. За своїми термодинамічними властивостями плазма перетворюється на ідеальний газ лише в наближенні $\eta_{кл} \rightarrow 0$. Однак на практиці, при $\eta_{кл} \ll 1$, тиск плазми зазвичай, знаходиться за рівнянням стану ідеального газу, яке для частково іонізованої та повністю іонізованої плазми набуде вигляду:

$$p = k_B T(n_a + 2n) \text{ та } p = 2nk_B T. \quad (16.14)$$

Такий підхід є виправданим тим, що розрахунки за формулами (16.14) добре збігаються з результатами експериментів та досліджень.

Зі збільшенням щільності плазми, параметр $\eta_{кл}$ зростає і вже для помірно щільної плазми $\eta_{кл} \approx 1$. У цьому випадку в плазмі електрони можуть локалізуватися флуктуаціями щільності. Як результат, у плазмі виникають специфічні квазічастинки – кластери, які складаються з електрона та надлишкової кількості атомів навколо нього. Це призводить до зменшення ефективного числа частинок і рівняння стану для такої плазми, за пропозицією російського вченого Ігоря Тевфіковича Якубова, варто записувати у вигляді:

$$p = k_B T(n_a + 2n - 2\phi n_c), \quad (16.15)$$

де ϕ – надлишкова кількість атомів навколо електрона (кількість атомів у кластері); n – повна щільність (концентрація) електронів (вільних і зв'язаних); n_c – щільність електронів, які зв'язані у кластерах.

Якщо параметр $\eta_{кл}$ порівняти до одиниці, то можна визначити критичну щільність $n_{кр}$, вище якої плазма перестане бути ідеальною: $n_{кр} = [k_B T / (Ze^2)]^3 \approx 3 \cdot 10^{16} T^3$. Зі збільшенням щільності плазми, взаємодія між частинками може збільшитись настільки, що настає виродження плазми і тоді її властивості будуть визначатися в основному квантовими ефектами. Виродження плазми є прямим наслідком одного з основних принципів квантової фізики – принципу Паулі, згідно з яким у кожному квантовому стані може знаходитися не більше одного електрона. Квантовий стан займає в шестимірному фазовому просторі елементарну комірку об'ємом $\sim h_{\Pi}^3$ (h_{Π} – стала Планка), в якому може розміститися не більше двох електронів, які відрізняються один від одного лише напрямом власного обертання. За невеликої щільності плазми, кількість елементарних комірок значно більша кількості електронів. Зі збільшенням їх концентрації можна досягти стану, коли всі комірки будуть заповнені і тоді подальше збільшення щільності буде призводити до виродження.

Граничні формули термодинаміки плазми отримуються за умови заповнення електронами всіх елементарних комірок. Об'єм плазми в шестимірному фазовому просторі дорів-

нює $(4/3)\pi p_m^3 V$, де V – координатний об’єм; p_m – максимальний імпульс. Тоді кількість елементарних комірок у цьому об’ємі та повна кількість електронів дорівнюють, відповідно, $b = 4\pi p_m^3 V / (3h_\Pi^3)$ та $N_e = (8/3)\pi p_m^3 V / h_\Pi^3$, а щільність електронів в одиниці об’єму – $n = N_e / V = 8\pi p_m^3 / (3h_\Pi^3)$. У подальшому, на основі цих співвідношень, можна визначити максимальну енергію, яка відповідає граничному випадку:

$$E_{\max} = \frac{p_m^2}{2m} = \frac{h_\Pi^2}{2m} \cdot \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}, \quad (16.16)$$

і тиск плазми

$$p = \frac{2}{5} n E_{\max} = \frac{h_\Pi^2}{5m} \cdot \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \cdot n^{5/3}. \quad (16.17)$$



Наведені вирази виступають граничними формулами термодинаміки плазми за умови досить великих щільності та тисків, а енергію $E_{\max}$ називають енергією виродження або енергією Фермі.

При щільності плазми нижче $n \sim 10^{20} \text{ см}^{-3}$ та температури $T \leq 10^4 \text{ К}$ ефекти виродження приводять до незначних поправок. У виродженій плазмі, поняття температури як міри енергії усередненого хаотичного руху частинок, втрачає сенс. Цю роль у виродженій плазмі відіграє енергія Фермі, яка є лише функцією щільності та не залежить від температури.

Відношення

$$\lambda_B = \frac{E_{\max}}{k_B T} \quad (16.18)$$

називають **параметром виродження**. Чим більший параметр λ_B , тим більш виродженим є газ. При $\lambda_B = 1$ можна знайти щільність:

$$n = \left(\frac{2k_B T m}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{8\pi}{3} \approx 10^{16} \cdot T^{3/2}, \quad (16.19)$$

вище якої плазма буде виродженою або квантовою.

За аналогією з класичною плазмою, можна ввести параметр неідеальності і для виродженої плазми:

$$\eta_{\kappa\theta} = \frac{Ze^2}{r_0 E_{\max}} = \frac{\eta_{\kappa l}}{\lambda_B}. \quad (16.20)$$

Умовою ідеальності виродженої плазми буде нерівність $\eta_{\kappa\theta} \ll 1$. Аналіз залежності (16.20) показує, що вироджена плазма тим більш ідеальна, чим вища її щільність.

З умови $\eta_{\kappa\theta} = 1$ визначається критична величина щільності електронів:

$$n_{\kappa p} = 7 \cdot 10^{24} \text{ см}^{-3}, \quad (16.21)$$

яка розділяє вироджену плазму на ідеальну та неідеальну.

Різноманітні термодинамічні стани плазми (ідеальна чи неідеальна, вироджена чи невироджена, ідеально вироджена чи неідеально вироджена) можна подати графічно в координатах $\lg T - \lg n$ (див. рис. 16.5).

За допомогою ліній, які відповідають умовам $\eta_{\kappa l} = 1$, $\lambda_B = 1$ та $\eta_{\kappa\theta} = 1$, діаграма термодинамічного стану плазми поділяється на декілька характерних областей. Область I відповідає параметрам класичної ідеальної плазми, зі слабкою взаємодією ($\eta_{\kappa l} < 1$ та $\lambda_B < 1$).

Сюди відноситься міжзоряний та іоносферний газ, плазма газового розряду, термоядерна плазма тощо.

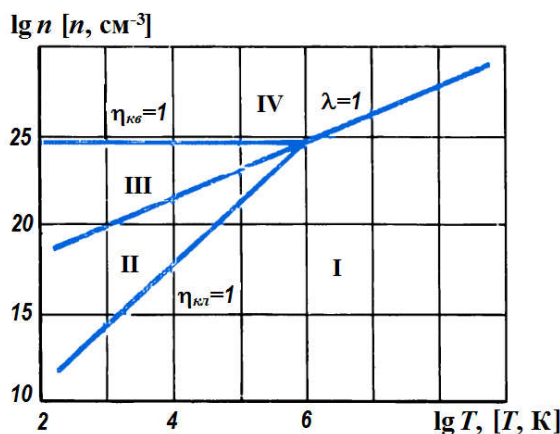


Рис. 16.5 – Логарифмічна діаграма термодинамічних станів плазми

Область II відповідає класичній неідеальній невинродженій плазмі із сильною взаємодією ($\eta_{кл} > 1$, $\lambda_{в} < 1$). Такі параметри може мати дуже щільна плазма деяких електричних розрядів, плазма ударно-хвильових пристроїв. Область III відповідає неідеальній винродженій плазмі ($\eta > 1$, $\eta_{кв} > 1$), а область IV – ідеальній винродженій плазмі ($\lambda_{в} > 1$, $\eta < 1$). Цим умовам задовольняє газ у металах, метало-аміачні розчини, сильнолеговані напівпровідники, ядерна рідина в надщільних зірках.

З позиції використання плазми в різноманітних енергетичних та енерготехнологічних пристроях найбільш цікавими на сьогодні є області I та II, тобто області ідеальної та неідеальної класичної плазми.

16.3. Термодинамічна та термічна рівновага у плазмі.

Структура рівноважної плазми



Плазма, як суміш частинок з різними зарядами та масами, може знаходитися в термодинамічній рівновазі, якщо в ній зберігається газокінетична, дисоціаційна та іонізаційна рівновага, а процес випромінювання підкоряється законам випромінювання абсолютно чорного тіла.

Такий стан настає при детальній рівновазі, яка зазвичай реалізується у закритих термодинамічних системах із замкнутим випромінюванням, при перебігу прямих та оборотних процесів по одному й тому ж шляху з однаковими швидкостями. Так, при іонізації електронним ударом $A + e \rightleftharpoons A_+ + e + e$ зворотний процес (рекомбінація) повинен проходити при потрійних співударах, а фотоіонізації $A + h\nu \rightleftharpoons A_+ + e$ повинна відповідати рекомбінація з випромінюванням.

У відкритих системах умови детальної рівноваги виконуються лише при значній щільності частинок, так як у щільній плазмі іонізація і рекомбінація завжди йдуть одним шляхом.

Зі зменшенням тиску падає ймовірність співударів між частинками, зменшується оптична товщина плазми і електрони практично вільно відходять до стінок обмежуючих емкостей, не встигаючи передати іонам і нейтральним атомам енергію, отриману ними від зовнішнього джерела. Це призводить до температурного розшарування плазми, за якого її

стан характеризується двома температурами: електронною T_e та іонною T_i (при цьому зазвичай $T_e > T_i$). Так як маси нейтральних атомів та іонів близькі за значенням, температура атомів T_a не буде суттєво різнитися з температурою іонів, тобто $T_a \approx T_i$. Зміна температури електронів, іонів та атомів, залежно від тиску, для всіх речовин має однаковий характер, однак значення критичного тиску $p_{кр}$, за якого починається температурне розшарування, залежить від природи речовини. Так, для літію $p_{кр} \approx 4$ кПа, аргону $p_{кр} \approx 6,7$ кПа, ртуті $p_{кр} \approx 9,3$ кПа. Як наслідок, за великих тисків плазма зазвичай термічно рівноважна, а при низьких – термічно нерівноважна. Умовою термічної рівноваги в плазмі є нерівність:

$$\frac{T_e - T_i}{T_e} \ll 1. \quad (16.22)$$

Вирівнювання температури між електронним та іонним компонентами плазми відбувається за рахунок обміну енергією між електронами та іонами під час їх співударів між собою. Якщо електрон, який рухається зі швидкістю w_e , у результаті взаємодії з іоном відхиляється на кут δ , то імпульс, що передається іону, буде $\Delta p = 2mw_e \sin(\delta/2) = 2p_0 \sin(\delta/2)$. Під дією цього імпульсу іон отримує кінетичну енергію $\Delta E = (\Delta p)^2 / (2M_i) = (2p_0^2 / M) \sin^2(\delta/2)$, а якщо $\delta = 90^\circ$, то $\Delta E = p_0^2 / M$. Для визначення енергії, що передається іонам за одиницю часу, необхідно значення ΔE перемножити на частоту співударів електронів та іонів:

$$E = \Delta E \cdot v = \Delta E \cdot n \cdot w_e \cdot \theta_{ei}. \quad (16.23)$$

У цих виразах: m та M – маси електрона та іона; $\theta_{ei} \approx 10^{-9} Z^2 / T_e^2$ – ефективний переріз співударів електронів та іонів у плазмі; Z – заряд іона.

Енергію, передану іонам електроном за одиницю часу, можна подати у вигляді:

$$E = \frac{E_e - E_i}{\tau_p} = \frac{3}{2} k_B \frac{T_e - T_i}{\tau_p}. \quad (16.24)$$

Тут E_e та E_i – середні кінетичні енергії електронів та іонів, а величина τ_p характеризує інтенсивність енергообміну між електронами та іонами і виступає як **час релаксації** або **час термалізації** плазми.

Якщо в початковий період у плазмі $T_e \gg T_i$, то, порівнюючи вирази (16.23) та (16.24), отримаємо час релаксації:

$$\tau_p \approx 6A \cdot 10^7 \cdot \frac{T_e^{3/2}}{n}, \quad (16.25)$$

де A – атомна маса речовини.

З отриманого виразу видно, що час встановлення температурної рівноваги в плазмі $T_e = T_i$ тим більший, чим більша атомна маса речовини і нижча щільність частинок. Це пояснюється тим, що частка енергії, що передається при співударах, пропорційна відношенню мас частинок, що зіштовхуються, тобто m/M . Саме тому, чим важчий іон, тим менша ця енергія і тим більша кількість співударів потрібна для вирівнювання температури. Зі зменшенням щільності плазми зменшується кількість співударів, а час термалізації зростає. Вираз (16.25) можна використовувати для визначення τ_p у досить широкому діапазоні температур, оскільки він залишається справедливим за умови, що $T_e \gg mT_i / M$.

Проведені оцінки часу встановлення температурної рівноваги в плазмі є, зрозуміло, приблизними, оскільки всі міркування стосувалися випадку, коли запас енергії в плазмі зберігався постійним, тобто підведення та втрата енергії були однакові. Тому, розглядаючи конкретні процеси, плазму можна вважати ізотермічною, якщо $\tau_p \ll \tau_{np}$, де τ_{np} – характерний час процесу.

Співвідношення $T_i \gg T_e$ виконується у сильноіонізованій плазмі лише за деяких спеціальних умов, наприклад, при короткочасних імпульсних розрядах великої потужності, які приводять до утворення та кумуляції ударних хвиль у плазмі.

Однак, незважаючи на достатню часту відсутність температурної рівноваги між електронами та іонами в плазмі, досить велику кількість практичних задач можна розглядати з позиції рівноважної термодинаміки. Так, при температурному розшаруванні можлива часткова термодинамічна рівновага, за якої температура одного виду частинок у плазмі відрізняється від температури іншого виду частинок, але для кожного з них розподіл енергії (швидкостей) підпорядковується максвелівському.



Для багатьох прикладних задач часто використовується так звана локальна термодинамічна рівновага (ЛТР) – стан, за якого всередині кожного невеликого об'єму плазми має місце повна термодинамічна рівновага, але температура виступає повільнозмінною функцією координат.

При цьому повинні виконуватися умови $L \gg l$ та $T/(\partial T/\partial L) \gg L$, де L – характерний розмір об'єму плазми; l – довжина вільного пробігу частинок у плазмі.

Важливість використання понять часткової та локальної термодинамічної рівноваги полягає у тому, що при дотриманні в плазмі умов, які характеризують ці стани, можна з достатнім ступенем точності використовувати будь-які термодинамічні функції, які розраховують з припущенням цілковитої термодинамічної рівноваги.

При встановленні термодинамічної рівноваги ступінь іонізації залежить лише від температури та тиску. Індійський фізик Мегнад Саха (1893–1956) застосував для аналізу термодинамічно-рівноважного процесу іонізації **закон хімічної рівноваги** (закон діючих мас). Якщо іони та електрони розглядати в якості хімічних речовин, а процес іонізації – як оборотну хімічну реакцію, то **константу рівноваги**, що характеризує ступінь завершеності цієї реакції, можна подати у вигляді відношення:

$$K_c = \frac{p_e p_i}{p_a}, \quad (16.26)$$

де p_e, p_i та p_a – парціальний тиск електронів, іонів та нейтральних атомів, відповідно.

Якщо частково (не повністю) іонізована плазма містить у своєму складі електрони, іони та нейтральні атоми зі щільністю n_e, n_i та n_a , відповідно, то з урахуванням умов електричної нейтральності ($n_e = n_i = n$) та $N = n_i + n_a$ можна встановити значення парціальних тисків компонентів плазми:

$$p_e = p_i = \frac{n}{N+n} \cdot p = \frac{\alpha}{1+\alpha} \cdot p; \quad p_a = \frac{N-n}{N+n} \cdot p = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \cdot p,$$

де p – загальний тиск плазми, який визначається або експериментально, або за рівнянням стану; α – ступінь іонізації.

Підстановка значень p_e, p_i та p_a у формулу (16.26) приводить до **рівняння Саха**, що ув'язує константу рівноваги зі ступенем іонізації плазми:

$$K_c = \frac{\alpha^2 p}{1-\alpha^2}. \quad (16.27)$$

Отриманий вираз може бути використаний для визначення степеня іонізації плазми для різних тисків і температури:

$$\alpha = \sqrt{\frac{K_c}{K_c + p}}. \quad (16.28)$$

М. Саха та Е.Р. Еггерт методами статистичної фізики визначили константу рівноваги за умови термодинамічного рівноважного стану. Ця формула має вигляд:

$$K_c = \frac{2Z_k}{Z_{k-1}} \frac{(2\pi m)^{3/2}}{h_{\Pi}^3} (k_B T)^{5/2} \exp\left(-\frac{E_{\text{еф}}}{k_B T}\right), \quad (16.29)$$

де Z_k та Z_{k-1} – статистичні суми за електронними станами k - та $(k-1)$ -кратно іонізованих іонів; $E_{\text{еф}}$ – ефективна енергія іонізації; m , e – маса та заряд електрона; h_{Π} та k_B – сталі Планка та Больцмана.

Для практичних розрахунків вираз (16.29) більш зручно подати у вигляді:

$$\lg K_c = -\frac{5040}{T} E_{\text{еф}} + \frac{5}{2} \lg T - 1,62. \quad (16.30)$$

У виразах (16.28)–(16.30) тиск виражається у паскалях, а температура – у градусах Кельвіна.

Іонізація в суміші газів проходить дещо складніше, однак основні положення залишаються незмінними. Нехай іонізується суміш одноатомних газів. У цьому випадку ступінь іонізації j -го компонента плазми $\alpha_j = n_{ij} / (n_{aj} + n_{ij})$, а ступінь іонізації всієї суміші:

$$\alpha_{\text{сум}} = \sum_j \alpha_j X_j, \quad (16.31)$$

де X_j – відносна частка j -го компонента, а α_j визначається за формулами (16.28) та (16.30).

Наприклад, у магнітогідродинамічних генераторах для отримання необхідної електропровідності в робочу камеру зазвичай вводиться невелика кількість присадки, що легко іонізується, потенціал іонізації якої значно менший потенціалу будь-якого компонента продуктів згорання. У цьому випадку ступінь іонізації присадки $\alpha_{\text{пр}}$ і ступінь іонізації всієї робочої речовини $\alpha_{\text{сум}}$ визначаються наступними відношеннями:

$$\alpha_{\text{пр}} = \frac{n_{\text{ипр}}}{n_{\text{апр}} + n_{\text{ипр}}} \approx \frac{n_{\text{ипр}}}{n_{0\text{пр}}};$$

$$\alpha_{\text{сум}} = \frac{n_{\text{ипр}}}{n_{0\text{газ}} + n_{0\text{пр}}} = \frac{X_{\text{пр}}}{1 + X_{\text{пр}}} \cdot \alpha_{\text{пр}},$$

де $n_{\text{ипр}}$, $n_{0\text{пр}}$, $n_{0\text{газ}}$ – щільність іонів присадки, самої присадки та робочого газу, відповідно; $X_{\text{пр}} = n_{0\text{пр}}/n_{0\text{газ}}$ – масова або молярна частка присадки в робочому газі.

Якщо $X_{\text{пр}} \ll 1$ та $E_{\text{ипр}} \ll E_{\text{ігаз}}$, то ступінь іонізації робочої речовини в каналі МГД-генератора $\alpha_{\text{сум}} \approx \alpha_{\text{пр}} X_{\text{пр}}$. На практиці, як правило, приймається $X_{\text{пр}} = 0,01 \dots 0,02$.

Отримані формули та розглянуті приклади відносилися до випадку встановлення теплової рівноваги між електронами та іонами. Наявність в низькотемпературній плазмі нейтральних частинок не приводить до суттєвих змін раніш отриманих висновків, оскільки

їхня температура близька до температури іонів. Невраховані тут процеси збудження, гасіння і зміни знака заряду лише покращують умови рівноваги.

Однак в плазмі не завжди встановлюється термодинамічна рівновага. При температурному розшаруванні для неізотермічної двотемпературної плазми рівняння Саха в звичайному вигляді використовувати неможливо, і у випадку, коли енергія підводиться до електронів (тобто, при $T_e > T_i$), його необхідно модифікувати. Враховуючи, що електрони мають значно більшу швидкість, ніж іони та атоми, і відіграють головну роль у процесах іонізації та рекомбінації, у рівняннях Саха–ЕггERTA (16.29) та (16.30) можна замінити загальну температуру T на електронну T_e . Правомірність такої заміни підтверджується експериментально, і цей метод широко застосовується на практиці.



У випадку нерівноважної, неізотермічної, але стаціонарної плазми, коли енергія її частинок не підпадає під дію максвелівського розподілу, рівняння Саха стає не-застосовним. Степінь іонізації в цих умовах можна отримати з аналізу і порівняння швидкостей процесів іонізації та рекомбінації.

Нехай, наприклад, у достатньо розрідженій стаціонарній плазмі іонізація здійснюється електронним ударом, рекомбінація супроводжується випромінюванням, а саме випромінювання вільно виходить з об'єму плазми (сонячна корона). За таких припущень можна знехтувати іонізацією під дією випромінювання та рекомбінацією при потрійних співударах. Тоді швидкість процесів іонізації w_i та рекомбінації w_p будуть дорівнювати $w_i = K_i n_e n_a$ та $w_p = K_p n_e n_i$, де K_i і K_p – константи швидкостей іонізації та рекомбінації.

З умови стаціонарності, тобто рівності $w_i = w_p$, можна знайти $K_c = K_i/K_p = n_i/n_a$, де K_c – константа рівноваги. Оскільки $n_a = N - n$ та $n = n_e = n_i$, то степінь іонізації нерівноважної стаціонарної плазми визначиться співвідношенням:

$$\alpha = \frac{K_c}{1 + K_c}. \quad (16.32)$$

Вираз (16.32) часто називають **формулою Ельверта**. Константу рівноваги K_c неможливо знайти із законів термодинаміки, її визначити надзвичайно складно і лише за значної кількості додаткових припущень.

Для визначення степеня іонізації, парціальних тисків і густини (складу) компонентів термодинамічно-рівноважної плазми в загальному вигляді необхідно спільно розглядати рівняння констант рівноваги усіх реакцій, що протікають у плазмі, рівняння Саха–ЕггERTA для всіх реальних степенів іонізації, електричної нейтральності плазми, балансу тиску (закон Дальтона), стану плазми і всіх компонентів, що входять до неї.

Розв'язок цієї системи рівнянь при заданих значеннях тиску p і температури T дозволяє визначити склад рівноважної плазми будь-якої робочої речовини (див. рис. 16.6). Розрахунок виконується методом послідовних наближень, так як для визначення ефективної енергії іонізації $E_{\text{еф}}$ необхідно знати значення щільності електронів у плазмі n_e .

Так, наприклад, система рівнянь для розрахунку складу рівноважної низькотемпературної плазми, в якій відбувається одно- та двократна іонізація, має вигляд:

$$K_{c1} = \frac{p_e p_{i1}}{p_a}; \quad K_{c2} = \frac{p_e p_{i2}}{p_{i1}};$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{K_{c1}}{K_{c1} + p}}; \quad \alpha_2 = \sqrt{\frac{K_{c2}}{K_{c2} + p}};$$

$$p_e = p_{i1} + 2p_{i2} \text{ або } n_e = n_{i1} + 2n_{i2};$$

$$p = p_a + p_e + p_{i1} + p_{i2} \text{ або } N = n_a + n_e + n_{i1} + n_{i2};$$

$$p = Nk_B T; \quad p_a = n_a k_B T; \quad p_e = n_e k_B T;$$

$$p_{i1} = n_{i1} k_B T; \quad p_{i2} = n_{i2} k_B T.$$

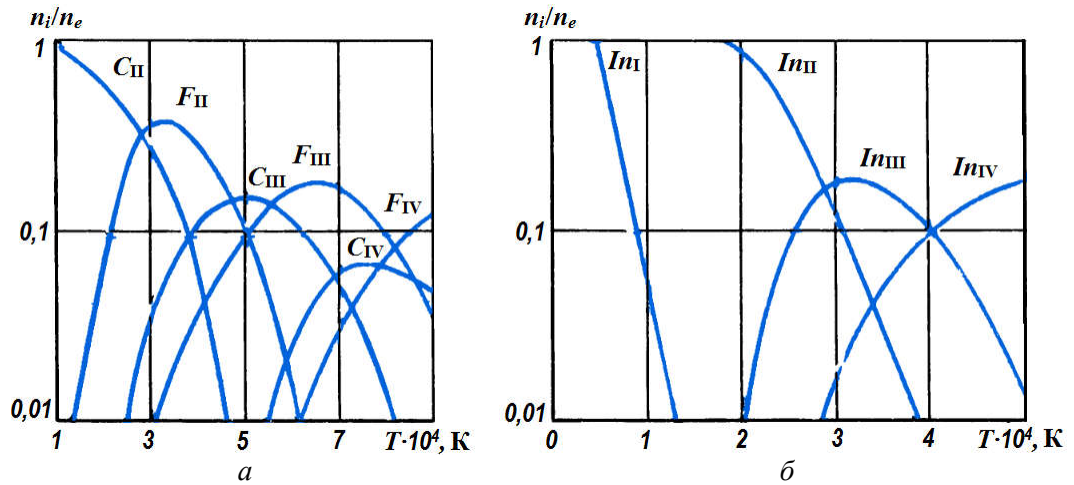


Рис. 16.6 – Діаграма складу плазми: а – фторопласту; б – індію

Розв'язок цієї системи рівнянь можна подати у вигляді:

$$p_a = \frac{[(1 - \alpha_1) / \alpha_1] p}{\frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1 + 2 + \alpha_2}}; \quad p_e = \frac{(1 + \alpha_2) p}{\frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1 + 2 + \alpha_2}};$$

$$p_{i1} = \frac{\alpha_1 p}{\frac{1 + \alpha_1 + 3\alpha_2}{1 - \alpha_2}}; \quad p_{i2} = \frac{\alpha_2 p}{\frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1 + 2 + \alpha_2}},$$

де $p_a(n_a)$, $p_e(n_e)$, $p_{i1}(n_{i1})$, $p_{i2}(n_{i2})$ – парціальні тиски (і щільність) нейтральних частинок, електронів, одно- та двократно іонізованих іонів, відповідно; α_1 і α_2 – степені одно- і двократної іонізації.

При розрахунку складу неідеальної плазми константу рівноваги варто записувати з урахуванням сильної кулонівської взаємодії: $K_c = \frac{p_e \cdot p_i}{p_a \cdot \exp(\eta_{кл})}$, де $\eta_{кл}$ – класичний параметр неідеальності плазми.

16.4. Термодинамічні параметри плазми

За певних умов (див. п. 16.2) плазму можна розглядати у якості ідеального газу. Однак, навіть за таких умов у плазмі діють (нехай і незначні) сили електростатичного притягання, які викликають відхилення плазми від ідеальності, що варто враховувати при визначенні термодинамічних параметрів плазми.



Внутрішня енергія плазми (U) складається з кінетичної енергії хаотичного руху її частинок ($U_{\text{ід}}$), середньої енергії їх електричної взаємодії ($U_{\text{ел}}$) та енергії випромінювання ($U_{\text{вип}}$):

$$U = U_{\text{ід}} + U_{\text{ел}} + U_{\text{вип}}. \quad (16.33)$$

Значення складових рівняння (16.33) визначаються дослідним шляхом або знаходяться методами статистичної термодинаміки. В ідеальному газі $U_{\text{ід}} \gg U_{\text{ел}} + U_{\text{вип}}$, і тому $U = U_{\text{ід}} = c_v T + U(0)$. Для рівноважної плазми рівняння (16.33) набуде вигляду:

$$U = U_{\text{ід}} + \frac{Ze^2 N}{r} + \frac{4\sigma T^4 V}{w_c}, \quad (16.34)$$

де $N = nV$ – кількість заряджених частинок в об'ємі V ; r – відстань взаємодії між частинками; Z – зарядове число іона; σ – стала Стефана–Больцмана; w_c – швидкість світла.

Так як характерною відстанню взаємодії між частинками у плазмі виступає дебаївський радіус X_R , то вираз для внутрішньої енергії плазми отримає вигляд:

$$U = U_{\text{ід}} + Ze^2 N \cdot \sqrt{\frac{4\pi Ze^2 N}{k_B T V}} + \frac{4\sigma T^4 V}{w_c}. \quad (16.35)$$

Функція (16.35) не є характеристичною функцією для змінних ентропії S та об'єму V , так як залежить від температури.

Вільна енергія або енергія Гельмгольца для плазми зберігає властивість характеристичної функції. Насправді, оскільки $dF = -SdT - pdV$, то:

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V; \quad p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T; \quad c_v = -T\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_V. \quad (16.36)$$

З виразів (16.36) видно, що при ізотермічних процесах робота здійснюється не за рахунок зменшення внутрішньої енергії, а за рахунок зменшення вільної енергії. Оскільки

$U = F + T \cdot S = F - T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -T^2 \cdot \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{F}{T}\right)$, то вільна енергія плазми буде дорівнювати:

$$F = -T \int \frac{U}{T^2} dT + C \cdot T. \quad (16.37)$$

За допомогою теореми Нернста можна довести, що константа інтегрування $C = 0$, тоді, підставивши вираз (16.35) у залежність (16.37), отримаємо її у вигляді:

$$F = -T \int \frac{U_{\text{ід}}}{T^2} dT - T \int \frac{Ze^2 N}{T^2} \sqrt{\frac{4\pi Ze^2 N}{k_B T V}} dT - \frac{4T}{w_c} \int \frac{\sigma T^4}{T^2} V dT$$

або після інтегрування:

$$F = F_{\text{ід}} + \frac{2}{3} Ze^2 N \sqrt{\frac{4\pi Ze^2 N}{k_B T V}} - \frac{4}{3w_c} \sigma T^4 V. \quad (16.38)$$

За допомогою виразу для вільної енергії плазми F можна визначити і решту термодинамічних параметрів плазми:

– тиск

$$p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = \frac{RT}{V} + \frac{1}{3}Ze^2N\sqrt{\frac{4\pi Ze^2N}{k_BTV^3}} + \frac{4}{3w_c}\sigma T^4; \quad (16.39)$$

– ентропію

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = S_{\text{ід}} + \frac{1}{3}Ze^2N\sqrt{\frac{4\pi Ze^2N}{k_BT^3V}} + \frac{16}{3w_c}\sigma T^3V; \quad (16.40)$$

– теплоємність, при $v = \text{const}$

$$c_v = -T\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_V = c_{v\text{ід}} + \frac{1}{2}Ze^2N\sqrt{\frac{4\pi Ze^2N}{k_BT^3V}} + \frac{16}{w_c}\sigma T^3V; \quad (16.41)$$

– теплоємність при $p = \text{const}$

$$c_p = -T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = c_{p\text{ід}} + \frac{2}{3}Ze^2N\sqrt{\frac{4\pi Ze^2N}{k_BT^3V}} + \frac{16}{w_c}\sigma T^3V; \quad (16.42)$$

– ентальпію

$$H = U + pV = H_{\text{ід}} + \frac{4}{3}Ze^2N\sqrt{\frac{4\pi Ze^2N}{k_BTV}} + \frac{16}{3w_c}\sigma T^4V. \quad (16.43)$$

У цих формулах $S_{\text{ід}}$, $H_{\text{ід}}$, $c_{v\text{ід}}$ і $c_{p\text{ід}}$ визначається за відповідними рівняннями ідеального газу.

Для дво-, три- і більш компонентної плазми термодинамічні параметри визначаються підсумовуванням усіх компонентів, наявних у плазмі. Так, наприклад, ентальпія та ентропія багатоконцентної плазми визначається залежностями:

$$H = \frac{1}{M \cdot p} \sum_j H_j p_j; \quad S = \frac{1}{M \cdot p} \sum_j S_j p_j,$$

де M та p – молярна маса і тиск плазми; p_j , H_j та S_j – величини, які визначають за рівняннями (16.39), (16.40) та (16.43) для кожного компонента плазми.

Тиск та ентропія плазми менші ніж для ідеального газу, що пояснюється переважанням у плазмі сил притягання. Теплоємність плазми більша теплоємності ідеального газу, що фізично також зрозуміло – при зростанні температури плазми виникає потреба затрачувати енергію не тільки на збільшення кінетичної енергії хаотичного руху її частинок, але й на збільшення середньої потенціальної енергії взаємодії між частинками, як наслідок зміни біля кожної частинки хмарини протилежно заряджених частинок.

У загальному випадку термодинамічні параметри плазми відрізняються від параметрів ідеального газу також за рахунок зниження потенціалу іонізації, викликаного електростатичною взаємодією між частинками в плазмі. Однак, для низькотемпературної плазми ці відхилення є незначними і тому, як правило, не враховуються.

Отримані вирази для термодинамічних параметрів, залежно від температури та щільності заряджених частинок, хоча й зручні для розрахунків, але недостатньо наочно характеризують залежність цих параметрів від степеня іонізації. Для низькотемпературної частково іонізованої плазми можна визначити термодинамічні параметри, якщо відомі відповідні

параметри ідеального газу та степінь іонізації плазми. Щільність плазми, іонів та електронів у цьому випадку визначаються співвідношеннями:

$$\rho = (n_a + n)A_a; \quad \rho_i = n_i A_i \approx \alpha \rho; \quad \rho_e = n_e A_e = \alpha \cdot \rho \frac{A_e}{A_a},$$

в яких A_a , A_i і A_e – відносні атомні маси атомів, іонів і електронів, відповідно. За цих умов, а також з урахуванням, що $A_i \approx A_a$ та $n_e = n_i$ можна отримати наступні вирази для:

– рівняння стану плазми

$$p = (n_a + n_e + n_i) \cdot k_B T = (1 + \alpha) \cdot k_B T \cdot \frac{\rho}{A_a}; \quad (16.44)$$

– питомих теплоємностей плазми

$$c_v = c_{va} + \frac{c_{vi} \rho_i}{\rho} = (1 + \alpha) c_{va}; \quad (16.45)$$

$$c_p = c_{pa} + \frac{c_{vi} \rho_i}{\rho} = (1 + \alpha) c_{pa}; \quad (16.46)$$

– внутрішньої енергії та ентальпії плазми

$$u = c_v T + \alpha E_{\text{іон}} = (1 + \alpha) c_{va} T + \alpha E_{\text{іон}}; \quad (16.47)$$

$$h = c_p T + \alpha E_{\text{іон}} = (1 + \alpha) c_{pa} T + \alpha E_{\text{іон}}. \quad (16.48)$$

У цих виразах α – степінь іонізації; $E_{\text{іон}}$ – енергія іонізації.

Теплоємність плазми під час практичних розрахунків можна визначити не лише за рівняннями (16.41), (16.42), (16.45) та (16.46), а й графічним диференціюванням, якщо відомі залежності $H = f(T)$ і $U = f(T)$, оскільки:

$$c_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \approx \left(\frac{\Delta H}{\Delta T} \right)_p; \quad c_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v \approx \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)_v.$$

На рис. 16.7, а, б показані залежності теплоємності плазми аргону і водню від температури та тиску. В областях дисоціації та іонізації, при поглинанні значної кількості теплоти, теплоємність плазми різко зростає, а потім знову зменшується. При повторній іонізації на кривій з'являється новий пік і т.д.

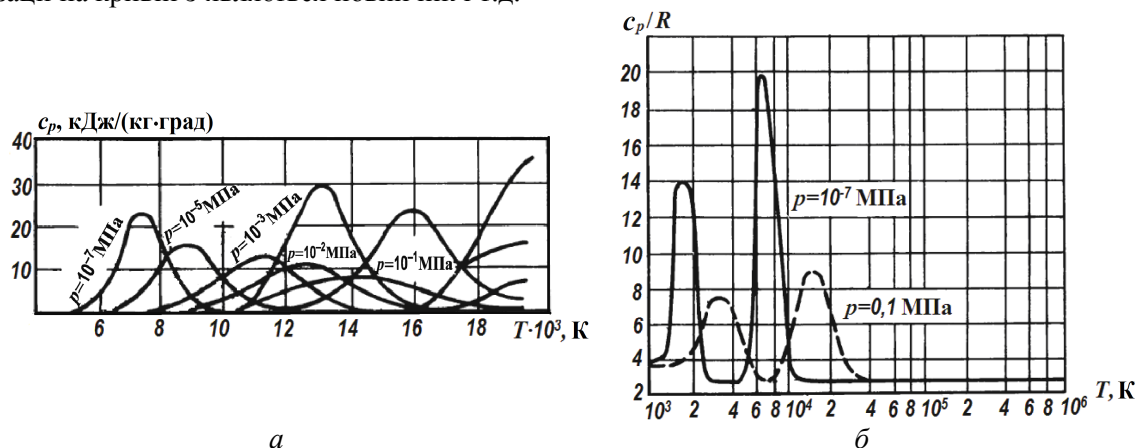


Рис. 16.7 – Залежність теплоємності плазми від температури та тиску: а – аргону; б – водню

Зміна показника адіабати $k_{ад}$ від температури і тиску (рис. 16.8) показує, що від величини $k_{ад} = 5/3$, характерної для ідеального газу, показник адіабати різко зменшується в областях дисоціації та іонізації. Зі зростанням тиску характер зміни теплоємності та показника адіабати дещо згладжується.

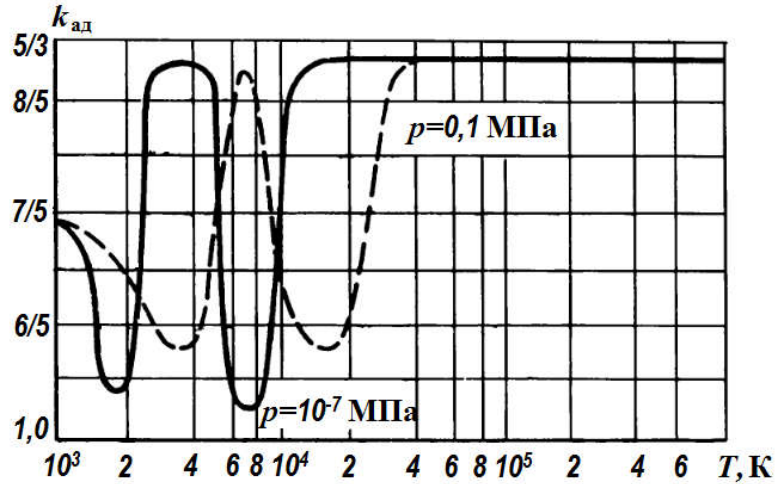


Рис. 16.8 – Зміна показника адіабати для плазми водню

Молярна маса і газова стала плазми змінюються у процесі іонізації, оскільки кожний атом розщеплюється мінімум на дві частинки: електрон та іон. При багатократній іонізації кількість електронів відповідно збільшується. Якщо розглядати плазму як суміш електронів, іонів і нейтральних атомів, то її відносна атомна маса:

$$A_m = \sum_j r_j A_j = r_e A_e + r_i A_i + r_a A_a,$$

де $r_e = \frac{p_e}{p} = \frac{\alpha}{1+\alpha}$; $r_i = \frac{p_i}{p} = \frac{\alpha}{1+\alpha}$ і $r_a = \frac{p_a}{p} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ – молярні або масові частки електронів, іонів та атомів, відповідно.

З достатнім рівнем точності можна припустити, що $A_e + A_i = A_a$, тоді:

$$A_m = \frac{A_a}{1+\alpha}. \quad (16.49)$$

Аналогічний вираз можна отримати і для вторинної іонізації, прийнявши першу іонізацію за основний стан, і т.д. При багатократній іонізації в загальному вигляді відносна атомна маса:

$$A_m = \frac{A_a}{k_{іон} + \alpha_k}, \quad (16.50)$$

де $k_{іон}$ – кратність іонізації ($k = 1, 2, \dots, k$); α_k – степінь k -кратної іонізації.

Якщо у плазмовий стан переведена суміш газів, то для j -го компонента суміші k -кратної іонізації відносна атомна маса буде мати вигляд:

$$A_j = \frac{A_{aj}}{k_{іон} + \alpha_{kj}}, \quad (16.51)$$

а відносна молекулярна маса плазми визначається сумою:

$$A_m = \sum_j X_j A_j = \frac{\sum_{j,k} X_j A_{aj}}{k_{\text{іон}} + \alpha_{kj}}, \quad (16.52)$$

де X_j – відносна щільність частинок j -го компонента.

Разом зі зміною молекулярної маси зміниться і газова стала плазми і тоді:

$$R_{\text{пл}} = \frac{R}{A_m}, \quad (16.53)$$

де R – універсальна газова стала.

Залежність відносної маси і газової сталої плазми від температури та тиску можна подати серією кривих (рис. 16.9).

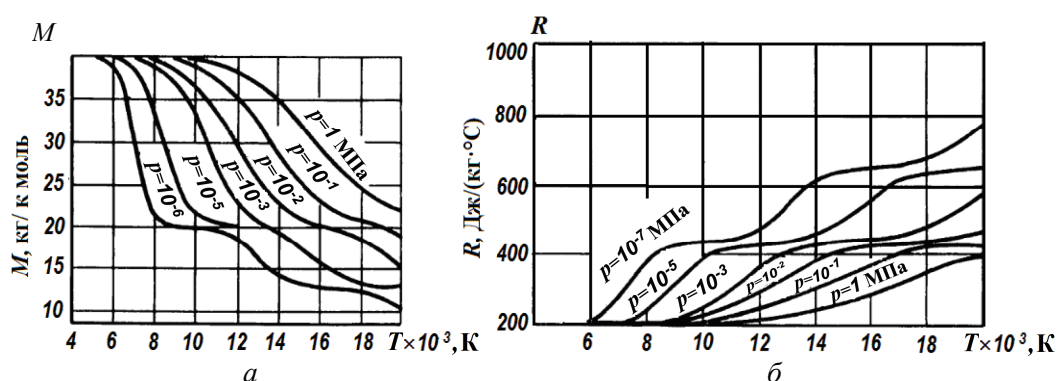


Рис. 16.9 – Зміна параметрів плазми аргону: *a* – відносної атомної маси; *б* – газової сталої

Усі співвідношення для термодинамічних параметрів отримані для ідеальної плазми, у якої $\eta_{\text{кл}} \ll 1$. У випадку сильно неідеальної і виродженої плазми ($\eta_{\text{кл}} \gg 1$) її внутрішня енергія збігається з енергією Фермі (16.16), а рівняння стану описується рівнянням (16.17).

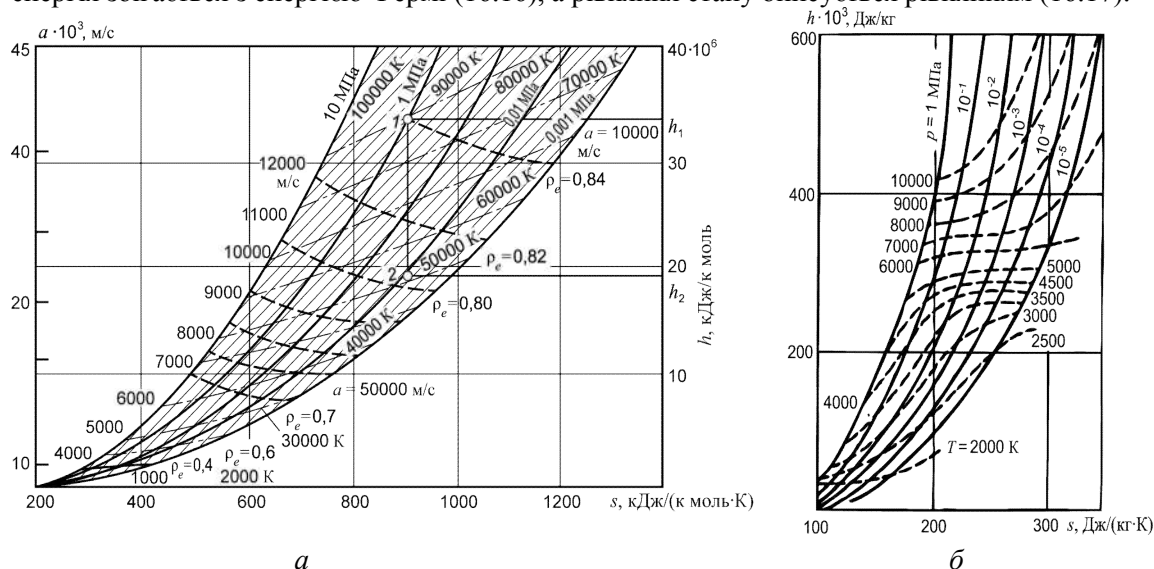


Рис. 16.10 – Спеціальні h - s -діаграми плазми: *a* – аргону; *б* – водню

При $\eta_{кл} \approx 1$ система не містить малого параметра і отримати аналітичні вирази для термодинамічних параметрів такої плазми не можливо. У цьому випадку варто якомога далі переміщуватися в область $\eta_{кл} \approx 1$ як з боку низької, так і з боку високої щільності плазми, а там, де це не вдається, визначати параметри плазми методом інтерполяції.

Для розрахунків різних процесів, у яких плазма відіграє роль робочого тіла, можна також використовувати спеціальні h - s -діаграми. На рис. 16.10, *а* показана така h - s -діаграма аргону, на якій також нанесені лінії сталої швидкості звуку a і сталої щільності ρ_e , а на рис. 16.10, *б* представлена h - s -діаграма водню. Для заданих значень тиску і температури плазми за цими діаграмами можна легко визначити значення ентропії s та ентальпії h .

У наведених h - s -діаграмах не враховується внутрішнє випромінювання, що допустимо для розрідженої плазми. У випадку щільної плазми необхідно вводити спеціальну поправку на випромінювання.

16.5. Властивості замагніченої плазми

Плазма, розміщена в сильному магнітному полі, за своїми властивостями відрізняється від незамагніченої плазми. Її властивості відмінні у різних напрямках тому, що така плазма є анізотропною речовиною. Це пояснюється тим, що магнітне поле не впливає на рух заряджених частинок (електронів та іонів) вздовж поля, але значно обмежує їхній рух у поперечному напрямі. В зв'язку з цим, у замагніченій плазмі швидкості руху заряджених частинок вздовж і поперек магнітного поля відмінні і таку плазму варто характеризувати двома температурами: повздовжньою ($T_{\parallel}$) та поперечною ($T_{\perp}$). Кожний із цих температур буде відповідати і аналогічний тиск – $p_{\parallel}$ та $p_{\perp}$.

Анізотропія властивостей замагніченої плазми особливо суттєво проявляється в розрідженій плазмі. Зі збільшенням щільності плазми полегшується обмін енергією між різними степенями вільності і анізотропія властивостей плазми згладжується.

Нехай, наприклад, напруженість магнітного поля B направлена вздовж осі z , а електричного E (струм щільністю j) – вздовж осі x . Відомо, що на провідник зі струмом, що рухається поперек магнітного поля, з боку цього поля діє сила $F = jB/w_c$, направлена перпендикулярно векторам j та B . За рівнянням Максвела напруженість магнітного поля у напрямі, перпендикулярному векторам B та j (тобто вздовж осі y), повинна змінюватися за законом $\frac{dB}{dy} = \frac{4\pi j}{w_c}$, звідки $j = \frac{w_s}{4\pi} \cdot \frac{dB}{dy}$. Тоді сила F визначається виразом:

$$F = \frac{B}{4\pi} \left(\frac{dB}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left(\frac{B^2}{8\pi} \right). \quad (16.54)$$

Якщо магнітне поле змінюється лише в поперечному напрямі, то:

$$F = -\text{grad} \left(\frac{B^2}{8\pi} \right) = -\text{grad } p_m. \quad (16.55)$$

Сила F за своїм характером аналогічна силі тиску. При цьому роль тиску p_m , який називається магнітним, відіграє величина $p_m = B^2/8\pi$. Цей тиск у статичному магнітному полі діє на поверхню плазми, яка обмежує магнітний потік.

Таким чином, повний тиск і повна внутрішня енергія плазми в поперечному магнітному полі визначаються сумами:

$$p_n = p + p_m = p + B^2/(8\pi); \quad (16.56)$$

$$U_n = U + \frac{B^2}{8\pi\rho}, \quad (16.57)$$

де p та U – кінетичний тиск і внутрішня енергія незамагніченої плазми; ρ – густина плазми.

Зазвичай плазма є діамagnetиком і тому виштовхує назовні прикладене до неї магнітне поле. Умовою утримання плазми магнітним полем є рівність кінетичного та магнітного тисків на межі “плазма–магнітне поле”:

$$B^2/(8\pi) = k_B(n_e T_e + n_i T_i).$$

Збільшенням магнітного поля, а отже, і магнітного тиску можна забезпечити зростання густини та температури плазми. Якщо прийняти, що зміна напруженості магнітного поля пропорційна зміні густини (тобто за умови, що $B/\rho = \text{const}$), то зміни внутрішньої енергії та ентальпії плазми визначаються виразами:

$$dU_n = dU + \left(\frac{B^2}{8\pi\rho^2} \right) d\rho \quad \text{та} \quad dH_n = dH + \left(\frac{B^2}{4\pi\rho^2} \right) d\rho.$$

Диференціюючи отримані співвідношення з урахуванням рівняння стану $p = \rho k_B T$, отримаємо:

$$\left(\frac{\partial U_n}{\partial \rho} \right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial \rho} \right)_T + \frac{B^2}{8\pi\rho^2} = \frac{B^2}{8\pi\rho^2}; \quad (16.58)$$

$$\left(\frac{\partial H_n}{\partial \rho} \right)_T = \left(\frac{\partial H}{\partial \rho} \right)_T + \frac{B^2}{4\pi\rho^2} = \frac{B^2}{4\pi\rho^2}. \quad (16.59)$$



Таким чином, питомі внутрішня енергія та ентальпія плазми, за наявності магнітного поля, залежать від її густини (щільності).

В ідеальних газах та ідеальній незамагніченій плазмі така залежність не спостерігається.

Якщо зміна ентропії за відсутності магнітного поля визначається співвідношенням $dS = (dU + p d\rho^{-1})/T$, то за його наявності – співвідношенням $dS_n = (dU_n + p_n d\rho^{-1})/T$. Аналіз цих співвідношень показує, що **ентропія плазми не залежить від магнітного поля** і тоді $dS = dS_n$.

Не залежить від магнітного поля і питома теплоємність плазми за постійного об'єму:

$$c_{vn} = \left(\frac{\partial U_n}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = c_v. \quad (16.60)$$

Для випадку сталого кінетичного тиску p :

$$c_{pn} = \left(\frac{\partial H_n}{\partial T} \right)_p = c_p + \left[\frac{B^2}{4\pi\rho^2} \left(\frac{d\rho}{dT} \right) \right]_p,$$

або з урахуванням, що $p = \rho RT$:

$$c_{pn} = c_p - \frac{2RB^2}{8\pi\rho} = c_p - \frac{2Rp_m}{p}. \quad (16.61)$$

Тоді вираз для показника адіабати буде мати вигляд:

$$k_{ад} = \frac{c_{pn}}{c_{vn}} = \frac{c_p}{c_v} - \frac{2RB^2}{c_v 8\pi p}. \quad (17.62)$$

Отримані вирази показують, що c_{pn} замагніченої плазми зменшується зі збільшенням відношення магнітного і кінетичного тиску плазми. Показник адіабати замагніченої плазми також залежить від відношення магнітного і кінетичного тисків плазми.

На початку теми було зазначено, що вивчення термодинаміки плазми та її становлення як науки значною мірою пов'язано з проблемою здійснення керованої термоядерної реакції. По суті ця задача не розв'язана і до сьогодні, а більшість досліджень у цій царині направлено на розробку промислового термоядерного реактора.

Перший “Токамак” (тороїдальна камера з магнітною котушкою) був побудований у 1954 р. і тривалий період вони існували тільки в СРСР. Однак після 1968 р., коли англійські вчені зі своєю апаратурою підтвердили температуру плазми на Токамаку-3 у 10 млн градусів, розпочався широкий розвиток цих установок. У 1993 р. на європейському токамаку JET досягнута в імпульсному режимі термоядерна реакція потужністю 2 МВт, а через два роки опісля, у США (Прінстон) на установці TFTR виділена потужність 10 МВт. Цієї енергії ще не достатньо для керованої термоядерної реакції, тим не менш, поставлена мета досить близька.

Контрольні питання

1. Вкажіть характерні значення частоти плазмових коливань для плазми: а) розрідженої; б) середньої щільності; в) щільної.
2. Визначте умови термічної рівноваги для плазми.
3. Що таке плазма? Чому її вважають четвертим станом існування речовини?
4. Вкажіть найбільш типові форми існування плазми.
5. У чому полягають відмінності властивостей газоподібного стану від плазми?
6. Опишіть методи утворення плазми. Вкажіть основну умову процесу іонізації. Яка принципова залежність ступеня іонізації від термічних параметрів процесу?
7. Що виступає умовою електричної нейтральності плазми? У чому полягає зміст поняття “квазінейтральність” плазми?
8. Фізичний зміст радіуса Дебая. Що характеризує дебаївський радіус екранування?
9. Що виступає основною кількісною та якісною характеристикою рівноважного процесу іонізації плазми? Корональна рівновага. Формула Ельверта.
10. Що характеризує ступінь іонізації термодинамічно-рівноважної плазми? Константа рівноваги. Яка закономірність покладена в основу залежності Саха?
11. Як змінюється теплоємність замагніченої плазми від показників магнітного та кінетичного тисків?
12. Що більш стійкіше за однакових умов – плазма чи ідеальний газ?
13. Сформулюйте визначення плазми Ленгмюра. Яким чином виникають плазмові коливання? Що таке плазмова (ленгмюрівська) частота?
14. За яким принципом працює тороїдальна магнітна система для утримання плазми?